

DOI: 10.16452/j.cnki.sdkjzk.2020.06.004

文章编号:1672-3767(2020)06-0034-08

引用格式:代阳,刘超. Helmert 方差分量估计在 GPS/GLONASS/BDS/Galileo 组合定位权比确定中的应用[J].山东科技大学学报(自然科学版),2020,39(6):34-41.

DAI Yang, LIU Chao. Application of Helmert variance component estimation in GPS/GLONASS/BDS/Galileo single point positioning weight determination[J].Journal of Shandong University of Science and Technology(Natural Science),2020,39(6):34-41.

Helmert 方差分量估计在 GPS/GLONASS/BDS/Galileo 组合定位权比确定中的应用

代 阳,刘 超

(安徽理工大学 测绘学院,安徽 淮南 232001)

摘 要:针对全球定位系统/格洛纳斯/北斗/伽利略(GPS/GLONASS/BDS/Galileo)多系统组合定位时,因不同系统的星座结构与观测值精度不一致,系统间等权方式组合不合理的问题,提出采用基于赫尔默特方差分量估计(Helmert)确定系统间观测值权比的方法,并选取位于南半球、北半球和赤道附近的多个测站观测数据进行伪距单点定位对比实验。结果表明,与等权方案相比,采用 Helmert 方差分量估计的定权方案在北、东、天顶方向上的定位精度与可靠性均有所提升,部分测站的东方向定位精度最大可以改善 29%。在对多系统组合定位时,建议采用 Helmert 方差分量估计确定系统间的相对权比,以提高定位的精度与可靠性。

关键词:全球导航卫星系统(GNSS);单点定位;随机模型;定位精度;赫尔默特方差分量估计(Helmert)

中图分类号:P288.4

文献标志码:A

Application of Helmert variance component estimation in GPS/GLONASS/BDS/Galileo single point positioning weight determination

DAI Yang, LIU Chao

(School of Geodesy and Geomatics, Anhui University of Science & Technology, Huainan, Anhui 232001, China)

Abstract: Considering the irrationality of the combination of equal weight methods between systems in GPS/GLONASS/BDS/Galileo multi-system combined positioning due to inconsistency of the constellation structure of different systems with the accuracy of the observations, Helmert variance component estimation was proposed to determine the weight ratio of observation values between systems. The observation data of multiple stations located in the southern hemisphere, northern hemisphere and the equator were selected to perform a pseudo-range single-point positioning comparison experiment. The results show that compared with the equal weight scheme, the positioning accuracy and reliability of the fixed weight scheme using Helmert variance component estimation in the north, east, and zenith directions have been improved. The positioning accuracy of some stations can be improved up to 29% in the east. In the combined positioning of multiple systems, Helmert variance component estimation is recommended to determine the relative weight ratio between systems to improve the accuracy and reliability of positioning.

收稿日期:2019-06-03

基金项目:国家自然科学基金项目(41404004)

作者简介:代 阳(1995—),男,河南信阳人,硕士研究生,从事卫星导航与定位方面研究.E-mail: 1813816805@qq.com

刘 超(1985—),男,陕西蒲城人,副教授,博士,从事 GNSS 精密定位技术方面研究,本文通信作者.

E-mail: chaoliu0202@gmail.com

Key words: global navigation satellite system (GNSS); single point positioning; stochastic model; positioning accuracy; Helmert variance component estimation

随着全球导航卫星系统(global navigation satellite system, GNSS)的不断完善与发展,多模 GNSS 系统组合与兼容成为了目前卫星组合导航定位的主要方法^[1-2]。在众多导航系统中,因为美国的全球定位系统(global positioning system, GPS),俄罗斯的格洛纳斯系统(global navigation satellite system, GLONASS),中国的北斗系统(BeiDou navigation satellite system, BDS)与欧盟的伽利略系统(Galileo satellite navigation system, Galileo)精度高,可靠性强,成为了目前卫星导航定位的主流系统。相较于单系统,采用 GPS/GLONASS/BDS/Galileo 多系统组合导航定位能够覆盖更加广泛的时空域,提供更加充足的可视卫星,优化星座结构,稀释几何精度因子,从而提高定位的可靠性和稳定性^[3-4]。同时在算法方面,组合导航定位通过不同系统的组合,削弱了单系统中的系统性误差。而且,多系统提供的适量冗余数据能够改善由于过少观测量而导致的法方程病态问题,并为选星提供更多更优的选择策略,从而进一步提高定位的精准度。因此采用 GPS/GLONASS/BDS/Galileo 组合导航定位,能够提供更优更可靠的导航定位服务。

在多系统组合导航定位中,伪距单点定位模型由于无需固定整周模糊度,解算速度快,被广泛运用于生产实践中。该模型采用最小二乘算法,解算精度受几何模型与随机模型精度影响。且各个系统的观测值权阵组成了随机模型,反映了各个观测值对定位解算的贡献大小,因此观测值权阵是影响定位精度的重要因素。在多系统伪距单点定位时,如果仅采用等权及高度角模型定权,简单地将总观测值糅合起来,笼统地将各类系统观测值分为一类,而忽略不同系统之间星座结构与导航性能差异所带来的各类观测值之间精度不同的不利因素,反而会降低定位精度^[5-6]。因此,如何确定各个系统间的权比,对提高 GPS/GLONASS/BDS/Galileo 组合伪距单点定位的精确度至关重要。

常用于确定导航定位权阵的随机模型通常分为:等权模型、信噪比模型、M 残差法、最优不变二次无偏估计法与赫尔默特方差分量估计法(Helmert variance component estimation,简称 Helmert)等。其中,因 Helmert 方差分量估计能够通过每个历元预平差得到残差改正数,实时估计各个系统间伪距观测值的验后单位权方差,进而得到系统间权阵,被广泛应用于多系统组合的导航定位中^[7-9]。在 GPS/GLONASS 组合定位中,段举等^[10]和高晓等^[11]采用 Helmert 方差分量估计对 GPS、GLONASS 两个系统进行定权分析,得出伪距单点定位时的合理权比为 2 : 1,载波定位时的合理权比为 1 : 1,且在该权比下,定位的精度与可靠性明显提高。在 GPS/BDS 组合定位中,由于北斗星座的特殊性,刘天骏等^[12]将北斗卫星分为地球静止轨道、中地球轨道、倾斜地球同步轨道三类轨道卫星,针对在部分观测情况下中地球轨道卫星数量过少的问题,将指数加权与 Helmert 方差分量估计结合,有效地提高了静态与动态单点定位的精度。在 GPS/GLONASS/BDS 组合定位中,刘金海等^[13]采用 Helmert 方差分量估计在单点定位中将各个系统间的权比设置为 5 : 1 : 1,相对定位中的权比为 1 : 1 : 1,其定位结果与等权模型相比具有明显的改善。在现代 GNSS 组合导航定位发展中,GPS 与 GLONASS 系统正在不断完善,BDS 系统逐步投放卫星完成全球组网,Galileo 系统也在发挥着越来越大的作用,GPS/GLONASS/BDS/Galileo 四系统组合定位俨然成为导航定位的主流。鉴于各个系统的差异,合理设置系统间的权重对提高定位精度具有重要的意义。

1 四系统组合单点定位的函数模型

GPS/GLONASS/BDS/Galileo 伪距单点定位的观测方程为^[14]:

$$\begin{cases} \rho^G = r^G + c dt_r - c dt_s^G + \delta_{ion}^G + \delta_{trop}^G + \delta_{mul}^G + \epsilon^G \\ \rho^R = r^R + c dt_r - c dt_s^R + c T_{sys}^R + \delta_{ion}^R + \delta_{trop}^R + \delta_{mul}^R + \epsilon^R \\ \rho^B = r^B + c dt_r - c dt_s^B + c T_{sys}^B + \delta_{ion}^B + \delta_{trop}^B + \delta_{mul}^B + \epsilon^B \\ \rho^E = r^E + c dt_r - c dt_s^E + c T_{sys}^E + \delta_{ion}^E + \delta_{trop}^E + \delta_{mul}^E + \epsilon^E \end{cases}, \quad (1)$$

其中:上标 G、R、B、E 分别代表 GPS、GLONASS、BDS 和 Galileo 四个导航系统; r 为卫星到接收机之间的几何距离; ρ 为各个卫星观测得到的伪距值; c 为真空中的光速(299 792 458 m/s); dt_r 为接收机钟差; dt_s 为卫

星钟差; T_{sys}^R 、 T_{sys}^B 和 T_{sys}^E 为 GLONASS、BDS、Galileo 与 GPS 系统间的时间偏差; δ_{ion} 、 δ_{trop} 、 δ_{mul} 和 ϵ 分别为电离层延迟、对流层延迟、多路径效应和观测噪声。

采用 Klobuchar 模型消除电离层延迟, Saastamoinen 模型进行对流层延迟改进^[15]。将观测方程进行线性化:

$$V = A\hat{x} - L, \tag{2}$$

方程中的各个变量的表达式如下:

$$V = [V_G \quad V_R \quad V_B \quad V_E]^T, \tag{3}$$

$$A = \begin{bmatrix} \frac{x^G - x_0}{r} & \frac{y^G - y_0}{r} & \frac{z^G - z_0}{r} & c & 0 & 0 & 0 \\ \frac{x^R - x_0}{r} & \frac{y^R - y_0}{r} & \frac{z^R - z_0}{r} & c & c & 0 & 0 \\ \frac{x^B - x_0}{r} & \frac{y^B - y_0}{r} & \frac{z^B - z_0}{r} & c & 0 & c & 0 \\ \frac{x^E - x_0}{r} & \frac{y^E - y_0}{r} & \frac{z^E - z_0}{r} & c & 0 & 0 & c \end{bmatrix}, \tag{4}$$

$$\hat{x} = [dx \quad dy \quad dz \quad dt_r \quad T_{sys}^R \quad T_{sys}^B \quad T_{sys}^E]^T, \tag{5}$$

$$L = [l^G \quad l^R \quad l^B \quad l^E]^T. \tag{6}$$

其中: V 为各个系统的伪距观测值的改正值; A 为四个系统的线性化后的几何设计矩阵, 其中 $[x_0 \quad y_0 \quad z_0]$ 为经最小二乘迭代得到的接收机近似坐标, $[x^i \quad y^i \quad z^i]$ 为卫星坐标, i 代表着 G、R、B 或 E。 \hat{x} 是由待求参数组成的向量, 其中 dx 、 dy 、 dz 为接收机的三维坐标的改正数, dt_r 为 GPS 系统的钟差, T_{sys}^R 、 T_{sys}^B 和 T_{sys}^E 为 GLONASS、BDS、Galileo 与 GPS 系统间的时间偏差; L 为各个系统的伪距观测值残差向量。

2 四系统组合单点定位的随机模型

2.1 高度角定权模型

卫星的定位精度会随着自身位置发生改变, 通常认为这些精度与卫星的高度角呈正相关。在卫星信号的传播过程中, 其观测值的质量会受到电离层、对流层以及多路径效应的影响, 而这些误差的影响随着卫星高度角的增加而不断减弱, 达到天顶方向时, 受到的影响最小。目前, 高度角定权模型的常用函数有两类, 分别为三角函数高度角模型和指数高度角模型, 其表达式分别为^[16]:

$$P = (\sin(\varphi))^2, \tag{7}$$

$$P = \frac{1}{s \left(a_0 + a_1 \exp\left(\frac{-\varphi}{\varphi_0}\right) \right)}. \tag{8}$$

其中: P 为该卫星观测值的权值; φ 为卫星高度角; s 为与实测数据相关的比例因子; φ_0 为参考高度角; a_0 与 a_1 为经验系数。由于本研究使用的是分布在全球的 9 个站点的数据, 若运用指数高度角模型, 相应参数需根据不同站点的情况做出调整, 且较难获取。故选择三角函数高度角模型。

2.2 Helmert 方差分量估计

GPS/GLONASS/BDS/Galileo 四系统的 Helmert 方差分量估计的步骤^[17]:

1) 根据各个系统的伪距观测值, 系统之间的初始经验权比设置为 $P_G = P_R = P_B = P_E = 1$, 同一系统内部通过高度角方式定权。高度角的定权公式为:

$$P_{i,k} = (\sin(\varphi_k))^2, \tag{9}$$

式中, P 为权值; i 代表 G、R、B 或 E; k 代表某颗卫星的序列号; φ_k 为第 k 颗卫星的高度角。

2) 对观测方程进行预平差, 计算出各类系统观测值改正数 V ;

3) 通过严密 Helmert 方差分量估计, 计算出各个系统的单位权方差因子 θ ;

$$\boldsymbol{\theta} = \mathbf{S}^{-1} \mathbf{W}; \quad (10)$$

式中各个变量计算如下:

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} n^G - 2tr(\mathbf{N}^{-1}\mathbf{N}^G) + tr(\mathbf{N}^{-1}\mathbf{N}^G)^2 & tr(\mathbf{N}^{-1}\mathbf{N}^G\mathbf{N}^{-1}\mathbf{N}^R) & tr(\mathbf{N}^{-1}\mathbf{N}^G\mathbf{N}^{-1}\mathbf{N}^B) & tr(\mathbf{N}^{-1}\mathbf{N}^G\mathbf{N}^{-1}\mathbf{N}^E) \\ tr(\mathbf{N}^{-1}\mathbf{N}^G\mathbf{N}^{-1}\mathbf{N}^R) & n^R - 2tr(\mathbf{N}^{-1}\mathbf{N}^R) + tr(\mathbf{N}^{-1}\mathbf{N}^R)^2 & tr(\mathbf{N}^{-1}\mathbf{N}^R\mathbf{N}^{-1}\mathbf{N}^B) & tr(\mathbf{N}^{-1}\mathbf{N}^R\mathbf{N}^{-1}\mathbf{N}^E) \\ tr(\mathbf{N}^{-1}\mathbf{N}^G\mathbf{N}^{-1}\mathbf{N}^B) & tr(\mathbf{N}^{-1}\mathbf{N}^R\mathbf{N}^{-1}\mathbf{N}^B) & n^B - 2tr(\mathbf{N}^{-1}\mathbf{N}^B) + tr(\mathbf{N}^{-1}\mathbf{N}^B)^2 & tr(\mathbf{N}^{-1}\mathbf{N}^B\mathbf{N}^{-1}\mathbf{N}^E) \\ tr(\mathbf{N}^{-1}\mathbf{N}^G\mathbf{N}^{-1}\mathbf{N}^E) & tr(\mathbf{N}^{-1}\mathbf{N}^R\mathbf{N}^{-1}\mathbf{N}^E) & tr(\mathbf{N}^{-1}\mathbf{N}^B\mathbf{N}^{-1}\mathbf{N}^E) & n^E - 2tr(\mathbf{N}^{-1}\mathbf{N}^E) + tr(\mathbf{N}^{-1}\mathbf{N}^E)^2 \end{bmatrix}, \quad (11)$$

$$\mathbf{W} = [\mathbf{V}_G^T \mathbf{P}_G \mathbf{V}_G \quad \mathbf{V}_R^T \mathbf{P}_R \mathbf{V}_R \quad \mathbf{V}_B^T \mathbf{P}_B \mathbf{V}_B \quad \mathbf{V}_E^T \mathbf{P}_E \mathbf{V}_E]^T, \quad (12)$$

$$\boldsymbol{\theta} = [\theta_G^2 \quad \theta_R^2 \quad \theta_B^2 \quad \theta_E^2]^T, \quad (13)$$

$$\mathbf{N} = \mathbf{N}^G + \mathbf{N}^R + \mathbf{N}^B + \mathbf{N}^E, \quad (14)$$

$$\mathbf{N} = \mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A}, \quad (15)$$

式中, n^G 、 n^R 、 n^B 与 n^E 分别代表 GPS、GLONASS、BDS 与 Galileo 系统的观测值个数。

4) 利用各个系统单位权方差 $\boldsymbol{\theta}$, 对系统间的权阵重新赋值:

$$P^i = \frac{MP^i}{\theta_i^2}. \quad (16)$$

式中, M 为常数, 可用 θ_G^2 代替。

5) 若 $\theta_G^2 \approx \theta_R^2 \approx \theta_B^2 \approx \theta_E^2$, 则将改正后的权阵代入, 重新进行点位解算。若不满足, 则重复进行步骤 2)、3)、4), 直至各类系统的单位权方差因子几乎相同后, 停止迭代。

3 实验及分析

3.1 实验数据

本研究实验数据由 MGEX 实验网^[18] 提供, 数据分别采集于北半球亚美尼亚的 ARUC 站点、日本的 GMSD 站点与菲律宾的 PTAG 站点; 位于赤道中心附近的马来西亚的 ANMG 站点、印度尼西亚的 CIBG 站点与巴布亚新几内亚的 PNGM 站点; 位于南半球新西兰的 AUCK 站点、位于澳大利亚的 KAT1 站点和 STR1 站点。以上 9 个站点均可以接收到 GPS/GLONASS/BDS/Galileo 系统的观测数据。实验数据从 2018 年 9 月 15 日 0 时开始采集, 到 2018 年 9 月 19 日 24 点结束; 采样间隔为 30 s, 各站点采集 14 400 历元 (由于 PTAG 站点在 2018 年 9 月 19 日的观测文件不包含 BDS 与 Galileo 系统, 故 PTAG 站点该天数据舍弃)。每个站点的真实坐标由 IGS 组织 (ftp://garner.ucsd.edu/pub/docs/station_logs) 提供。

3.2 实验案例

为了验证 Helmert 方差分量估计应用于 GPS/GLONASS/BDS/Galileo 四系统组合伪距单点定位中的正确性, 在上述采集数据中分别使用等权模型与 Helmert 定权模型进行对比实验。在进行伪距单点定位解算时, 统一设置其截止高度角为 15° , 采用 L1 波段的伪距观测值, 电离层误差采用 Klobuchar 模型进行修正, 对流层误差采用 Saastamotion 模型进行改正。以 IGS 站提供的站点参考坐标作为真实值, 算出两种定权模型在各个站点的东方向 E、北方向 N、天顶方向 U 的方向偏差与点位偏差, 并统计出它们的均方根误差 (root mean square, RMS) 进行比较。

由于不同历元各个系统的可视卫星数目不同, 而每颗卫星的位置与状态也会随着时间不断变化, 因此每个历元的 GPS/GLONASS/BDS/Galileo 四系统伪距观测值的权比并非固定不变。在每个历元解算前, 采用 Helmert 方差分量估算出各个系统间的权比, 用于改善伪距单点定位的随机模型, 并求取每个站点各个系统单位权方差的平均值, 进而得到权比。其结果如表 1 所示:

由表 1 可知, 通过统计各个站点的共 14 400 历元的 GPS/GLONASS/BDS/Galileo 系统间权比得知, 由于不同地区地理位置存在差异等多方面因素影响, 不同站点的四个系统间的权比稍有不同, 但总体的趋势大致相同。GPS、Galileo 系统的权比整体大于 GLONASS 系统, 且由于此时北斗系统尚未完成全球组网, 上述站点接收到的北斗卫星数量不多, 定轨精度不高, 所以计算出的 BDS 系统的权比是最小的。

表 1 各个站点的 GPS、GLONASS、BDS 和 Galileo 系统间权比

Tab. 1 Weight ratio between GPS, GLONASS, BDS and Galileo systems at each station

站点	GPS 系统权比	GLONASS 系统权比	BDS 系统权比	Galileo 系统权比
ARUC	1.000	0.346	0.162	1.152
GMSD	1.000	0.395	0.215	1.208
PTAG	1.000	0.421	0.205	1.253
ANMG	1.000	0.292	0.130	1.320
CIBG	1.000	0.337	0.163	1.001
PNGM	1.000	0.372	0.172	1.459
AUCK	1.000	0.393	0.141	1.231
KAT1	1.000	0.267	0.151	1.251
STR1	1.000	0.399	0.126	1.194

将各个站点每个历元由 Helmert 方差分量估计得到的系统间权比代入对应的历元中,对伪距单点定位中随机模型进行改正,计算出由该模型改进后的每个历元在 E、N 以及 U 方向的方位偏差与点位偏差。并将上述结果与等权模型的定位结果对比,其结果如表 2 所示。限于篇幅,上述 9 个站点不能全部呈现,以位于北半球的 GMSD 站、赤道附近的 PNGM 站与南半球的 KAT1 站共 3 个站点为例,分别绘制出在 Helmert 定权模型与等权模型下的 E、N、U 的方向偏差,如图 1~3 所示。

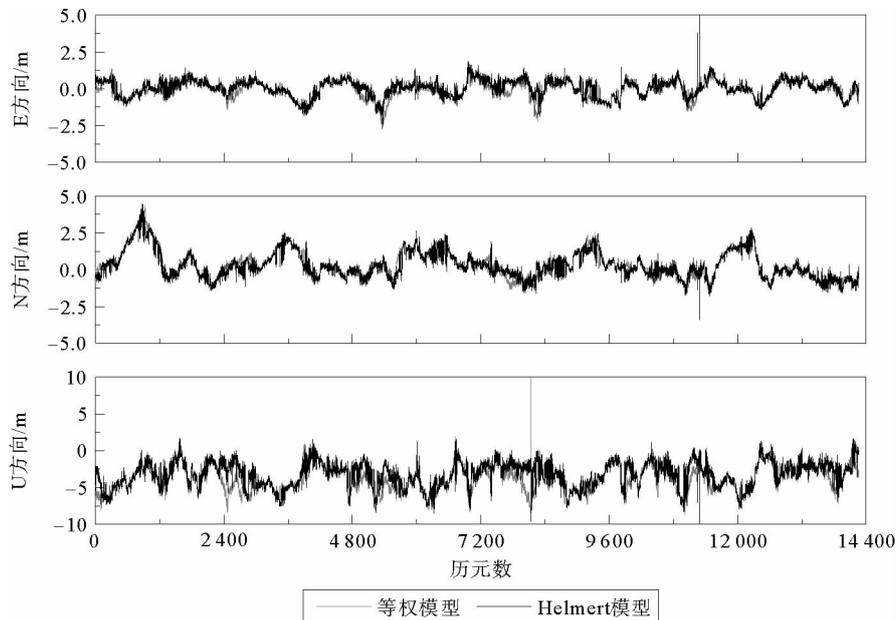


图 1 两种定权方式下 GMSD 站的定位误差

Fig. 1 Positioning error under two weighting methods in GMSD station

由图 1~3 可知,采用 Helmert 方差分量估计进行系统间定权,这三个站点在 E、N 和 U 方向上的定位结果均优于等权模型。在 E 方向上,各个站点的定位精度提升幅度较小;而在 N 方向上,PNGM 与 KAT1 站点精度提升较大;在 U 方向上,GMSD 站点与 PNGM 站点较 KAT1 站点的精度提升更加明显。

由表 2 所知,上述的 9 个站点采用 Helmert 定权的伪距单点定位结果在 N、E、U 的方向偏差与点位误差的 RMS 基本上小于由等权模型的解算结果。对比相同站点的 N、E、U 方向偏差的 RMS,发现 Helmert 方差分量估计在不同方位的定位精度改善程度各有差异。在 E 和 N 方向改善程度最高的是 ANMG 站,精

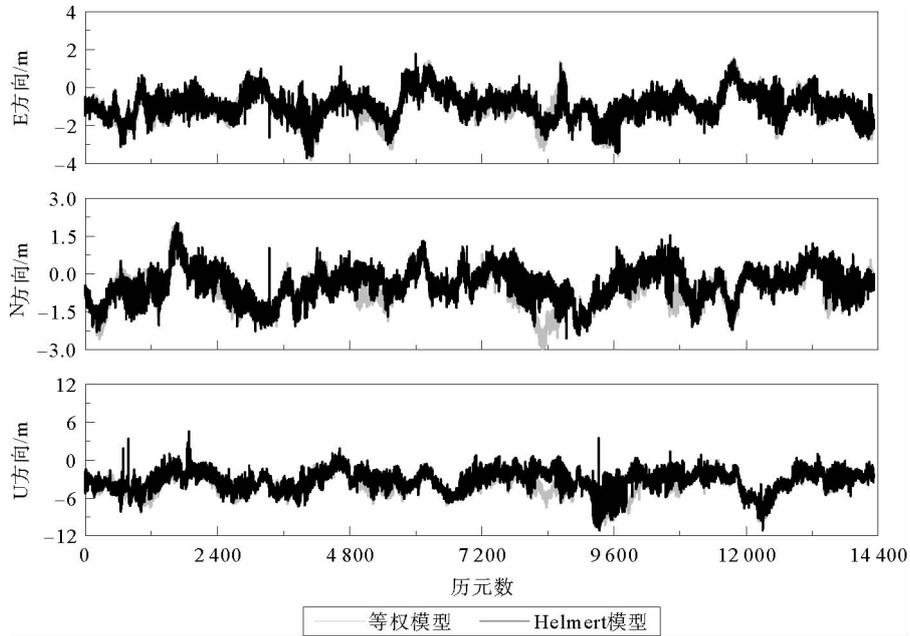


图 2 两种定权方式下 PNGM 站的定位误差

Fig. 2 Positioning error under two weighting methods in PNGM station

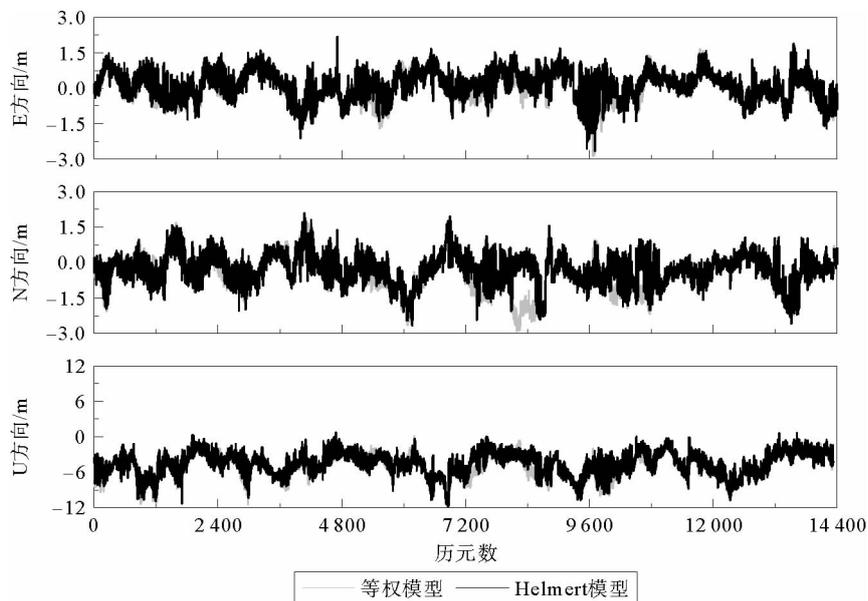


图 3 两种定权方式下 KAT1 站的定位误差

Fig. 3 Positioning error under two weighting methods in KAT1 station

度分别提升了 29.0%与 22.9%；在 U 方向改善程度最高的为 PNGM 站，精度提升了 16.0%。对比不同站点的点位误差，发现 Helmert 方差分量估计在不同站点的定位精度的改善程度也不同。其中 PNGM 站的点位误差改善程度最高，提升了 15.6%；CIBG 站的改善程度最低，仅为 3.69%。其他各站的点位误差改善程度基本都在 10%左右。

综上所述，在伪距单点定位中，通过 Helmert 方差分量估计进行系统间定权得到的定位结果精度均优于等权模型的解算结果。证明了 GPS/GLONASS/BDS/Galileo 四系统间的伪距观测值的精度存在差异，通过 Helmert 方差分量估计确定系统间的权比，改善权阵进而优化随机模型，能够有效提高定位精度。

表2 两种定权方式下各站点的计算结果统计

Tab. 2 Statistics of calculation results of each site under two different weighting modes

站点	方案	E/m	N/m	U/m	点位误差/m
ARUC	等权模型	0.635	0.751	3.081	3.234
	Helmert 模型	0.574	0.706	2.848	2.990
GMSD	等权模型	0.614	1.053	4.302	4.471
	Helmert 模型	0.580	0.967	3.698	3.866
PTAG	等权模型	0.732	0.788	3.418	3.583
	Helmert 模型	0.626	0.712	3.007	3.153
ANMG	等权模型	0.999	1.032	2.127	2.566
	Helmert 模型	0.709	0.796	2.211	2.454
CIBG	等权模型	1.051	1.657	3.506	4.018
	Helmert 模型	0.863	1.564	3.433	3.870
PNGM	等权模型	1.340	0.946	4.411	4.706
	Helmert 模型	1.194	0.787	3.705	3.971
AUCK	等权模型	0.707	1.437	4.043	4.349
	Helmert 模型	0.604	1.193	3.897	4.120
KAT1	等权模型	0.671	0.923	5.423	5.542
	Helmert 模型	0.611	0.728	4.961	5.051
STR1	等权模型	0.759	1.161	4.834	5.029
	Helmert 模型	0.730	1.131	4.299	4.505

4 结论

对 GNSS 组合导航定位中如何通过确定系统间的合理权比,提高定位精度的问题进行了讨论,得到以下结论:

1) 与等权方案相比,采用 Helmert 方差分量估计定权方案的解算结果精度在 N、E 和 U 方向上整体得到了提升;

2) 采用 Helmert 方差分量估计定权在不同地区中定位结果的改善效果不同,其中 PNGM 站改善程度最为明显,提升了 15.6%;CIBG 站的改善程度最低,仅为 3.69%;

3) 采用 Helmert 方差分量估计在相同站点中的不同方向上改善程度存在差异。对于 N 或 E 方向,采用 Helmert 方差分量估计的定位精度高于等权模型;而对于 U 方向,采用 Helmert 方差分量估计的优势更为明显,其在全部站点均取得了良好的效果;

4) 在对多系统组合定位时,建议采用 Helmert 方差分量估计确定系统间的相对权比,以提高定位的精度与可靠性。

本研究仅对伪距单点定位下 GPS/GLONASS/BDS/Galileo 四系统间的权比进行讨论,并未考虑到北斗系统内部处于不同轨道卫星的定位精度差异,这是下一步的研究方向。

参考文献:

[1] 杨元喜.北斗卫星导航系统的进展、贡献与挑战[J].测绘学报,2010,39(1):1-6.
 YANG Yuanxi.Progress,contribution and challenges of compass/Beidou satellite navigation system[J].Acta Geodaetica et Cartographica Sinica,2010,39(1):1-6.
 [2] HEGARTY C J,CHATRE E.Evolution of the global navigation satellite system (GNSS)[J].Proceedings of the IEEE,2009,96(12):1902-1917.

- [3] 布金伟, 左小清, 周羽佳, 等. BDS/GPS/GLONASS 多模融合伪距单点定位性能比较与分析[J]. 地球物理学进展, 2019, 34(5): 1707-1713.
BU Jinwei, ZUO Xiaoqing, ZHOU Yujia, et al. Comparison and analysis of BDS/GPS/GLONASS multi-mode fusion pseudorange positioning performance[J]. Progress in Geophysics, 2019, 34(5): 1707-1713.
- [4] 李鹤峰, 党亚民, 秘金钟, 等. BDS 与 GPS、GLONASS 多模融合导航定位时空统一[J]. 大地测量与地球动力学, 2013, 33(4): 73-78.
LI Hefeng, DANG Yamin, BI Jinzhong, et al. Research on spatio-temporal unification of BDS/GPS/GLONASS multi-mode fusion navigation and positioning[J]. Journal of Geodesy and Geodynamics, 2013, 33(4): 73-78.
- [5] 陶庭叶, 王志平, 蒋俊儒. GPS/BDS 单历元基线解算中随机模型的确立[J]. 大地测量与地球动力学, 2015, 35(4): 649-652.
TAO Tingye, WANG Zhiping, JIANG Junru. The method for determining the stochastic model of single epoch relative positioning of combined GPS and BDS[J]. Journal of Geodesy and Geodynamics, 2015, 35(4): 649-652.
- [6] 陈浩, 许长辉, 高井祥, 等. BDS、GPS 及其组合系统伪距单点定位精度分析[J]. 山东科技大学学报(自然科学版), 2015, 34(2): 72-78.
CHEN Hao, XU Changhui, GAO Jingxiang, et al. Precision analysis of pseudorange single point positioning by BDS, GPS and combined BDS/GPS[J]. Journal of Shandong University of Science and Technology (Natural Science), 2015, 34(2): 72-78.
- [7] 王福丽, 王潜心, 成英燕, 等. GPS/GLONASS 卫星导航系统组合定位的定权方法研究[J]. 测绘科学, 2013, 38(1): 18-19.
WANG Fuli, WANG Qianxin, CHENG Yingyan, et al. Weighting methods in GPS/GLONASS integrated positioning[J]. Science of Surveying and Mapping, 2013, 38(1): 18-19.
- [8] HU A D, LI Z S, CARTER B, et al. Helmert-VCE-aided fast-WTLS approach for global ionospheric VTEC modelling using data from GNSS, satellite altimetry and radio occultation[J]. Journal of Geodesy, 2019, 93(6): 877-888.
- [9] CAI C S, PAN L, GAO Y. A precise weighting approach with application to combined L1/B1 GPS/BeiDou positioning[J]. Journal of Navigation, 2014, 67(5): 911-925.
- [10] 段举举, 沈云中. 基于方差分量估计的 GPS/GLONASS 组合点定位[J]. 测绘通报, 2011(4): 4-6.
DUAN Jujju, SHEN Yunzhong. GPS/GLONASS combined point positioning using variance component estimation[J]. Bulletin of Surveying and Mapping, 2011(4): 4-6.
- [11] 高晓, 戴吾蛟. 基于方差分量估计确定 GPS/BD2 组合定位先验权比[J]. 大地测量与地球动力学, 2013, 33(2): 136-138.
GAO Xiao, DAI Wujiao. Determination of prior weight ratio for combined GPS/BD2 positioning based on variance component estimation[J]. Journal of Geodesy and Geodynamics, 2013, 33(2): 136-138.
- [12] 刘天骏, 王坚, 韩厚增, 等. GPS/BDS 分类组合定位的指数加权 Helmert 方差分量估计法[J]. 大地测量与地球动力学, 2018, 38(7): 684-688.
LIU Tianjun, WANG Jian, HAN Houzeng, et al. Exponential weighted Helmert variance component estimation for GPS/BDS combined positioning with satellite classification[J]. Journal of Geodesy and Geodynamics, 2018, 38(7): 684-688.
- [13] 刘金海, 涂锐, 张睿, 等. Helmert 方差分量估计在 GPS/GLONASS/BDS 组合定位权比确定中的应用[J]. 大地测量与地球动力学, 2018, 38(6): 568-570.
LIU Jinhai, TU Rui, ZHANG Rui, et al. Application of Helmert variance component estimation in GPS/GLONASS/BDS combined positioning weight determination[J]. Journal of Geodesy and Geodynamics, 2018, 38(6): 568-570.
- [14] 何俊, 袁小玲, 曾琪, 等. GPS/BDS/GLONASS 组合单点定位研究[J]. 测绘科学, 2014, 39(8): 124-128.
HE Jun, YUAN Xiaoling, ZENG Qi, et al. Study on GPS/BDS/GLONASS combined single point positioning[J]. Science of Surveying and Mapping, 2014, 39(8): 124-128.
- [15] SAASTAMOINEN J. Contributions to the theory of atmospheric refraction[J]. Bulletin Géodésique, 1973, 107(1): 13-34.
- [16] GERDAN G P. A comparison of four methods of weighting double difference pseudorange measurements[J]. Australian Surveyor, 1995, 40(4): 60-66.
- [17] 崔希璋. 广义测量平差[M]. 武汉: 武汉大学出版社, 2009: 103-106.
- [18] MONTENBRUCK O, STEIGENBERGER P, PRANGE L, et al. The Multi-GNSS Experiment (MGEX) of the International GNSS Service (IGS): Achievements, prospects and challenges[J]. Advances in Space Research, 2017, 59(7): 1671-1697.

(责任编辑:高丽华)