第 14 卷 第 6 期
2012 年 12 月
Vol. 14 No. 6
Dec. 2012

Journal of Shandong University of Science and Technology
Social Sciences

贝叶斯主义的主观性问题及其发展进路

黄闪闪
（南开大学 哲学院，天津 300071）

摘 要：贝叶斯主义在科学领域的成功运用，使其从特殊方法上升抽象为一般的归纳方法。虽然整体上并未影响其恰当性与实用性，贝叶斯方法论却存在以主观性为代表的局部问题。逻辑主义的主观性问题表现在无差别原则导致的悖论和不一致上；概率演算公理要求的可数可加性附带的信念不对称问题，以及意见收敛定理相关的条件化中的一致性问题，使得主观主义面临主观性诘难。为此，整体上借鉴主体交互解释、非帕斯卡概率逻辑以及认知科学成果进行调整与发展，贝叶斯主义仍是具有优势与发展前景的研究纲领。

关键词：贝叶斯主义；逻辑主义；主观主义；主观性

中图分类号：B804　　**文献标示码**：A　　**文章编号**：1008-7699(2012)06-0011-10

自贝叶斯主义[①]引入科学哲学视野后，许多学者对贝叶斯定理进行了哲学解读。贝叶斯主义者都肯定了概率思考在科学哲学和决策理论中的必要性，特别是其中的主观主义者认为主观概率和效用组成的期望所取的最大值具有合理性，并将其引入到涉及价值论、认识论和形而上学等问题的理论中。基于这个原因，以及它例证了将形式推理带入到传统归纳问题中，贝叶斯主义在 20 世纪的哲学界引起了很大争论，争论涉及决策本体论、科学进展、信念和知识的本质、合理性和实践推理。贝叶斯主义者参与了相关争议的讨论，如概率的概念、概率理论和逻辑之间的关系、概率推理和因果推理（纽科姆问题）之间的关系，以及决策理论和博弈论间的关联。

现代归纳逻辑倡导者对贝叶斯推理模型赋予了逻辑意义，试图藉此回答归纳逻辑的合理性问题。特别是客观概率和主观概率的问题，[②]它既是科学推理必须选择和回答的问题；在科学哲学视野下，这个问题也恰好凸显了贝叶斯定理何以重要的原因。与主客观概率直接相关的问题是贝叶斯主义的主观性问题。广义上看，根据先验概率的解释不同，贝叶斯主义有逻辑主义与主观主义之分。逻辑主义的主观性问题表现在无差别原则导致的悖论和不一致上；主观主义通过概率的主观解释回避了无差别原则的悖论问题，成为狭义上理解的贝叶斯主义。但是，可数可加性导致的信念分布不对称问题，以及贝叶斯条件化中的一致性问题，使得主观主义的合理性受到各种争议，进而导致主观主义同样面临主观性问题。

一、逻辑主义中的主观性问题

贝叶斯定理可简单表示为：$P(h/e)=P(e/h)P(h) \mid P(e)$，这一公式可用于计算证据 e 对假说 h 的确证

收稿日期：2012-12-02

作者简介：黄闪闪(1986-)，女，湖北黄石人，南开大学哲学院博士研究生.

① 20 世纪初期，贝叶斯定理成为概率归纳推理的主要模式，而把贝叶斯定理看作归纳推理模式的学派被称为贝叶斯主义。贝叶斯主义作为目前有影响力的最有优势的研究纲领，广泛运用于统计学、经济学和心理学等传统学科领域，还与新兴的认知科学的研究有重要联系。在人工智能(AI)的研究中，以贝叶斯网络应用为主的贝叶斯统计技术亦是成果斐然。参见 Corfield David，Williamson Jon. *Foundations of Bayesianism*，Kluwer Academic Puhlishers，2001。

② 贝叶斯主义者认为，客观概率可以说明假说与证据之间的必然关系，科学推理需要客观概率。面对客观概率可能无法计算的问题，贝叶斯主义者（特别是主观主义者）认为可以通过相关条件原则来对主观性进行约束。

度。其中，$P(e)$表示证据 e 的“似然性程度”；而 $P(h)$则表示假说 h 的先验概率，即在不考察证据 e 的情况下，假说 h 可能为真的概率。可见，只要假说 h 的先验概率确定了，整个计算过程就是演绎的。但问题是，假说的先验概率的确定并不取决于概率演算系统，而是取决于对先验概率的不同解释。将概率解释为假说相对于给定证据确证度的就是逻辑主义，它视假说与证据之间是一种纯逻辑关系。

凯恩斯将概率视作命题间的一种二元逻辑关系，这种二元关系不总是可比较的，而且任意单独命题的概率是不可测度的。“令命题集合 h 为前提，命题集合 a 为结论，如果对 h 的知识使得我们能对 a 有程度为 α 的合理信念，那么，我们就说 a 和 h 之间有程度为 α 的概率关系。”[1]3 这样，概率在凯恩斯的解释下只是命题之间的一种二元关系了。

卡尔纳普完成了一个典型的概率公理系统，并将其称为等同于归纳逻辑的“概率逻辑”。卡尔纳普的研究是伯努利—拉普拉斯—凯恩斯传统的延续。在《概率的逻辑基础》中，卡尔纳普规定了一个条件概率函数 $c(h,e)$，表示测量 h 相对于数据或证据 e 的可信度(credibility)。他继承了凯恩斯的思想，同样把 $c(h,e)$看作 e 蕴涵 h 的范围的一种测度，而且把这个函数称为 h 相对于 e 的确证度的形式说明。卡尔纳普试图在 $c(h,e)$上强加一个方法或认识的约束，进而确定一个特有函数来作为归纳逻辑定量系统的根据。虽然他特意考察了两个被他分别称为 c^{+} 和 c^{*} 的这类函数，但是上述工作并未成功。c^{+} 和 c^{*} 的直接区别在于运用无差别原则①的方式不同，c^{+} 将无差别原则用于状态描述或世界描述中，而 c^{*} 则将其用于结构描述或分布描述中，这个函数实际上是关于拉普拉斯逐次法则的测度的函数。

逻辑主义用部分蕴涵解释 e 与 h 之间的恒定逻辑关联性，其中，概率的逻辑解释的基础是无差别原则。凯恩斯认为，如果没有什么已知的理由断定我们的(研究)对象是这个，而非若干候选中的另一个，那么“针对这样的认识，断言每一个候选对象具有一个同等的概率。”[1]420 例如，假设 e 只是 1 和 n 之间一个可选的数值，那么对于 1 和 n 之间的每个整数 i 而言，至少可相信 e 在“选择 i”这种形式的假说中是无差别的。

无差别原则是一条非常有争议的原则。“这个原理的风险在于，将同种类的所有事件还原(reducing)成一定数量的相同可能事例。换言之，正如我们也许对这些事件的发生，以及确认支持所求事件概率的事例数量都同等的不确定。事例数量与所有可能事例数量的比例就是这个概率的测度，因此该概率是一个简单的分数，其分子是支持事例的数量，分母是所有可能事例的数量。”[2] 一方面，无差别原则是逻辑贝叶斯主义的基石，没有这条原则，就不能确定任何个别结果。另一方面，多数当代哲学家已经表达了一种观点，即这是一条先验原则，它的采用违反了经验主义教条。刘易斯(C. I. Lewis)甚至谴责这条原则成为“清晰思维的眼中钉”，而凯伯格(H. Kyburg)称其为整个概率史中最臭名远扬的原则。

拉普拉斯对无差别原则的辩护在于，他可以用无差别原则导出逐次法则。② 拉普拉斯对逐次法则的证明似乎也能成功地回答休谟问题，即除了循环论证，一个人不可能证明过去事件的观察能够对未来事件的发生给予任何指导。然而，凯恩斯对逐次法则的实用性产生了怀疑。“只有这个规则可以发挥如此惊人的作用。因为它从全然不知中证明了上帝的存在，并且用数值精度测量了太阳明天升起的概率。”[1]89 另一方面，豪森等认为，自拉普拉斯以后的古典理论家对无差别原则的辩护不过是本末倒置，将马车置于马之前了。[3] 换言之，逐次法则的合理性依据在于无差别原则，如果无差别原则存在不一致，就会动摇逐次法则的合理性。

---

① 无差别原则是古典理论中的根本原则。这条原则表明，如果存在 n 个互不相容的假说 $h_1, \cdots\cdots, h_n$，且没有理由确信 e 中的任一证据比其它证据更可能为真，那么对所有 i，$P(h_i|e)$是相同的。后来这条规则被克里斯(von Kries，1886)称为不充分理由原则，凯恩斯(1921)称之为无差别原则，即在一组互斥的看似某些情况下可轻易获取的备选证据中，e 是无差别的或者是认识上中立的。

② 逐次法则试图为枚举归纳法的基本推理形式提供辩护，并且在 20 世纪成为一条纯逻辑原则。拉普拉斯的逐次法则由约翰·维恩(John Venn)命名，并沿用至今。这条法则规定，如果一个事件 A 是可重复试验某些事例集合中的一个可能结果，且如果在 m 次重复试验中，A 被观察到出现 r 次，那么根据上述条件，A 会在第$(m+1)$次重复试验中出现的概率是$\frac{(r+1)}{(m+2)}$。

反之，试图以无差别原则导出的逐次法则来证明其有效性，在逻辑上是行不通的。事实上，无差别原则确实存在悖论问题。①

无差别原则悖论的产生在于其不变性考量的设定上。换言之，无差别原则是一条逻辑对称性原则，其对称性应该在任一均匀先验概率分布上反映。但是问题在于，连续空间中任一均匀分布有太多对称性要反映，而逻辑主义坚持的无差别原则未能兼顾各种可能的逻辑对称性。为此，不少逻辑主义者开始致力于研究哪些法则(如果存在这类法则)可以避免无差别原则产生的不一致。其中较为著名的是杰弗里斯(Harold Jeffreys)法则，这条法则虽然不是唯一产生先验分布的不变法则，但是它受到广泛关注的原因在于，其产生的若干先验分布已经被独立地表明。然而，这条法则仍然存在一些相关的技术难题，主要集中于(a)期望值不总是存在，且(b)存在大量杰弗里斯法则不适用的不恰当先验分布。这使得杰弗里斯法则成为一条存在异议的特设原则。另外，虽然存在控制不恰当分布的多种可接受方法，但是仍未回答为什么应该采纳杰弗里斯法则或其它不变法则。数学家阿尔弗雷德·瑞义(Alfred Renyí)和哲学家波普尔随后大约在同一时间(1945～1955之间)各自提出了基于原始条件概率函数的概率演算不同版本，并试图找到修正始终适合不恰当分布的似合理方法，但是波普尔和瑞义的公理化并没有被广泛采用。可见，无差别原则由于主观上的任意性导致了不易避免的悖论和不一致，使得逻辑主义遭遇了主观性问题。

二、主观主义中的主观性问题

主观主义认为，先验概率是个体对于假说合理信念度的先验分布，它是完全任意的。换言之，具有同样证据的不同个体可以对同一假说赋予不同的概率。这样，主观主义回避了无差别原则以及这条原则带来的悖论。另一方面，主观主义者并不忌讳主观性，并且认为主观性在贝叶斯推理中是恰当的。因为其一，科学评估本来就含有科学家的主观因素，而贝叶斯主义中的主观性是以先验概率的形式明确表现的，这是没有必要隐讳的；其二，贝叶斯推理是客观的归纳推理，这套逻辑将先验概率作为前提，以贝叶斯定理作为推理规则，产生一个有效的推论：后验分布。这种推理非常类似于演绎逻辑，即首先筛选前提，推理机制根据这些前提导出有效的推论。正如德·芬内蒂指出，“我们根据一条原则(doctrine)努力做出尽可能不偏袒的、反映事实的且明智的判断，这条原则表现了它们如何于何处干扰和暴露判断之间的可能不一致。(演绎)逻辑中存在一个有启发性的分析，它使人确信，接受的某些‘确定’主观意见蕴涵了其它意见的确定性。”[4]144 实际上，对贝叶斯主义的主观性诘难，正集中在对这套推理机制的前提筛选上，即先验概率的约束问题。[5]

主观主义对先验概率的约束主要依靠两条定理：荷兰赌定理②和意见收敛定理。荷兰赌定理规定，合理

① 戈尔顿(F. Galton)1849年在《自然》上提出一个问题：如果抛掷三枚硬币，它们以相同方式落下的概率是多少？换言之，这三枚硬币都正面朝上或者反面朝上的概率是多少？存在一个相当有说服力的论证表明，这个概率是1/2。毫无疑问，三枚仅具有两面的硬币不可能落下时都是不一样的。所以非常肯定，其中两枚硬币或者都是正面朝上(HH)，或者都是反面朝上(TT)。在第一种情形中，我们所需要的是第三枚硬币抛掷为正面朝上，这种概率是1/2；而在第二种情形中，第三枚硬币抛掷为反面朝上的概率同样也是1/2。不管发生哪种情况，三枚硬币以相同的方式落下的概率是1/2，但是这个结果不可能是正确的。显然，当我们仅仅抛掷两枚硬币时，既然存在四种等概率的结果，即HH、HT、TH、TT，那么它们落下时都是同面的概率必须小于1/2。第一种论证错在哪里？答案就是：对无差别原则的误用。第一种论证错误地假定，已知其中两枚硬币已经落下，比如是HH，剩余那枚硬币显示正面朝上和反面朝上具有相同的可能性。事实上，应该同等对待每枚硬币的抛掷。已知一个关于三次抛掷的集合，其中两个成员是正面朝上，剩余那次抛掷(当然按时间顺序，可能是第一次、第二次，或最后一次抛掷)也是正面朝上的概率是多少？这里有四个关于三次抛掷的等概集合，其中至少两个成员都是正面朝上：HHH、HHT、HTH、THH。只有第一个集合不包含T，且只有第一个集合中，剩余(第三次)抛掷同样是正面朝上。由此，假定具有一个至少两次正面朝上的集合，那么最后一个成员也会正面朝上的仅仅是1/4。一个具有三次反面朝上的集合，其概率也是如此。

② 荷兰赌定理由拉姆齐和德·芬内蒂分别独立提出和证明，后由刘易斯正式命名。荷兰赌指这样一种赌博，无论赌者下注的事件A真假与否，他都会输钱。为了避免荷兰赌，赌者的信念度必须满足概率演算公理，保持信念度的一致性，这种规定就是荷兰赌定理。

山东科技大学学报 社会科学版

第 14 卷 第 6 期
2012 年 12 月
Vol. 14 No. 6
Dec. 2012

的信念度必须满足概率演算公理。意见收敛定理表明，随着证据的增加，先验概率的主观任意性会被后验概率的客观确定性所取代。问题在于，概率演算公理要求的可数可加性，其附带的信念不对称问题，以及意见收敛定理相关的条件化中的一致性问题，使得主观主义重新面临主观性诘难。

（一）可数可加性在荷兰赌定理中的可满足性问题

荷兰赌定理通过信念度必须满足概率演算公理的要求，来约束先验概率的主观任意性。荷兰赌定理表明，信念强度可在数值上进行测度，且这种测度满足概率演算的公理。荷兰赌定理基于一个推论，即不能满足概率公理的赌商，就不可能一致地被认为可以确定公平赔率。导出这个推论的原因在于：公平赔率被刻画成指派了零利益给任何一方赌注，其中利益仅被视作一个关于赔率的函数，且无赌注；有穷多（甚至是可数的）全零数组的总和是零，因此一个公平赔率上的赌注集合的净利益是零；仅仅根据对赔率的检验，如果某个人从同时发生的赌注中确信一个正净收益或损失，那么这些赌注的净利益不是零。据此可以得出结论，仅根据这些赔率的相关认识，确信有穷多同时发生赌注中的一个净收益或者损失，意味着每一个赌注中的赔率不全是公平的。

可数可加性定理①表明，如果 a_1, a_2, a_3……都是关于 P 的定义域中互斥命题的一个可数的无限族（即它们能够通过整数 1，2，3，…进行枚举计算），并且语句“其中一个 a_j 是真的”同样包含于 P 的定义域中，那么这个语句的概率等于 $P(a_i)$ 的和。②

凯利（Kelly）认为可数可加性定理非常重要，具体表现在两个方面：一是为概率演算带来便利；二是有助于概率收敛定理的证明。“如果把概率收敛定理看作逻辑可靠主义关注的局部不确定性和归纳恶习的哲学校正方法，那么可数可加性的地位会从一种单纯的技术便利提升至一个有利于科学实在论的核心认识论定理。”[6]323 凯利用了一个简单的例子来说明可数可加性的便利性。假定 h 表示一个数据源在只有 1 次的可重复试验中能够发出 0 或 1，并且 $P(h)>0$。那么 h 是假的，当且仅当 0 在某个时刻于一个无限扩展样本中出现。命题 a_n 表示 0 在第 n 次重复中首次出现，这些命题各个都是一个可数无限不相交族，而且鉴于 h 是假的，语句“至少有一个 a_i 为真”的概率必须是 1。根据可数可加性定理规定的前段偏度，h 为假的概率将会主要集中在某个有限析取 $a_1 \vee \cdots \vee a_n$。具体来讲，如果 $a_1 \vee \cdots \vee a_n=1$，那么 h 是假的。

可数可加性为概率演算带来便利的同时，还要求人们的信念度是不对称或不均匀的。比如在选择某个整数的实验中，如果采用可数可加性原则，那么各个整数在选择上不可能具有相同的概率。因为选择某个整数的概率是 1，这个必然的概率可能是选择 1，或者选择 2，或者选择 3……；另一方面，根据无限可加的条件，这个必然概率等于选择 1 的概率，加上选择 2 的概率，加上选择 3 的概率，直至加上选择 n 的概率。形式地讲，用 S_i 表示“选择了整数 i”（其中 i=1，2，3…n），$S_1 \vee S_2 \vee S_3 \cdots \vee S_n=1$；并且 $S_1 \wedge S_2 \wedge S_3 \cdots \wedge S_n=1$。这表明，$S_1, S_2, S_3, \cdots, S_n$ 的概率不能同时为 0，也不能都为某个整数。更确切地说，其中某些有限结果的概率和趋向于 1，而其它的那些结果则趋向于 0。但是，可数可加性导致的信念分布不对称问题使得这条定理是

① 这条定理还可以称为可数可加性原则。柯尔莫哥洛夫把与这条定理等效的连续公理连同概率演算公理（1）-（4）一起作为概率的基本公理。另外，他把公理（4）称为条件概率的定义。

② 可以通过一个满足可数可加性且要求有限可加性的特例来表明可数可加性与信念度之间的关系。考察一张通过随机程序被编上自然数的彩票，h_i 表示数字 i 被选取的假说。假定 h 是偶数被选取的假说，而 h_{2j} 是特定偶数 2j 被选取的假说。那么 h 是真的，当且仅当对于某个 i，h_{2i} 是真的。首先根据 p_i 的寻常有限可加性（ordinary finite additivity property）可以直接推断，个人关于 p_i 的信念度是一个极限值，小于或等于 h 的信念度。假设根据赔率 $\frac{p_{2i}}{(1-p_{2i})}$ 下赌注，给每个 h_{2i} 押注赌金 S。如果 h_{2j} 是真的，那么净收益会是 $S(-p_2-p_4-\cdots+(1-p_{2j})-\cdots)=S[1-(p_2+\cdots+p_{2n}+\cdots)]$。当 p_i 的总额收敛的值至多不超过 1 时，这个公式是定义恰当和明确的，这个收益同样独立于 j。如果 h 是假的，那么就会损失一个量 $S(p_2+\cdots+p_{2n}+\cdots)$。所以实际上，人会根据赔率 $\frac{q}{(1-q)}$ 来给 h 下赌注，其中 $q=(p_2+\cdots+p_{2n}+\cdots)$。为了保持一致，关于 h 的信念度必须等于 q。

否应该作为一条主观主义的合理依据本身就存在争议。换言之,荷兰赌定理是否应该满足可数可加性?

德·芬内蒂明确反对可数可加性导致的信念不对称性。如果对一个包含单位区间的变量指派一个均匀分布(一致分布),那么只能获得一个信息,即这个变量的值是一个有理数。似乎不应该就此认同这个信息的推论,即这个信息暗含了可数有理数集合上的修正分布必须是偏态的。确实,可数可加性实际上附加了条件信息不涉及的内容,即其中某些概率比其它概率是更有可能的。信念的不对称性容易与直觉不符。德·芬内蒂认为,数学应该作为一种工具,来反映我们的直觉,特别是那些关于一致性问题的直觉,而不是用直觉去迎合数学。[7]可见他否定了这种不对称性,进而对可数可加性产生了怀疑。此外,德·芬内蒂认为有限可加性不会受到这个附加内容的影响,换言之,有限可加性是对称的,但是他并未说明原因。

而且,德·芬内蒂认为长期相对频率通常不是可数可加的。[4]89-90逻辑学家认为,一条合理的定理应该满足"牢固性"(soundness)考量,即不管人们想为这些考量提供什么样的解释,它们的推论都应该是真的。事实上,概率演算的各种主要解释、机遇以及认识论解释都不能作为可数可加性总是为真的恰当理由。恰恰相反,其中一些理由可以说明这条定理有时候是错的。如果通过极限相对频率测度机遇或者趋势,那么没有理由假定可数可加性。因为极限相对频率不像固定长度样本中的有限频率,它不可能总是遵守可数可加性原则。如果各个可数无限的不相容且完全的可能结果仅仅倾向于有限多次数出现,那么其极限可能频率是0,而相关析取的极限可能频率是1。正如德·芬内蒂指出,鉴于恰当的背景知识,对一个涵盖全概率范围的完全可数无限划分的各个成员指派0概率,就认识论解释而言,也许是完全合理的;但是这么做与可数可加性产生矛盾,因为全范围的概率总是1。为了满足可数可加性定理,在可数划分上唯一允许的概率分布,其数值来自于一个足够快的收敛序列,例如1/2,1/4和1/8等等。[4]86换言之,在可数无限划分上,只允许那些非常稳定的偏态分布。这也恰恰说明了可数可加性导致了个人信念的不对称分布。

可数可加性的合理性一直没有得到恰当的解释,进而引出了信念是否满足概率演算公理等问题。豪森和乌尔巴赫在《科学推理:贝叶斯进路》第三版(2006)中,即不再将可数可加性作为一条推理规则。该书对于可数可加性的讨论集中在两个方面:第一,可数可加性要求信念的不对称分布导致这条原则缺乏合理性解释。对于机遇和认识概率而言,我们很多时候都想对各个可数无限的不相容且完全结果指派相同的概率,假如可数可加性不是必要的,这个任务在两种情形中都是可以完成的。或者说,如果不要求可数可加性,为了使这些结果是等概的,必须对其概率指派一致值0。但是可数可加性原则却反对这种做法。第二,可数可加性的合理性问题并不影响概率收敛定理的有效性,进而回避可数可加性可能导致的对一致性的破坏。豪森和乌尔巴赫认为,一个表面上无根据的数学规则仍然可以使得某个人采用一个非常无偏向的分布。同样,就算没有可数可加性的根据,贝叶斯意见收敛定理仍然表明,一个人在一般条件下的后验概率会收敛至真的概率,即概率值为1。在此讨论的真表示一个σ-域中定义的假说的真,这个σ-域与某个无限乘积空间的子集相关。换言之,某个一致的概率推理机制似乎对个人的信念做出了规定,它要求对于一个包含可能数据值的无限序列相关的假说,个人关于这个假说的后验概率将会随着增加的证据收敛至必然。而且德·芬内蒂也认为,尽管意见收敛定理需要可数可加性的作用,但是这条定理仍然是有效的。因为对于一个可数划分上的可数可加分布,一个有限子集将会持有概率$1-\varepsilon$,其中ε趋向于0。这意味着,如果假说H是假的,H表示"一个数据源产生了可数无限数据序列",那么在任意规定有限数量的观察后,证明H为假的概率必须趋向于0。由此可知,充分正面证据将会促使H的概率任意地接近于1。[6]321-330

豪森等人不再把可数可加性纳入满足一致性的必要条件,这也侧面说明了这条原则破坏了信念与概率演算公理之间的一致性关系,进而影响了主观主义的合理性基础。

(二)意见收敛定理与条件化原则的合理性问题

虽然荷兰赌定理保证了信念度的合理性，但是它没有说明一个信念集合优于其它信念集合的原因。换言之，只要满足概率演算公理，没有任何信念集合比任何其它信念集合更加合理。这个结果显然不尽如人意，德·芬内蒂因此提出了意见收敛定理，借此来约束先验概率的主观任意性，满足主观主义的客观性要求。

意见收敛定理表明，随着证据的增加，先验概率的主观任意性会随之变化，并最终被后验概率的客观确定性所取代。“如果两个人同意一定序列的事件是可交换的，那么，不管他们在开始时抱有什么意见，给定这个序列的一个足够长的部分作为证据，关于未来成功的概率他们将终于达到对一致性的任意接近，只要他们每人都不是这样地顽固不化，以致他的概率评价完全不受频率所提供的证据的影响。这就是说，在他们两人都观察过n次被研究事件的序列后，他们将给第(n+1)次事件的成功赋予顶多相差∈的概率。然而，确实，不管∈定得多么小，总有一个n将使这个陈述是真的。”[8]

意见收敛定理的核心理念在于“主体间性”，不同主体通过接受新信息，不断进行调整，逐步取得一致。意见收敛定理的成立暗含了一个条件，它要求把后验概率等同于条件概率，即条件化要求。但是贝叶斯主义并没有为先验概率与后验概率之间的关系提供任何辩护，或者说，为什么条件概率 $P(h|e)$就等于绝对概率 $P'(h)$呢？贝叶斯主义并未对此进行回答。在哈金(Ian Hacking)看来，贝叶斯定理只是提供了无条件概率到条件概率的过渡，而并没有表明先验概率收敛至后验概率的过程。所以用 $P(h|e)$替代 $P'(h)$来表征后验概率的做法是不恰当的。正如凯伯格(Kyburg)声称，“(贝叶斯主义)原理没有表明，一个人应该变化他的信念来与贝叶斯定理保持一致的证据”。[9]

主观主义为了回应条件化问题，解决后验概率与条件概率的等同问题，提出了与更新法则相关的条件化原则，即贝叶斯条件化原则和杰弗里条件化原则①，后者是前者的一般化。但是从逻辑的观点看，更新法则可能是最具争议的原则，所以上述两条原则的有效性仍然有待证明。

贝叶斯条件化原则认为，只有更新法则才能原则性地解释“从经验中学习”。它表明了贝叶斯逻辑推理在获取证据时，如何整体地调整信念函数。② 那么为什么要采取贝叶斯条件化原则呢？很多文献对此进行了肯定论证。例如，因为 $P(c|a)$是a在时刻 t-(在时刻 t 前)对c为真给予的概率，仅仅根据a学习，从中可知c的更新概率(后验概率)应该是 a。同样，贝叶斯条件化原则具有某些令人满意的属性，例如，如果 $a\rightarrow b$，就可以推出 $Q(b)=1$。

然而，贝叶斯条件化原则在满足一致性问题上存在异议，进而影响了其有效性。换言之，贝叶斯条件化原则是不一致的。虽然贝叶斯条件化原则自身以及上述肯定论证都将其视为一条一致性原则或者“动态一贯性”原则，但是这种不一致性是很容易证明的。假设某个人认为可真命题 b 的真值是 P-确定，即 $P(b)=1$。同样假设，不管出于何种原因，这个人又认为 P-可能，$Q(b)$会取某个小于1的值 q，即 $P(Q(b)=q)>0$。假定 a 是“$Q(b)=q$”。根据概率演算可知，$P(b|a)=1$。一方面，假设这个人于适当的时刻在内省中学习 a，那么 $Q(b)=q$。另一方面，如果要以a作为条件，必须设定 $Q(b)=P(b|a)=1$。在两种情况下，$Q(b)$的内涵和取值都不同，前者表示b的后验概率，后者表示 b 以 a 为条件的条件概率。至此，后验概率和条件概率出现了不一致。实际上，a 在形式上可以记作“$X_b=q$”，其中 $X_b(s)$是由可能世界状态决定的随机变量，这个随机

① 杰弗里本人称之为“概率运动学”(probability kinematics)，通常所说的贝叶斯条件化原则是杰弗里条件化原则的特例，由这条原则规定的更新函数构成了另一个条件化证明。

② 可以用一个例子来阐释这条原则。假设某个人关于“a刚好出现在时刻t前”的概率是 $P_{t^-}(a)$，由此可将这个人关于 a 的新概率记为 $P_t(a)$，并假定 $P_t(a)=1$。显然，这个人必须要调整某些其它概率来一致地适应这种变化。例如，可能 $P_{t^-}(b)<1$，其中 b 是 a 的某个逻辑推论；但是一致性要求变化这个数值，使得它也等于1。这样会引出两个问题：存在允许个人做出满足一致性需要的变化原则吗？如果存在，应该采取哪一条原则？为了避免下标的繁杂，将 P_{t^-} 记为P，P_t 记为Q。对于第一个问题的答案是肯定的，依据就是贝叶斯条件化原则。贝叶斯条件化原则可以表示为：如果 $P(a)>0$，集合 $Q(.)$等于 $P(.|a)$，它表明个人的后验概率可以等于条件概率。Q在贝叶斯条件化原则中是一个有限可加概率函数，所以Q是一种关于分布概率的一致方式。同样不难表明，单赋值 $Q(a)=1$ 能够在不满足上述原则的方式中获得一致性。

变量在 s 上的值是这个人关于 b 的未来概率 Q 的值。

在上述反例讨论中，存在可接受预设条件的破坏问题：通过学习 $Q(b)=q$，破坏了这个式子为 b 提供的初始条件概率 1，因为这个初始条件概率随后应该变成 q。这是直觉上显而易见的，但是为了更确切地说明，我们可以通过一个 a 条件下支持 b，并且具有单元赌金的赌注来论证，即 $Q(b)=q$ 上的赌注。其中赌商由函数 Q 决定。这个赌注具有下列支付矩阵：

b	$Q(b)=q$	
T	T	1−q
F	T	−q
F		0

这个矩阵表明了一个具有赌金 1 的 $Q(b)=q$，以及赌商 q 的关于 b 的赌注。

这表明，条件化只有在恰当的情况下，才是令人信服的。正如“动态肯定前件式”一样，这些恰当情况在相关的条件赋值中才能得以保留。下面一个版本的肯定前件式的概率推理显然是有效的。[10] 具体来说，为了获得这个演绎规则，用 $b|a$ 替换 $a\to b$，假定 Q 和 P 的赋值 q 不是在[0,1]中，而是在{0,1}中：$\dfrac{Q(a)=1 \qquad Q(b|a)=q}{Q(b)=q}$

由此获得这种带有条件句形式的条件化原则：$\dfrac{Q(a)=1 \qquad Q(b|a)=P(b|a)}{Q(b)=P(b|a)}$

由于这个条件化版本的有效性似乎很容易从一般的“静态”概率公理导出，所以条件化不是一个作为“动态”补充而附加到概率公理的新原则。但是一条导出规则的应用性条件，由标准公理和关于条件概率的各种假设共同决定，并且这些假设在任意指定时刻可能是合理的，也可能不是合理的。可见，关于贝叶斯条件化的讨论，可以简单地转成对贝叶斯条件化的有效性条件或范围的讨论。

然而，有些学者认为贝叶斯条件化原则本身不是有效的。不管 a 转变成“$Q(b)=q$”是不是理性思考的结果，都与这条原则是否有效的讨论无关。因为就算个人的信念集合是一致的，信息 $Q(b)=q$ 也不能在描述的环境中被条件化。例如，拉姆齐并不重视贝叶斯条件化原则，他认为这个条件化原则既不能给予心理因素，也不能提供纯粹的逻辑数学原因。可以说，贝叶斯条件化原则及其多种相关证明都不是完全合理的。

杰弗里条件化原则表明，初始分布与划分上不同变化值保持一致的最小变更就是我们应该选择的变更函数。但是杰弗里条件化原则同样存在问题，我们可以用一条具有启发性的假定(不能为真)的演绎性“更新法则”来进行说明。假定个人在时刻 t 接受条件 $a\to b$，以及在时刻 $t+1$ 学习(并由此接受)a。这条可以称为“动态肯定前件式”的假定原则表明，如果个人通过 $t+1$ 仅仅学习了 a，那么他应该接受 b。诚然，这个推理不是演绎地有效的，用盖贝(Gabbay)的术语来说，因为这些语句具有不同的标签(labels)。正如在概率情况下很容易表明，a 和 b 的选择实际上使得这条假的“法则”产生了不一致性。例如，a 可能是 b 的否定～b，以致 $a\to b$ 只是断言～b 的一种复杂方式(假设这里采用的是实质蕴涵)，而且学习 a 实际上意味着学习 $a\to b$ 是错的。换言之，在这个例子中，学习 a 同样破坏了预设的可接受条件式。

杰弗里条件化原则同样需要有效性条件，即相关条件概率在外源性变化前后保持不变，这个有效性条件可以称为条件概率不变形要求。在划分 a 中，当 $P(a)$ 向 $Q(a)$ 外源地发生变化时，杰弗里条件化原则表明，个人的新函数 Q 应该由 $Q(.)=P(.|a)Q(a)+P(.|\sim a)Q(\sim a)$ 来决定。其中 $Q(\sim a)$ 等于 $1-Q(a)$。这个公式涵盖了各种任意的有限划分。一般认为，满足杰弗里条件化原则有效性的充分必要条件在于，$Q(.|a)=P(.|a)$ 和 $Q(.|\sim a)=P(.|\sim a)$。尽管从最大信息原理到交换图等多种方式，都对杰弗里条件化原则进行了辩护证明，但是这条原则并不优于贝叶斯条件化原则，它们的有效性是半斤对八两，仍然受到各种诘难。豪森和乌尔巴赫在 1993 版的《科学推理：贝叶斯进路》中，试图为杰弗里原则的有效性条件提供一个演绎式证明，即预设了一个逻辑全知的推理者具有事先导出所有关于 a 的逻辑后承的能力，使得 $P(b|a)$ 的概率是

不变的，不需要被新的数据所修正。陈晓平教授这种预设使得“归纳推理就像演绎推理一样具有必然性，归纳法的合理性问题根本就不会产生，当然也就无需为条件概率不变性要求或贝叶斯条件化原则作任何辩护。”[11]86 而且《科学推理：贝叶斯进路》2006 版中不再提及这种观点，可见豪森本人对这种辩护也不满意。

对于贝叶斯的条件化问题，陈晓平教授提出了最少初始概率原则，旨在解决贝叶斯条件化原则的合理性问题。最少初始概率原则表明，“基于相同的知识库并且关于相同的命题，具有较少初始概率的那个信念体系较为合理。”[11]88 其中的“初始概率”与“后继概率”相对应，并分别定义为：“一个概率是初始概率，当且仅当，其值是非逻辑地确定的。一个概率是后继概率，当且仅当，其值是逻辑地确定的。”[11]88 当然，关于贝叶斯条件化的讨论还在继续，相关分析也将促使贝叶斯主义对主观性问题的进一步解决。

三、贝叶斯主义的发展进路

除了主观性问题外，贝叶斯主义还面临旧证据和简单性等问题，这些问题成为非贝叶斯主义者质疑这种研究纲领的焦点。笔者认为，鉴于贝叶斯主义在各个科学领域的成功运用，它已经从特殊方法上升抽象为一般的归纳方法。尽管贝叶斯方法论局部存在一些待解决的问题，但是整体上并不影响其恰当性和实用性。因此，围绕以主观性为代表的局部问题，贝叶斯主义整体上可从概率解释、概率规则弱化和认知科学成果的借鉴上进行调整和发展。

在概率解释上，贝叶斯主义的概率解释可以经历逻辑—主观—主体交互的过程。严格来说，许多学者笔下的贝叶斯主义特指主观贝叶斯主义，如陈晓平教授直接把贝叶斯主义规定为“主观主义”或“个人主义”。可见许多贝叶斯主义者在某种程度上认同主观解释优于逻辑解释。但主观主义仍面临主观性问题，为此，吉利斯尝试发展了一种关于把主观解释从个体扩展到社会群体的主体交互解释。这种解释将概率看成一个社会群体的共同信念度，既没有将概率解释为假说或命题之间的逻辑关系，而像逻辑主义那样刻意追求绝对的客观性，最终面临无差别原则导致的悖论和不一致；也不同于主观主义的概率解释，将概率解释成一个特定个体的私人信念度。吉利斯定义了主体交互解释，并提出了形成这种解释的满足条件。由于主体交互解释是把荷兰赌论证从个体向群体扩展的结果，所以它在某种意义上可以看作是主观解释的发展，而与主观解释并不矛盾。与主观解释可以任意选择信念度相比，主体交互解释更为强调一个社会群体所形成的一致的或共同的信念度。这在某种程度上避免了主观解释的主观任意性问题，对先验概率进行了一定的约束，很好地做到了主观性与客观性的统一。

在概率演算规则上，借鉴非帕斯卡概率逻辑的发展，弱化帕斯卡概率演算的若干规则，避免贝叶斯主义约束主观性时导致的不一致。贝叶斯方法遵循的是帕斯卡传统，但在实际解决问题时，其理论内核与帕斯卡传统概率论发生了冲突和矛盾，如主观性问题中荷兰赌论证衍推出的问题：人的信念是否能够且应该满足概率公理？另一方面，帕斯卡概率论本身的一些基本假定也遭到质疑，如概率全知者假设，这导致贝叶斯方法遭到了很多批评，也催生了一些非柯尔莫哥洛夫概率理论。这些理论是对传统帕斯卡概率的一种放宽或弱化，如抛弃可数可加性，传统概率演算系统只允许基本概率在[0，1]区间取值，而非柯尔莫哥洛夫概率理论认为，概率值可以取否定和复数值，或者允许概率是无穷的，使得概率的取值范围大了。而在这些“异常”公理上建构的逻辑系统形成并发展了非帕斯卡概率逻辑，如科恩的非帕斯卡概率归纳支持理论、沙克尔(G. Shackle)的潜在惊奇(potential surprise)理论。“无论莱欣巴赫的频率解释，还是卡尔纳普的逻辑解释，都没有超出帕斯卡型概率的范畴。事实证明，这种归纳逻辑在科学研究的实际应用中遇到了种种困难，造成这种困难的根本原因是因为这种归纳逻辑没有恰当地反映知识增长的局面。越来越多的现代逻辑学家也认识到了这一点。要解决这些困难，有两种不同对策。一是保守的策略：让科学实际迁就逻辑句法，至多是调整辅

助假说,以维护旧逻辑的核心原理。二是激进的、革新的策略:采用新的逻辑句法以适应科学实际。换句话说,后一种策略认为问题的症结恰恰在于经典概率演算的核心原理需要修改。非帕斯卡概率的推崇者沙克尔和J. 科恩走的是第二条道路。沙克尔着重从决策论的角度研究了非帕斯卡概率;而科恩则从更一般的逻辑角度建立了一个非帕斯卡概率系统——新培根主义概率逻辑系统。"[12]非帕斯卡概率逻辑的兴起为贝叶斯主义的发展提供了一条可能性路径:修改或弱化贝叶斯主义坚持的帕斯卡概率规则,形成一种非帕斯卡贝叶斯主义。如果这种非帕斯卡贝叶斯主义理论能够完成且证明其有效性,那么必将丰富和完善贝叶斯方法。

在约束主观任意性的原则上,根据归纳推理的认知转向,贝叶斯主义可以借鉴认知科学中的某些成果发展方法论,主观性问题不足以撼动贝叶斯主义的优越性地位。正如莱辛巴赫对于归纳逻辑合理性的态度相似,①根据实用性来考量贝叶斯主义,其合理性是毋庸置疑的,而认知科学领域中的某些成果和方法对贝叶斯主义的发展提供了一些可能的进路和重要的启示。

信息论的影响主要表现在方法论意义上。杰恩斯(Jaynes)提出最小信息准则,试图解决逻辑主义面临的无差别原则导致的主观不一致及其悖论问题。无差别原则有个重要前提——无信息性,并由此假定数据位于一个不证自明的先验分布——恰当均匀分布。这正好与贝叶斯主义追求的客观性理想不谋而合。但是实际科学推理中很难做到完全的无信息性,而且有些数据分布不是均匀的,例如非负直线上不会存在恰当均匀密度。换言之,不存在无信息的先验,指派概率时不能诉诸无信息性准则。为此,杰恩斯在先验概率的分布问题上,提出了最小信息准则,即不存在无信息的先验,但应该选择那些超过先验数据最少的信息的先验,或者做出与先验数据无关的最少假设。杰恩斯认为,最大熵方法可以满足这条准则的要求。"如果方法与科学之间具有任何相关性,那么先验分布必须完全是'客观的',因为它独立于使用者的个性……成功的测度……正好是我们能够排除所有个性因素,且产生一个完全'非个性'原理的限度。"[13]他在此借助了香农(Claude Shanon)在信息论中的开创性研究。虽然杰恩斯的观点遭到一些质疑,如最大熵方法是否能与条件化原则相冲突,但是这条准则的提出有极大的方法论意义,它为贝叶斯方法引入信息论、信息科学中的方法,提供了契机和可能性。

认知心理学的影响表现在贝叶斯推理的应用上。认知科学与贝叶斯主义理论的纽带在于,主观主义将概率解释为私人的合理置信度,这与认知科学把推理看作认知心理过程的观点不谋而合。认知科学的许多领域也视贝叶斯主义为一种有效的归纳推理模型。从科学认知的角度看贝叶斯主义,研究它在认知科学中的运用和发展,对于贝叶斯推理的研究极具启发意义。认知心理学家吉仁泽(Gigerenzer)和霍夫拉格(Hoffrage)提出了一个频率格式的贝叶斯推理模型,把频率主义与贝叶斯概率统一起来。另一方面,认知心理学家图文斯基(Amos Tversky)和科勒(Derek J. Koeheler)在1994年的《支持理论:主观概率的一种非外延性表达法》中提出了主观概率的支持理论,建立了一个主观概率的非外延归纳推理理论。因此,从发展趋势看,贝叶斯主义借鉴认知科学的研究成果,在非外延性发展方面可以取得新的突破。实现归纳逻辑的认知转向,可能是归纳逻辑未来的重要发展方向之一。

参考文献:

[1]KEYNES J M. A treatise on probability[M]. London:Macmillan and Co. Ltd,1921.
[2]LAPLACE P S. Essai philosophique sur les probabiliés[M]. New York:Dover,1951:6-7.
[3]HOWSON C,URBACH P. Scientific reasoning:the Bayesian approach[M]. La Salle,IL:Open Court,1989:42.

① 莱辛巴赫曾经用渔网和鱼之间的关系来说明归纳逻辑的合理性。他认为,归纳逻辑就像渔网,而合理性就是鱼。如果池塘中有鱼,那么渔网一定能捕到鱼;如果池塘中无鱼,那么撒网也是无害的。可见,莱辛巴赫是从实用性角度为归纳逻辑的合理性进行辩护。

[4]DE FINETTI B. Probability induction and statistics[M]. New York:Wiley,1972.
[5]任晓明,黄闪闪. 贝叶斯推理的逻辑与认知问题[J]. 浙江大学学报:人文社会科学版,2012(4):110.
[6]KELLY K. The logic of reliable inquiry[M]. Cambridge:Cambridge University Press,1994.
[7]HOWSON C,DE FINETTI B. Countable additivity,consistency and coherence[J]. Brit. J. Phil. Sci. ,2008(59):1-23.
[8]江天骥. 归纳逻辑导论[M]. 长沙:湖南人民出版社,1987:179.
[9]KYBURG H E. Epistemology and inference[M]. Minneapolis:University of Minnesota Press,1983:95.
[10]HOWSON C. Logic with numbers[J]. Synthese,2007(3):509.
[11]陈晓平. 贝叶斯条件化原则及其辩护[J]. 哲学研究,2011(5).
[12]任晓明,桂起权. 非经典逻辑系统发生学研究[M]. 天津:南开大学出版社,2011:116-117.
[13]JAYNES E T. Prior probabilities[J]. IEEE Transactions on Systems Science and Cybernetics,1968,4(3):227-241.

Analysis of Bayesian Subjectivity and Its Development

HUANG Shanshan

(*Department of Philosophy*, *Nankai University*, *Tianjin* 300071, *China*)

Abstract: Subjectivity is an issue that Bayesian reasoning has to face, which just embodies the importance of Bayesianism. The subjectivity of logicism lies in the paradox the principle of indifference leads to. The subjectivity problem from subjectivism is revealed in two aspects: the Dutch book theorem may not satisfy countable additivity; and the rational problem of the principle of Bayesian Conditionalisation. From practical considerations, despite the existence of subjectivity, Bayesianism remains a research program with good prospect as a result of the proposition of subject interactive interpretation and the logic of non-Pascal probability as well as related achievements of cognitive science.

Key words: Bayesianism; logicism; subjectivism; subjectivity; countable additivity; conditionalisation

(责任编辑:江　雯)

(上接第 10 页)

Equivalent Transformation between Truth-Function and Non-Truth-Function

——the Fifth Exploration to Unary Operator Theory

WAN Xiaolong, CHEN Mingyi, RAN Kui

(*Department of Philosophy*, *Huazhong University of Science and Technology*, *Wuhan* 430074, *China*)

Abstract: Unary Operator Theory aims to explore the relationship between classical logics and non-classical logics in general methodological level. Based on relativity of non-truth-function, the elementary Special Theory of Relativity of Function (STRF) mainly focuses on the transformative relation between unary non-truth-functional connectives and binary truth-functional connectives in bivalent propositional logics. This paper attempts to provide a strict definition of this relation, and then to propose a new idea concerning some problems of non-classicalness in philosophical logic and philosophy of logic.

Key words: bivalence; non-truth-function; Unary Operator; Special Theory of Relativity of Function(STRF)

(责任编辑　江　雯)