第 38 卷 第 6 期 山东科技大学学报(自然科学版) Vol.38 No.6
2019 年 12 月 Journal of Shandong University of Science and Technology(Natural Science) Dec. 2019

引用格式: 刘鑫,王向荣. 随机利率下由 Lévy 过程驱动的期权定价[J].山东科技大学学报(自然科学版),2019,38(6):61-66.
LIU Xin, WANG Xiangrong. Option pricing driven by Lévy process with stochastic interest rates[J].Journal of Shandong University of Science and Technology (Natural Science),2019,38(6):61-66.

随机利率下由 Lévy 过程驱动的期权定价

刘 鑫,王向荣

(山东科技大学 数学与系统科学学院,山东 青岛 266590)

摘 要: 假定利率和股票价格过程服从 Ho-Lee 模型和 Lévy 过程,建立基于 Lévy-Laplace 指数下无套利金融市场的数学模型,得到了随机利率下欧式期权定价公式。并借助 Poisson 过程和 Lévy-Laplace 指数等数学工具对 Lévy 纯跳过程下的金融数学模型进一步研究,推导出了无套利金融市场下 Lévy 纯跳过程的欧式期权定价公式。

关键词: Ho-Lee 模型;随机利率;期权定价;Lévy 过程;Lévy-Laplace 指数

中图分类号: O29;F830.9 **文献标志码:** A **文章编号:** 1672-3767(2019)06-0061-06

DOI: 10.16452/j.cnki.sdkjzk.2019.06.008

Option pricing driven by Lévy process with stochastic interest rates

LIU Xin, WANG Xiangrong

(College of Mathematics and Systems Science, Shandong University of Science and Technology, Qingdao, Shandong 266590, China)

Abstract: Assuming that the interest rates and stock price process satisfy the Ho-Lee model and Lévy process, this paper established a mathematical model of non-arbitrage financial market based on Lévy-Laplace index and obtained the European option pricing formula with stochastic interest rates. With the help of mathematical tools such as Poisson process and Lévy-Laplace index, research on the financial mathematical model of Lévy pure jump process was further carried out and the formula for European option pricing based on Lévy pure jump process in non-arbitrage financial market was finally derived.

Key words: Ho-Lee model; stochastic interest rate; option pricing; Lévy process; Lévy-Laplace index

随着现代资本市场的不断发展,国内金融衍生产品市场迎来蓬勃发展的大时代。期权作为全球最为活跃的金融衍生产品之一,是金融产品创新的前沿,与现货、期货一同组成稳定的金融体系。期权受市场中利率波动的影响,各种利率衍生产品的交易成为期权定价研究领域的热点问题之一。

对金融及其衍生产品给出一个合理的、使市场无套利的定价是当前研究的首要问题。然而在现实市场中利率不是一个常数,它是随机变化的。许多学者在此基础上进行了诸多研究:李淑锦[1]利用计价单位转换的方法研究了随机利率服从 HJM 模型条件下的期权定价问题,推导出了期权定价公式。刘坚等[2]在假设利率服从 Hull-White 模型、资产价格服从 O-U 过程条件下,利用保险精算方法给出了期权定价的公式。郭精军等[3]利用对冲原理构造无风险资产,求得欧式期权在随机利率模型下满足的偏微分方程,经过变量替换获得了欧式期权定价公式。1973 年,Black 和 Scholes[4]假定股票价格过程服从几何布朗运动,提出了经典

收稿日期: 2018-11-14

基金项目: 国家自然科学基金项目(10071127)

作者简介: 刘 鑫(1995—),女,山东东营人,硕士研究生,主要从事金融数学的研究.
王向荣(1966—),男,山东日照人,教授,博士生导师,主要从事金融数学与金融工程的研究,本文通信作者.
E-mail:xrwang@sohu.com

的 B-S 期权定价公式。但这一条件要求过于苛刻,实际情况中股票的价格变化并不是完全服从布朗运动的。1988 年,Lo 等[5]在 B-S 公式基础上提出股票价格存在“跳跃”的情况。此后越来越多的学者对标的资产价格存在跳跃的情况进行研究。黄伯强等[6-7]借助等价测度变换方法研究由 Lévy 过程驱动的期权定价问题,推导出了欧式期权定价公式。吴恒煜等[8]在此基础上就无穷维纯跳跃 Lévy 过程的期权定价问题进行了研究。鲍家勇等[9]利用傅里叶变换方法研究了资产价格服从随机利率下由 Lévy 过程驱动的欧式期权定价。在假设利率是一个常数的条件下,文献[10]研究了 knight 不确定环境下的 lévy 型金融市场中的期权定价问题,并得到了欧式期权动态模型定价区间。然而,在实际市场中,利率是随时变化的,在随机利率条件下给出确定性的期权定价公式,更能精确地预测金融市场中资产价格的变化情况。

本研究在利率随机且服从 Ho-Lee 模型的条件下,借助 Lévy-Laplace 指数数学工具得到无套利条件下欧式看涨、看跌期权定价公式,并与标准的 B-S 期权定价公式进行比较,同时对股票价格服从 Lévy 纯跳跃过程的期权定价问题进行进一步研究,利用泊松过程的性质得到 Lévy-Laplace 指数,建立无套利金融市场下带跳的欧式期权定价模型,得到无套利约束条件下的欧式期权定价公式,拓展已有文献的结论。

1 基本模型介绍

设 $\{B_t\}_{0\leqslant t\leqslant T}$ 是定义在概率空间 (Ω,F,P) 上的标准布朗运动。$X=\{X_t\}_{0\leqslant t\leqslant T}$ 是一个定义在概率空间 (Ω,F,P) 上的随机过程,X 是一个 Lévy 过程,满足:(i) $X_{t=0}=0(a.s.)$;(ii) X 是独立平稳增量;(iii) X 是随机连续的,即对所有的 $a>0$ 和所有 $s\geqslant 0$,$\lim\limits_{t\to s}P(|X_t-X_s|>a)=0$。$\{F_t\}_{0\leqslant t\leqslant T}$ 是由 Lévy 过程 $\{X_t\}_{0\leqslant t\leqslant T}$ 和与之独立的标准布朗运动 $\{B_t\}_{0\leqslant t\leqslant T}$ 共同生成的 σ-域流。下面对资产价格及其随机利率的模型形式进行介绍。

1.1 股票价格模型

假设 Lévy 过程 $\{X_t\}_{0\leqslant t\leqslant T}$ 的 Laplace 变换 $E[\mathrm{e}^{\lambda X_t}]$ 有界,设 $0\leqslant t\leqslant T$ 时刻股票的价格为 $S(t)$,则标的股票价格过程为:

$$S(t)=S_0\exp\{\mu t-\frac{\sigma^2}{2}t+\sigma B_t+X_t\},0\leqslant t\leqslant T。\tag{1}$$

其中,μ、σ 为常数,分别表示股票价格的期望收益率和波动率,且假设 σ 大于 0,B_t 是标准的一维布朗运动,S_0 是初始时刻股票价格。

引理 1[11] (Lévy-Laplace 指数)X_t 为 Lévy 过程,对任意 $t\in\mathbf{R}^+$,$\lambda\in(-\infty,\lambda_u]$,$\lambda_u\geqslant 0$,存在一个函数 $\Phi:(-\infty,\lambda_u]\to\mathbf{R}$ 使得 $E[\mathrm{e}^{\lambda X_t}]=\mathrm{e}^{t\Phi(\lambda)}$,称 $\Phi(\lambda)$ 是 Lévy 过程 X_t 的 Lévy-Laplace 指数。

1.2 随机利率模型

假设金融市场上的利率是随机波动的,而金融产品的价格又受利率随机波动的影响,基于此,对市场利率服从 Ho-Lee 模型的欧式期权价格进行讨论。

Ho-Lee 模型的利率随机波动满足

$$\mathrm{d}r(t)=\theta(t)\mathrm{d}t+\sigma_r\mathrm{d}B(t)。$$

其中,σ_r 表示市场利率的波动率,$\theta(t)$ 是关于时间 t 的函数。特别地,当 $\theta(t)=0$,$r(0)=r$ 时,上述模型将化为:

$$\begin{cases}\mathrm{d}r(t)=\sigma_r\mathrm{d}B_t\\ r(0)=r\end{cases}。\tag{2}$$

方程(2)所体现的利率瞬时运动只有扩散项 $\sigma_r\mathrm{d}B_t$,而没有漂移项,这说明了利率只是围绕某一固定的常数值随机波动,本身并没有稳定移动的趋势,初始值为 r。这种利率模型在金融市场上有一定的市场解释(文献[11]曾利用该模型研究远期的定价和风险研究)。在此模型基础上,研究期权定价问题,该利率模型的解析形式为:

$$r(t)=r(0)+\int_0^t\sigma_r\mathrm{d}B_s=r+\sigma_rB_t。\tag{3}$$

2　随机利率环境下的期权定价

金融市场中期权的价值是无套利的。当利率是一个常数时,金融市场无套利相当于风险资产的折现 $e^{-rt}S_t$ 在概率测度 P 下是一个鞅,等价于 $E[e^{-rt}S_t]=S_0$,a.s.。而当利率随机时,金融市场中无套利则意味着 $\exp\{-\int_0^t r(s)\mathrm{d}s\}S_t$ 在概率测度 P 下是一个鞅,等价于 $E[\exp\{-\int_0^t r(s)\mathrm{d}s\}S_t]=S_0,a.s.$。

定理 1　随机利率条件下,假设股票价格过程满足(1),则金融市场无套利约束条件为 $\mu = r + \frac{1}{6}\sigma_r^2t^2 - \Phi(1)$,其中,$\Phi(1)$ 为 Lévy 过程 X_t 的 Lévy-Laplace 指数。

证明:由 $\sigma_r\int_0^t B_s\mathrm{d}sN(0,\frac{1}{3}\sigma_r^2t^3)$,特征函数 $E[e^{\sigma_r\int_0^t B_s\mathrm{d}s}]=e^{\frac{1}{6}\sigma_r^2t^3}$

且由引理 1 可得

$$
\begin{aligned}
&E[\exp\{-\int_0^T r(s)\mathrm{d}s\}S_t]\\
&=E[\exp\{-r(t)+\sigma_r\int_0^T B_s\mathrm{d}s\}S_0\exp\{\mu t-\frac{\sigma^2}{2}t+\sigma B_t+X_t\}]\\
&=E[S_0\exp\{-rt+\mu t-\frac{\sigma^2}{2}t-\frac{1}{6}\sigma_r^2t^3+\frac{\sigma^2}{2}t+\Phi(1)t\}]\\
&=S_0\exp\{-rt+\mu t-\frac{1}{6}\sigma_r^2t^3+\Phi(1)t\}=S_0。
\end{aligned}
$$

由此可得无约束条件为 $\mu = r + \frac{1}{6}\sigma_r^2t^2-\Phi(1)$。

定理 2　在定理 1 条件下,利率随机且运动方程满足公式(2)时,欧式看涨、看跌期权的定价公式分别为:

$$
C_t=E[e^{-rt-\sigma_r\int_0^t B_s\mathrm{d}s}(S_0\exp\frac{1}{6}\sigma_r^2T^3-\Phi(1)T+X_T\ \exp(r-\frac{\sigma^2}{2})T+\sigma B_T-K)^+],\tag{4}
$$

$$
P_t=E[e^{-rt-\sigma_r\int_0^T B_s\mathrm{d}s}(K-S_0\exp\frac{1}{6}\sigma_r^2T^3-\Phi(1)T+X_T\ \exp(r-\frac{\sigma^2}{2})T+\sigma B_T)^+]。\tag{5}
$$

其中,C_t、P_t 分别表示到期日 t 时刻看涨期权以及看跌期权的价格,K 表示敲定价格,σ、σ_r 分别表示金融市场上股票价格和市场利率的波动率。

证明:在定理 1 条件下,欧式看涨期权

$$
\begin{aligned}
C_t&=E[e^{-\int_0^T r(s)\mathrm{d}s}(S_T-K)^+]\\
&=E[e^{-rT-\sigma_r\int_0^T B_s\mathrm{d}s}(S_0\exp rT+\frac{1}{6}\sigma_r^2T^3-\Phi(1)T-\frac{\sigma^2}{2}T+\sigma B_T+X_T-K)^+]\\
&=E[e^{-rT-\sigma_r\int_0^T B_s\mathrm{d}s}(S_0\exp\frac{1}{6}\sigma_r^2T^3-\Phi(1)T+X_T\ \exp(r-\frac{\sigma^2}{2})T+\sigma B_T-K)^+]。
\end{aligned}
$$

同理,由 $P_t=E[e^{-\int_0^T r(s)\mathrm{d}s}(K-S_T)^+]$ 可得出看跌期权定价公式。

由上述定理可知,若不考虑随机利率的影响,由标准布朗运动驱动下的标的股票价格过程的欧式看涨、看跌期权定价公式分别为

$$
C(S_0,K,T,r,\sigma)=E[e^{-rT}(S_0\exp\{(r-\frac{\sigma^2}{2})T+\sigma B_T\}-K)^+],\tag{6}
$$

$$
P(S_0,K,T,r,\sigma)=E[e^{-rT}(K-S_0\exp\{(r-\frac{\sigma^2}{2})T+\sigma B_T\})^+]。\tag{7}
$$

则利率随机服从 Ho-Lee 模型下标的股票价格过程由 Lévy 驱动的欧式看涨、看跌期权的定价公式可分别记为:

$$C_t = C[\mathrm{e}^{-\sigma_r\int_0^T B_s \mathrm{d}s}(S_0 \exp \frac{1}{6}\sigma_r^2 T^3 + \Phi(1)T + X_T \ ,K,T,r,\sigma)], \tag{8}$$

$$P_t = P[\mathrm{e}^{-\sigma_r\int_0^T B_s \mathrm{d}s}(S_0 \exp \frac{1}{6}\sigma_r^2 T^3 + \Phi(1)T + X_T \ ,K,T,r,\sigma)]。 \tag{9}$$

由上可知,Ho-Lee 模型下由 Lévy 过程驱动的股票价格的期权定价公式在形式上与传统的 B-S 期权定价公式一致,可看作是对 B-S 公式的推广。

3 Ho-Lee 模型下 Lévy 纯跳驱动下的期权定价

假设计数过程 $\{N_t\}_{0\leqslant t\leqslant T}$ 为概率空间 (Ω,F_t,P) 上强度为 $\bar{\lambda}$ 的 Poisson 过程,则满足下列条件:

1) $N(0)=0$;

2) $N(t)$ 是独立增量过程;

3)对 $\forall a \geqslant 0, t>0, (a, a+t]$ 上的增量 $N(a+t)-N(a)$ 服从参数 $\bar{\lambda}t$ 的泊松分布,即

$$P\{N(a+t)-N(a)=k\}=\frac{(\bar{\lambda}t)^k}{k!}\mathrm{e}^{-\lambda t}, k=0,1,\cdots$$

且 $V=\{V_i\}_{i\in \mathbf{N}^+}$,V_i 表示第 i 次跳跃的幅度,并且它是独立同分布的跃度随机变量,且满足下列条件:

1) $V_0=1, V_i \in (-1,+\infty)$;

2)对任意的 $v\in(-\infty,1)$,有 $E[(1+V)^v]<\infty$ 。

F_t 是由 $\{B_t\}_{0\leqslant t\leqslant T}$,$\{N_t\}_{0\leqslant t\leqslant T}$ 和 $\{V_i\}_{i\in \mathbf{N}^+}$ 共同生成的 σ- 域流,三者彼此独立。此时股票价格过程为:

$$S_t = S_0 \exp\{ut - \frac{\sigma^2}{2}t + \sigma B_t\}\prod_{i=1}^{N_t}(1+V_i), t\in[0,T]。 \tag{10}$$

由 Possion 过程的性质可得到:

$$\begin{aligned} E[\mathrm{e}^{X_t}] &= E[(\prod_{i=1}^{N_t}(1+V_i) \mid N_t = n)P(N_t=n) \\ &= \sum_{n=0}^{\infty}(E(1+V_i))^n \frac{\mathrm{e}^{-\lambda t}(\bar{\lambda}t)^n}{n!} = \exp\{\bar{\lambda}tEV\} 。\end{aligned}$$

这时的 Lévy-Laplace 指数 $\Phi(1)=\bar{\lambda}EV$,可知无套利约束条件为 $u = r + \frac{1}{6}\sigma_r^2 t^2 - \bar{\lambda}EV$。

定理 3 在无套利约束条件下,股票价格过程(10)的欧式看涨期权的定价公式为:

$$C_T = \sum_{n=0}^{\infty}[S_0\mathrm{e}^{-\sigma_r\int_0^T B_s \mathrm{d}s + \frac{1}{6}\sigma_r^2T^3 - \lambda hT}(1+h)^n N(d_1) - K\mathrm{e}^{-rT-\sigma_r\int_0^T B_s \mathrm{d}s}N(d_2)]\frac{\mathrm{e}^{-\lambda T}(\bar{\lambda}T)^n}{n!}, \tag{11}$$

其中,

$$d_1 = \frac{\ln\frac{S_0\mathrm{e}^{-\lambda hT}(1+h)^n}{K} + (r + \frac{1}{6}\sigma_r^2T^2 + \frac{\sigma_r^2}{2})T}{\sigma\sqrt{T}}, d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T} 。$$

假设跃度 $V_i = h \neq 0 (i=1,2,\cdots)$ 。

证明:因为 B_T 是均值为 0、方差为 T 的正态随机变量,用 $\sqrt{T}Z$ 代替 B_T ,其中 Z 是标准正态变量。

$$S_T = S_0\exp(r + \frac{1}{6}\sigma_r^2T^2 - \bar{\lambda}EV)T - \frac{\sigma^2}{2}T + \sigma\sqrt{T}Z)\prod_{i=1}^{N_t}(1+V_i) 。 \tag{12}$$

因此

$$C_{\mathrm{T}} = \sum_{n=0}^{\infty}\mathrm{e}^{-rT-\sigma_r\int_0^{\mathrm{T}}\mathrm{B_s}ds}[\mathrm{S}_0 e^{(\mathrm{r}+\frac{1}{6}\sigma_r{}^2-\mathrm{T}2-\bar{\lambda}EV)T-\frac{\sigma 2}{2}\mathrm{T}+\sigma\sqrt{\mathrm{T}}\mathrm{Z}}\prod_{i=1}^{N_t}(1+\mathrm{V_i}) - \mathrm{K}]^+ \frac{e^{-\bar{\lambda}\mathrm{T}}(\bar{\lambda}\mathrm{T})^{\mathrm{n}}}{\mathrm{n}!},$$

从而:

$$C_T = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{\mathrm{e}^{-rT-\sigma_r\int_0^T B_s \mathrm{d}s}}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{+\infty}[S_0\mathrm{e}^{(r+\frac{\sigma_r^2T2}{6}-\lambda EV)T-\frac{\sigma 2}{2}T+\sigma\sqrt{T}x}\prod_{i=1}^{N_t}(1+V_i)-K]^+\mathrm{e}^{\frac{-x2}{2}}\mathrm{d}x \cdot \frac{\mathrm{e}^{-\lambda T}(\bar{\lambda}T)^n}{n!}, \tag{13}$$

则由 $S_T > K$,计算公式(13)括号中的表达式。即

$S_0\{\exp\{(r+\frac{1}{6}\sigma_r^2T^2-\bar{\lambda}EV)T-\frac{\sigma^2}{2}T+\sigma\sqrt{T}a\}\prod_{i=1}^{N_t}(1+h)>K$,可得:

$$a > \frac{\ln\frac{S_0\mathrm{e}^{-\lambda hT}(1+h)^n}{K}+(r+\frac{\sigma_r^2}{6}T^2-\frac{\sigma^2}{2})T}{\sigma\sqrt{T}}。$$

可得期权价格

$$C_T=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\mathrm{e}^{-rT-\sigma_r\int_0^T B_s\mathrm{d}s}}{\sqrt{2\pi}}\int_a^{+\infty}[S_0\exp\left\{(r+\frac{\sigma_r^2T^2}{6}-\bar{\lambda}h)T-\frac{\sigma^2}{2}T+\sigma\sqrt{T}x\right\}(1+h)^n-K]\mathrm{e}^{-\frac{x^2}{2}}\mathrm{d}x\ 。\tag{14}$$

把上述积分分成两部分:

第二项

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_a^{+\infty}-K\mathrm{e}^{-\frac{x^2}{2}}\mathrm{d}x=-K(1-N(a))=-KN(-a);\tag{15}$$

第一项

$$\begin{aligned}&\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_a^{+\infty}S_0\exp\{(r+\frac{1}{6}\sigma_r^2T^2-\bar{\lambda}h)T-\frac{\sigma^2}{2}T+\sigma\sqrt{T}x\}(1+h)^n\mathrm{e}^{\frac{x^2}{2}}\mathrm{d}x\\
&=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}S_0(1+h)^n\exp\{(r+\frac{1}{6}\sigma_r^2T^2-\bar{\lambda}h)T-\frac{\sigma^2}{2}T\}\int_a^{+\infty}\mathrm{e}^{\sigma\sqrt{T}x}\cdot\mathrm{e}^{-\frac{x^2}{2}}\mathrm{d}x\\
&=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}S_0(1+h)^n\exp\{(r+\frac{1}{6}\sigma_r^2T^2-\bar{\lambda}h)T-\frac{\sigma^2}{2}T\}\int_a^{+\infty}\mathrm{e}^{(-\frac{(x-\sigma\sqrt{T})2}{2}+\frac{\sigma 2T}{2})}\mathrm{d}x\\
&=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}S_0(1+h)^n\exp\{(r+\frac{1}{6}\sigma_r^2T^2-\bar{\lambda}h)T-\frac{\sigma^2}{2}T\}\int_{a-\sigma\sqrt{T}}^{+\infty}\mathrm{e}^{-\frac{y2}{2}}\mathrm{d}y\\
&=S_0(1+h)^n\exp\{(r+\frac{1}{6}\sigma_r^2T^2-\bar{\lambda}h)T-\frac{\sigma^2}{2}T\}(1-N(a-\sigma\sqrt{T}))\\
&=S_0(1+h)^n\exp\{(r+\frac{1}{6}\sigma_r^2T^2-\bar{\lambda}h)T-\frac{\sigma^2}{2}T\}N(-(a-\sigma\sqrt{T}))\ 。\end{aligned}\tag{16}$$

记

$$d_1=-(a-\sigma\sqrt{T})=\frac{\ln\frac{S_0\mathrm{e}^{-\bar{\lambda}hT(1+h)n}}{K}+(r+\frac{\sigma_r^2T^2}{6}+\frac{\sigma^2}{2})T}{\sigma\sqrt{T}},d_2=d_1-\sigma\sqrt{T}\ 。$$

将式(15)、(16)代入式(14)可得看涨期权的定价公式

$$C_T=\sum_{n=0}^{\infty}[S_0\mathrm{e}^{-\sigma_r\int_0^T B_s\mathrm{d}s+\frac{1}{6}\sigma_r^2T3-\lambda hT}(1+h)^nN(d_1)-K\mathrm{e}^{-rT-\sigma_r\int_0^T B_s\mathrm{d}s}N(d_2)]\frac{\mathrm{e}^{-\lambda T}(\bar{\lambda}T)^n}{n!}\text{,得证。}$$

4　小结

在金融市场中,期权的价格不仅受标的价格变动的影响,而且与利率的波动密切相关。利率是决定所有金融衍生产品价格的一个重要因素,考虑了利率的随机性对股票价格的影响,将利率服从 Ho-Lee 模型和标的资产服从 Lévy 驱动的过程结合在一起,建立了新的随机微分方程,使得股票定价更加贴合实际。利用 Lévy-Laplace 指数研究了欧式期权定价问题,研究了在股票价格存在连续跳跃的情况下,借助 Poisson 过程和 Lévy-Laplace 指数数学工具得到了无套利金融市场下欧式看涨期权定价公式。本研究进一步丰富和拓展了文献[4]中的期权定价理论,结论可进一步拓展到其他类型期权的定价研究中。

参考文献:

[1]李淑锦.在随机利率条件下欧式期权、美式期权的定价及其期权定价理论的应用[D].杭州:浙江大学,2005:56-68.

LI Shujin.European option and American option pricing with stochastic interest rate and their applications[D].Hangzhou:Zhejiang University,2005:56-68.

[2]刘坚,文凤华,马超群.欧式期权和交换期权在随机利率以及 O-U 过程下的精算定价方法[J].系统工程理论与实践,2009,

29(12):118-124.
LIU Jian, WEN Fenghua, MA Chaoqun. Actuarial pricing approach to Europe option and exchange option under stochastic interest rates and O-U process[J]. Systems Engineering: Theory & Practice, 2009, 29(12): 118-124.
[3]郭精军,张亚芳.次分数 Vasicek 随机利率模型下的欧式期权定价[J].应用数学,2017,30(3):503-511.
GUO Jingjun, ZHANG Yafang. European option pricing under subfractional Vasicek stochastic interest rate model[J]. Mathematica Applicata, 2017, 30(3): 503-511.
[4]BLACK F, SCHOLES M. The pricing of options and corporate liabilities[J]. Journal of Political Economy, 1973, 81(3): 637-654.
[5]LO A W, MACKINLAY A C. Stock market prices do not follow random walks: Evidence from a simple specification test [J]. Review of Financial Studies, 1988, 1(1): 41-46.
[6]BENHAMOU E. Option pricing with Lévy process[J]. SSRN Electronic Journal, 2003, 1(1): 1-22.
[7]黄伯强,杨纪龙,马树建.Lévy 过程驱动下的欧式期权定价和套期保值[J].南京师范大学学报(工程技术版),2007(1):78-84.
HUANG Boqiang, YANG Jilong, MA Shujian. European option pricing and hedging driven by lévy process[J]. Journal of Nanjing Normal University (Engineering Edition), 2007(1): 78-84.
[8]吴恒煜,朱福敏,温金明.带杠杆效应的无穷维纯跳跃 Lévy 过程期权定价[J].管理科学学报,2014,17(8):74-94.
WU Hengyu, ZHU Fumin, WEN Jinming. Infinite dimensional pure jump lévy process option pricing with leverage[J]. Journal of Management Science, 2014, 17(8): 74-94.
[9]BAO J Y, ZHAO Yu X. Option pricing in Markov-modulated exponential Lévy models with stochastic interest rate[J]. Journal of Computational and Applied Mathematics, 2019, 357: 146-160.
[10]黄虹,王向荣,张勇.Knight 不确定环境下 Lévy 市场中的期权定价[J].数学的实践与认识,2016,46(20):87-92.
HUANG Hong, WANG Xiangrong, ZHANG Yong. Option pricing under Knight uncertainty in Lévy market[J]. Mathematics in Practice and Theory, 2016, 46(20): 87-92.
[11]张屹山,田萍.浮动利率结构下的远期定价与风险管理[J].中国软科学,2004(9):131-134.
ZHANG Yishan, TIAN Ping. Forward price and risk management with the structure of floating rate[J]. China Soft Science, 2004(9): 131-134.

(责任编辑:傅　游)

(上接第 60 页)

[12]秦跃平,宋宜猛,杨小彬,等.粒度对采空区遗煤氧化速度影响的实验研究[J].煤炭学报,2010,35(5):132-135
QIN Yueping, SONG Yimeng, YANG Xiaobin, et al. Experimental study on coal granularity influencing oxidation rate in goaf[J]. Journal of China Coal Society, 2010, 35(5): 132-135.
[13]秦跃平,宋怀涛,刘伟,等.煤粒分散度对遗煤自燃影响的试验研究[J].煤矿安全,2015,46(1):22-25
QIN Yueping, SONG Huaitao, LIU Wei, et al. Experimental study on the influence of coal particle dispersion on spontaneous combustion of residual coal[J]. Safety in Coal Mines, 2015, 46(1): 22-25.
[14]LI J H, LI Z H, YANG Y L, et al. Experimental study on the effect of mechanochemistry on coal spontaneous combustion [J]. Powder Technology, 2018, 339: 102-110.
[15]ZHOU C S, ZHANG Y L, WANG J F, et al. Study on the relationship between microscopic functional group and coal mass changes during low-temperature oxidation of coal[J]. International Journal of Coal Geology, 2017, 171: 212-222.
[16]刘祺峰.基于热重分析的煤氧复合过程中特征温度点的研究[D].西安:西安科技大学,2007.
LIU Qifeng. Study on characteristic temperature points in coal-oxygen composite process based on thermogravimetric analysis[J]. Xi'an: Xi'an University of Science and Technology, 2007.
[17]粟才全,王刚,张睿,等.梁宝寺煤矿小煤样自燃升温指标气体的试验研究[J].山东科技大学学报(自然版),2009,28(4):87-92.
SU Caiquan, WANG Gang, ZHANG Rui, et al. Experimental study on indicative gases of temperature rise with self-ignition of coal samples in Liangbaosi colliery[J]. Journal of Shandong University of Science and Technology (Natural Science), 2009, 28(4): 87-92.

(责任编辑:吕海亮)