

引用格式: 宋晓娜,宋帅,满景涛.不确定分数阶 Genesio 混沌系统的反演滑模同步[J].山东科技大学学报(自然科学版),2019,38(5):66-71.

SONG Xiaona, SONG Shuai, MAN Jingtao. Backstepping sliding mode synchronization of uncertain fractional-order Genesio-Tesi chaotic systems[J]. Journal of Shandong University of Science and Technology (Natural Science), 2019, 38(5): 66-71.

不确定分数阶 Genesio 混沌系统的反演滑模同步

宋晓娜, 宋 帅, 满景涛

(河南科技大学 信息工程学院, 河南 洛阳 471023)

摘 要:针对带有参数不确定与外部扰动的分数阶 Genesio-Tesi 混沌系统,采用反演控制和滑模控制相结合的策略,设计了一种新的分数阶反演滑模控制器,实现了此类分数阶混沌系统的同步问题。首先,基于反演设计方法给出子系统的李雅普诺夫函数和虚拟控制量;其次,在反演设计过程中引入滑模变结构控制策略,基于李雅普诺夫稳定性理论,设计能够使分数阶驱动 Genesio 系统与分数阶响应 Genesio 系统全局渐近同步的分数阶反演滑模控制器。所设计的控制器为单一控制器,在实际应用中与多输入控制相比更易于实现系统的同步。最后,通过数值仿真验证了所设计的分数阶反演滑模控制算法对于参数不确定与外部扰动的鲁棒性及控制器设计方法的有效性。

关键词:分数阶 Genesio-Tesi 混沌系统;反演控制;滑模控制;渐近同步

中图分类号: TP13

文献标志码: A

文章编号: 1672-3767(2019)05-0066-06

DOI: 10.16452/j.cnki.sdkjzk.2019.05.008

Backstepping sliding mode synchronization of uncertain fractional-order Genesio-Tesi chaotic systems

SONG Xiaona, SONG Shuai, MAN Jingtao

(School of Information Engineering, Henan University of Science and Technology, Luoyang, Henan 471023, China)

Abstract: A new fractional-order backstepping sliding mode controller was designed by adopting the backstepping control approach and sliding mode control technique to realize the synchronization of fractional-order (FO) Genesio-Tesi chaotic systems with parameter uncertainty and external disturbance. Firstly, the Lyapunov subsystem function was constructed and the virtual input was designed in the backstepping procedure. Secondly, the sliding mode variable structure control strategy was introduced to design a fractional-order backstepping sliding mode controller which can achieve the asymptotic synchronization of the FO drive Genesio-Tesi system and FO response system based on Lyapunov stability theorem. Compared with the multi-input schemes, the proposed single controller could realize the synchronization more easily in practical applications. Finally, the effectiveness of the proposed controller and the robustness of backstepping sliding mode control algorithm for uncertain parameter and external disturbance were testified by numerical simulation results.

Key words: fractional-order Genesio-Tesi chaotic systems; backstepping control; sliding mode control; asymptotic synchronization

收稿日期: 2018-05-08

基金项目: 国家自然科学基金项目(U1604146)

作者简介: 宋晓娜(1983—),女,辽宁海城人,副教授,硕士生导师,主要从事分数阶混沌系统理论及应用研究。

E-mail: xiaona97@126.com

分数阶微积分是研究分数阶次的微积分算子特性以及分数阶微分方程的理论,已经有逾 300 年的历史。随着对分数阶微积分研究的不断深入,研究者普遍认为分数阶微积分是整数阶微积分的自然推广^[1],极大地扩展了人们所了解的整数阶微积分的描述能力。现今,混沌现象不仅是物理界研究的热点,也受到了工程技术界的广泛关注。近年来,混沌系统的控制与同步已成为控制理论与控制工程领域的重要研究内容。

自 1990 年 Pecora 和 Carroll 提出混沌同步的思想以来,混沌系统的同步问题研究得到了蓬勃的发展^[2-5],随着分数阶微积分的发展以及混沌系统研究的深入,分数阶混沌系统同步及其应用已经成为非线性科学中的一个重要研究课题^[6-14],提出了很多分数阶混沌系统的同步方法,如模糊控制^[9]、变结构控制^[10]、非线性控制^[11]、自适应控制^[12]、耗散控制和反演控制^[13]等等。其中反演方法是最常用的方法之一。该方法在递推过程中,巧妙的构建李雅普诺夫函数并且设计虚拟控制输入^[15-16],而真实控制输入根据反馈设计,在递推终端得到,最终基于李雅普诺夫稳定性理论得到系统受控稳定的充分条件。针对分数阶 Genesio-Tesi 混沌系统,文献[14]设计了反演控制器,使得分数阶 Genesio-Tesi 主从混沌系统达到同步。文献[17]讨论了带有未知参数的分数阶 Coulet 混沌系统的同步问题,设计了自适应反演控制器。

另一方面,滑模变结构控制已经形成了一个相对独立的研究分支,适用于线性与非线性系统、连续与离散系统、确定性与不确定性系统等,在实际工程中逐渐得到推广应用。滑模控制在混沌系统的同步研究中也得到了应用,文献[18]针对一类带有外部扰动的分数阶混沌系统,研究了自适应滑模同步问题;文献[19]采用主动滑模控制探讨了分数阶主从结构混沌系统的同步问题。针对带有时滞的分数阶混沌系统,文献[20]基于自适应模糊滑模控制研究了两个不同的带有不确定参数的分数阶时滞混沌系统的同步问题。

自整数阶 Genesio-Tesi 混沌系统在 1992 年提出以来^[21],分数阶 Genesio-Tesi 混沌系统也得到了众多学者的重视。文献[22]利用一个标量驱动信号,使得分数阶 Genesio-Tesi 混沌系统达到同步;文献[23]基于主动控制和滑模控制两种方法,研究了分数阶 Genesio-Tesi 混沌系统的混沌动态及其同步问题。虽然针对分数阶 Genesio-Tesi 混沌系统的同步已有一些研究成果,但是基于反演滑模控制技术,实现分数阶 Genesio-Tesi 混沌系统同步的研究仍然是一个空白。

本研究分析带有参数不确定和外部扰动的分数阶 Genesio-Tesi 混沌系统的结构特点,用反演设计方法在递推过程中对 Lyapunov 子函数和虚拟控制输入进行设计,并在反演终端加入滑模控制律,完成了能够使带有参数不确定和外部扰动的分数阶响应系统与分数阶驱动系统渐近同步的反演滑模控制器的设计。最后利用数值仿真验证提出的分数阶 Genesio-Tesi 混沌系统反演滑模同步算法的有效性。

1 分数阶 Genesio-Tesi 混沌系统

由于 Genesio-Tesi 系统具备混沌系统的很多特征,因此成为混沌系统的代表之一。该系统包含了一个平方项和三个简单的微分方程且微分方程取决于三个正实参数,其系统动态方程为

$$\dot{x}(t) = \begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = x_3 \\ \dot{x}_3 = -ax_1 - bx_2 - cx_3 + x_1^2 \end{cases}, \quad (1)$$

式中: x_1, x_2, x_3 是状态变量; a, b, c 是正实数且满足 $ab < c$ 。例如,当参数 $a = 1.2, b = 2.92, c = 6$ 时,系统(1)就是混沌的。

为了观测 Genesio-Tesi 混沌系统的同步现象,设定系统(1)为驱动系统,作为系统(1)的响应系统的动态方程为

$$\dot{y}(t) = \begin{cases} \dot{y}_1 = y_2 \\ \dot{y}_2 = y_3 \\ \dot{y}_3 = -ay_1 - by_2 - cy_3 + y_1^2 \end{cases}, \quad (2)$$

式中: y_1, y_2, y_3 是状态变量; a, b, c 是正实数且满足 $ab < c$ 。

需要设计一个控制器 $u(t)$ 来控制响应系统,使响应系统(2)与驱动系统(1)实现渐近同步。考虑到实际情况中不可避免地存在不确定项与外部扰动项,设计受控的响应系统:

$$\dot{y}(t) = \begin{cases} \dot{y}_1 = y_2 \\ \dot{y}_2 = y_3 \\ \dot{y}_3 = -ay_1 - by_2 - cy_3 + y_1^2 + \Delta f(y_1, y_2, y_3) + d + u(t) \end{cases}, \quad (3)$$

式中: y_1, y_2, y_3 是状态变量; a, b, c 是正实数且满足 $ab < c$; $\Delta f(y_1, y_2, y_3)$ 是不确定项; d 是外部扰动。

驱动系统(1)和受控响应系统(3)之间的误差信号 $e(t)$ 的数学模型如下:

$$e(t) = \begin{cases} e_1(t) = y_1(t) - x_1(t) \\ e_2(t) = y_2(t) - x_2(t) \\ e_3(t) = y_3(t) - x_3(t) \end{cases}. \quad (4)$$

在控制器 $u(t)$ 作用下,系统(3)与系统(1)实现渐近同步,也就是说误差信号 $e(t)$ 收敛至零。其误差信号 $e(t)$ 的动态模型如下:

$$\dot{e}(t) = \begin{cases} \dot{e}_1 = y_2 \\ \dot{e}_2 = y_3 \\ \dot{e}_3 = -ae_1 - be_2 - ce_3 + e_1(x_1 + y_1) + \Delta f(y_1, y_2, y_3) + d + u(t) \end{cases}. \quad (5)$$

将分数阶 Genesio-Tesi 混沌系统的模型描述为

$$D^\alpha x(t) = \begin{cases} D^\alpha x_1(t) = x_2 \\ D^\alpha x_2(t) = x_3 \\ D^\alpha x_3(t) = -ax_1 - bx_2 - cx_3 + x_1^2 \end{cases}, \quad (6)$$

式中: α 为分数阶且 $0 < \alpha \leq 1$; x_1, x_2, x_3 是状态变量; a, b, c 是正实数且满足 $ab < c$ 。

同理,由系统(2)可以得到系统(6)的响应系统的动态方程

$$D^\alpha y(t) = \begin{cases} D^\alpha y_1(t) = y_2 \\ D^\alpha y_2(t) = y_3 \\ D^\alpha y_3(t) = -ay_1 - by_2 - cy_3 + y_1^2 \end{cases}. \quad (7)$$

其受控的分数阶响应系统模型为

$$D^\alpha y(t) = \begin{cases} D^\alpha y_1(t) = y_2 \\ D^\alpha y_2(t) = y_3 \\ D^\alpha y_3(t) = -ay_1 - by_2 - cy_3 + y_1^2 + \Delta f(y_1, y_2, y_3) + d + u(t) \end{cases}. \quad (8)$$

分数阶驱动系统(6)与受控的分数阶响应系统(8)之间的误差信号动态方程为

$$D^\alpha e(t) = \begin{cases} D^\alpha e_1(t) = e_2 \\ D^\alpha e_2(t) = e_3 \\ D^\alpha e_3(t) = -ae_1 - be_2 - ce_3 + e_1(x_1 + y_1) + \Delta f(y_1, y_2, y_3) + d + u(t) \end{cases}. \quad (9)$$

2 分数阶 Genesio-Tesi 混沌系统的反演滑模同步

分数阶微分有三种最典型的定义,即 Riemann-Liouville 定义、Grünwald-Letnikov 定义和 Caputo 定义。由于在初始条件下,整数阶微分方程沿用了相同的形式,所以 Caputo 定义已经被广泛的应用于工程实践。本文也采用 Caputo 定义来对特定的方程进行分数阶微分。

定义 1^[1] 对于一个连续的函数 f ,对其进行关于 α 阶次的分数阶求导定义如下

$$D_t^\alpha f(t) = \begin{cases} \frac{1}{\Gamma(m-\alpha)} \int_0^t \frac{f^{(m)}(\tau)}{(t-\tau)^{\alpha-m+1}} d\tau, & m-1 < \alpha < m. \\ \frac{d^m}{dt^m} f(t), & \alpha = m. \end{cases}.$$

式中, Γ 是伽马函数并且满足

$$\Gamma(z) = \int_0^\infty e^{-t} t^{z-1} dt, \Gamma(z+1) = z\Gamma(z).$$

引理 1^[24] 如果 $\mathbf{x}(t) \in \mathbf{R}^n$ 是微分函数的一个向量, 则在时间 $t \geq t_0$ 的任意时间里, 下列关系恒成立。

$$\frac{1}{2} D^\alpha (\mathbf{x}(t)^\top \mathbf{P} \mathbf{x}(t)) \leq \mathbf{x}(t)^\top \mathbf{P} \frac{1}{2} D^\alpha \mathbf{x}(t); \forall \alpha \in (0, 1).$$

式中, $\mathbf{P} \in \mathbf{R}^{n \times n}$ 是一个常数对称且正定的矩阵。

定理 1 带有不确定参数和外部扰动的分数阶响应系统(8)和分数阶驱动系统(6)能够达到渐近同步的条件是控制器 $u(t)$ 设计如下:

$$\begin{aligned} u(t) &= u_{eq} + u_c \\ &= -[(3-a+x_1+y_1)e_1 + (5-b)e_2 + (3-c)e_3 \\ &\quad + \Delta f(y_1, y_2, y_3) + d + k_4 s + k_5 \operatorname{sgn}(s)], \end{aligned}$$

式中,

$$\begin{aligned} u_{eq} &= -[(3-a+x_1+y_1)e_1 + (5-b)e_2 + (3-c)e_3 + \Delta f(y_1, y_2, y_3) + d], \\ u_c &= -k_4 s - k_5 \operatorname{sgn}(s). \end{aligned}$$

证明: 首先定义一个 Lyapunov 函数, 形式如下

$$V_1 = \frac{1}{2} z_1^2, \quad (10)$$

式中, $z_1 = e_1$ 。

根据引理 1, 对式(10)进行阶次为 α 关于时间的分数阶微分求导, 得到

$$D^\alpha V_1 \leq z_1 D^\alpha z_1 = e_1 e_2 = -e_1^2 + e_1(e_1 + e_2) = -z_1^2 + z_1(e_1 + e_2), \quad (11)$$

接着, 选取第二个 Lyapunov 函数, 形式如下

$$V_2 = V_1 + \frac{1}{2} z_2^2, \quad (12)$$

式中, z_2 作为虚拟输入且满足 $z_2 = e_1 + e_2$ 。

根据引理 1, 对式(12)进行阶次为 α 关于时间的分数阶微分求导, 得到

$$D^\alpha V_2 \leq D^\alpha V_1 + z_2 D^\alpha z_2 \leq -z_1^2 - z_2^2 + z_2(2e_1 + 2e_2 + e_3), \quad (13)$$

最后, 选取第三个 Lyapunov 函数, 形式如下

$$V_3 = V_2 + \frac{1}{2} s^2. \quad (14)$$

定义切换函数为

$$s = k_1 e_1 + k_2 e_2 + k_3 e_3, \quad (15)$$

式中, 选取 $k_1 = 2, k_2 = 2, k_3 = 1$

根据引理 1, 对式(13)进行阶次为 α 关于时间的分数阶微分求导, 得到

$$\begin{aligned} D^\alpha V_3 &\leq D^\alpha V_2 + s D^\alpha s \\ &\leq -z_1^2 - z_2^2 - s^2 + s[(3-a+x_1+y_1)e_1 + (5-b)e_2 + (3-c)e_3 + \Delta f(y_1, y_2, y_3) + d + u(t)]. \end{aligned} \quad (16)$$

将 $u(t)$ 代入式(16), 可得 $D^\alpha V_3 < 0$, 则定理得证。

3 仿真算例

本节通过数值仿真来验证上述所设计的反演滑模控制器的有效性。

令 $\alpha = 0.97, a = 1.2, b = 2.92, c = 6,$
 $k_1 = 2, k_2 = 2, k_3 = 1, k_4 = 2, k_5 = 5,$
 $d = \cos 2t, \Delta f(y_1, y_2, y_3) = 0.2 \sin(2\pi y_1).$

取初值为 $(x_1(0), x_2(0), x_3(0)) = (3, 3, 3), (y_1(0), y_2(0), y_3(0)) = (-3, -3, -5),$ 图 1 表示系统(6)的相轨迹图,图 2 表示考虑不确定性和外部扰动的系统(6)的相轨迹图,图 3 代表驱动系统(6)和响应系统(8)的状态轨迹图,图 4 是同步误差信号 $e(t)$ 的响应图,图 5~6 分别表示滑模平面 $s(t)$ 和控制输入 $u(t)$ 。可以看出,所设计的反演滑模控制器能够保证驱动系统(6)和响应系统(8)的渐近同步。

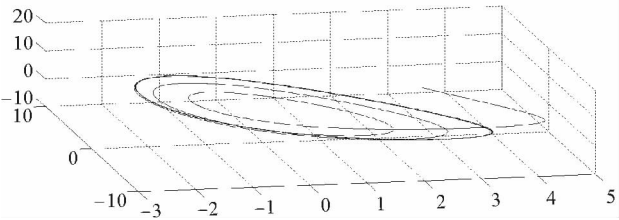


图 1 系统(6)的相轨迹
Fig. 1 Phase trajectory of system (6)

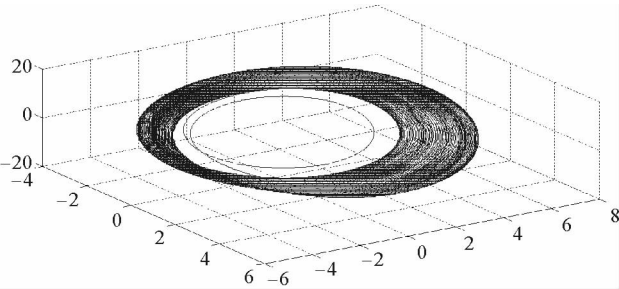


图 2 加入参数不确定与外部扰动的系统(6)的相轨迹
Fig. 2 Phase trajectory of the system (6) with uncertain parameters and external disturbance

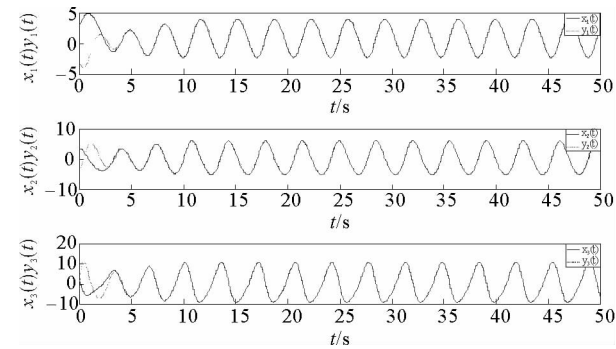


图 3 受控的分数阶驱动系统与响应系统的状态轨迹
Fig. 3 State trajectories of the controlled fractional drive system and response system

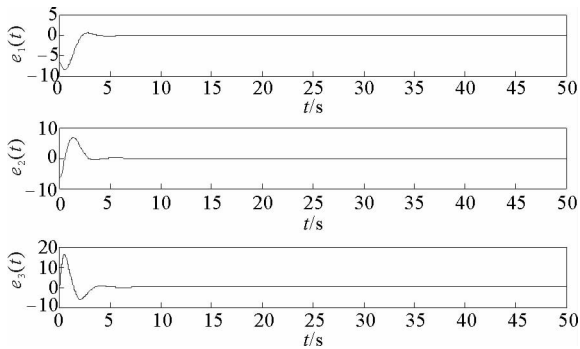


图 4 同步误差信号 e_1, e_2, e_3 关于时间 t 的响应图
Fig. 4 Synchronization errors e_1, e_2, e_3 with time t

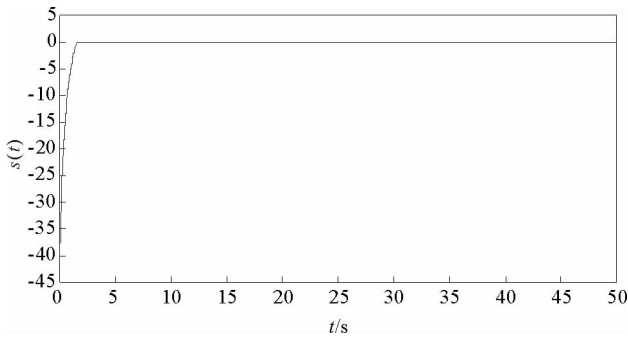


图 5 滑模平面 $s(t)$ 关于时间 t 的响应
Fig. 5 Response of sliding surface $s(t)$ with time t

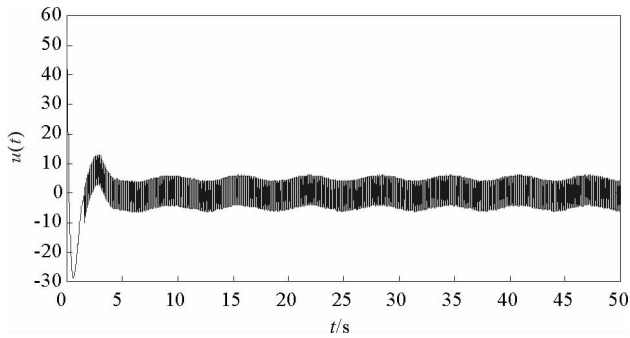


图 6 分数阶控制器 $u(t)$ 状态响应
Fig. 6 Response of controller $u(t)$ with time t

4 结论

研究了带有参数不确定分数阶 Genesio-Tesi 混沌系统的反演滑模同步问题,基于反演控制策略设计所给系统的李雅普诺夫函数与虚拟控制输入;然后在此基础上设计滑模面,得到了能够使带有参数不确定与外部扰动的分数阶响应系统与分数阶驱动系统渐近同步的反演滑模控制器。最后,通过仿真验证了所设计控制器的有效性。在后续的研究中,将针对分数阶 Genesio-Tesi 混沌系统进行自适应模糊或自适应神经网络控制与同步方面的研究。

参考文献:

- [1] PODLUBNY I. Fractional differential equation[M]. San Diego: Academic Press, 1999.
- [2] 陶朝海, 陆君安, 吕金虎. 统一混沌系统的反馈同步[J]. 物理学报, 2002, 51(7): 1497-1501.
TAO Chaohai, LU Junan, LÜ Jinhu. The feedback synchronization of a unified chaotic system[J]. Acta Physica Sinica, 2002, 51(7): 1497-1501.
- [3] JU H P. Synchronization of Genesio chaotic system via backstepping approach[J]. Chaos Solitons & Fractals, 2006, 27(5): 1369-1375.
- [4] BOULKROUNE A, BOUZERIBA A, HAMEL S, et al. A projective synchronization scheme based on fuzzy adaptive control for unknown multivariable chaotic systems[J]. Nonlinear Dynamics, 2014, 78(1): 433-447.
- [5] WANG Z. Synchronization of an uncertain fractional-order chaotic system via backstepping sliding mode control[J]. Discrete Dynamics in Nature & Society, 2013, 29(2): 122-128.
- [6] MOHAMMADZADEH A, GHAEMI S. Robust synchronization of uncertain fractional-order chaotic systems with time-varying delay[J]. Nonlinear Dynamics, 2018, 93(4): 1809-1821.
- [7] 陈向荣, 刘崇新, 王发强, 等. 分数阶 Liu 混沌系统及其电路实验的研究与控制[J]. 物理学报, 2008, 57(3): 1416-1422.
CHEN Xiangrong, LIU Chongxin, WANG Faqiang, et al. Study on the fractional-order Liu chaotic system with circuit experiment and its control[J]. Acta Physica Sinica, 2008, 57(3): 1416-1422.
- [8] DELAVARI H, MOHADESZADEH M. Robust finite-time synchronization of non-identical fractional-order hyperchaotic systems and its application in secure communication [J]. IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica, 2019, DOI:10.1109/JAS.2016.7510145.
- [9] WANG Y W, GUAN Z H, WANG H O. Impulsive synchronization for Takagi-Sugeno fuzzy model and its application to continuous chaotic system[J]. Physics Letters A, 2005, 339(3/5): 325-332.
- [10] YIN C, ZHONG S M, CHEN W F. Design of sliding mode controller for a class of fractional-order chaotic systems[J]. Communications in Nonlinear Science & Numerical Simulation, 2012, 17(1): 356-366.
- [11] AHMAD W M, HARB A M. On nonlinear control design for autonomous chaotic systems of integer and fractional orders [J]. Chaos Solitons & Fractals, 2003, 18(2): 693-701.
- [12] ZHANG R X, YANG Y, YANG S P. Adaptive synchronization of the fractional-order unified chaotic system[J]. Acta Physica Sinica, 2009, 58(9): 6039-6044.
- [13] WANG Q, QI D. Passivity-based control for fractional order unified chaotic system[M]. Computational Intelligence, Networked Systems and Their Applications. Berlin, Heidelberg: Springer 2014: 310-317.
- [14] ZHAO L D, HU J B. Synchronizing fractional chaotic Genesio-Tesi system via backstepping approach[J]. Applied Mechanics & Materials, 2012, 220-223: 1244-1248.
- [15] ZHANG Z, XU S, SHEN H. Reduced-order observer-based output-feedback tracking control of nonlinear systems with state delay and disturbance[J]. International Journal of Robust & Nonlinear Control, 2010, 20(15): 1723-1738.
- [16] ZHANG Z, XU S, WANG B. Adaptive actuator failure compensation with unknown control gain signs[J]. IET Control Theory & Applications, 2011, 5(16): 1859-1867.
- [17] SHAHIRI T M, RANJBAR A, GHADERI R, KARAMI M, et al. Adaptive backstepping chaos synchronization of fractional order Couillet systems with mismatched parameters[C]// The 4th IFAC Workshop Fractional Differentiation and Its Applications. Badajoz, Spain, October 18-20, 2010.

- [11] 苏锦, 杨明, 王春香, 等. 一种基于分类回归树的无人车汇流决策方法[J]. 自动化学报, 2018, 44(1): 35-43.
SU Ti, YANG Ming, WANG Chunxiang, et al. Classification and regression tree based traffic merging for method sel-driving vehicle[J]. Acta Automatica Sinica, 2018, 44(1): 35-43.
- [12] STROBL C, MALLEY J, TUTZ G. An introduction to recursive partitioning: Rationale, application, and characteristics of classification and regression trees, bagging, and random forests[J]. Psychological Methods, 2009, 14(4): 323-348.
- [13] 方匡南, 吴见彬, 朱建平, 等. 随机森林方法研究综述[J]. 统计与信息论坛, 2011, 26(3): 32-38.
FANG Kuangnan, WU Jianbin, ZHU Jianping, et al. A review of technologies on random forests[J]. Statistics and Information Forum, 2011, 26(3): 32-38.
- [14] ZHUANG J F, LUO J, PENG Y Q, et al. Fault diagnosis method based on modified random forest[J]. Computer Integrated Manufacturing Systems, 2009, 15(4): 777-785.
- [15] LEI Y G, ZHENG J H, YAN Y Z. Fault diagnosis based on novel hybrid intelligent model[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2008, 44(7): 112-117.
- [16] BREIMAN L. Random forests[J]. Machine Learning, 2001, 45(1): 5-32.
- [17] 荆双喜, 华伟. 基于小波-支持向量机的齿轮故障诊断研究[J]. 山东科技大学学报(自然科学版), 2008, 27(4): 31-36.
JING Shuangxi, HUA Wei. Study on the gear fault diagnosis based on wavelet-support vector machine[J]. Journal of Shandong University of Science and Technology(Natural Science), 2008, 27(4): 31-36.

(责任编辑: 李 磊)

(上接第 71 页)

- [18] SHAO S, CHEN M, YAN X. Adaptive sliding mode synchronization for a class of fractional-order chaotic systems with disturbance [J]. Nonlinear Dynamics, 2015: 1-12.
- [19] TAVAZOEI M S, HAERI M. Synchronization of chaotic fractional-order systems via active sliding mode controller[J]. Physica A Statistical Mechanics & Its Applications, 2011, 387(1): 57-70.
- [20] LIN T C, LEE T Y. Chaos synchronization of uncertain fractional-order chaotic systems with time delay based on adaptive fuzzy sliding mode control[J]. IEEE International Conference on Fuzzy Systems, 2011, 19(4): 623-635.
- [21] GENESIO R, TESI A. Harmonic balance methods for analysis of chaotic dynamics in nonlinear systems[J]. Automatica, 1992, 28(3): 531-548.
- [22] LU J G. Chaotic dynamics and synchronization of fractional-order Genesio-Tesi systems[J]. Chinese Physics, 2005, 14(8): 1517-1521.
- [23] FAIEGHI M R, DELAVARI H. Chaos in fractional-order Genesio-Tesi system and its synchronization[J]. Communications in Nonlinear Science & Numerical Simulation, 2012, 17(2): 731-741.
- [24] SHAHRI E S A, BALOCHIAN S. Analysis of fractional-order linear systems with saturation using Lyapunov's second method and convex optimization [J]. International Journal of Automation & Computing, 2015, 12(4): 1-8.

(责任编辑: 傅 游)