

DOI: 10.16452/j.cnki.sdkjzk.2021.01.009

文章编号:1672-3767(2021)01-0071-11

# 沪深 300 股指及期货波动率聚集性研究

## ——基于 Markov 机制转换 SJC Copula 模型

罗华健, 邹玉梅

(山东科技大学 数学与系统科学学院, 山东 青岛 266590)

**摘要:**选取沪深 300 指数及沪深 300 股指期货当月连续合约日内 5 min 高频交易数据为研究对象,研究我国股票期现货市场波动率聚集性及尾部动态特征。结果显示:三状态 Markov 机制转换 SJC Copula 模型比其他模型能更好地刻画波动率的相关性结构,沪深 300 指数和股指期货波动率的尾部均存在明显非对称特征及动态特征,上尾相关性均大于下尾相关性,股指期货的高波动率聚集比沪深 300 指数高波动率聚集具有更高的发生概率,而低波动率聚集具有相反的发生概率。

**关键词:**Markov 机制转换;SJC Copula 函数;尾部相关性;波动率聚集性

**中图分类号:**F830

**文献标志码:**A

### Volatility clustering of CSI 300 stock index and futures based on Markov regime-switching SJC copula model

LUO Huajian, ZOU Yumei

(College of Mathematics and Systems Science, Shandong University of Science and  
Technology, Qingdao, Shandong 266590, China)

**Abstract:** Taking high-frequency trading data of the CSI 300 index and CSI 300 stock index futures for 5 minutes within the consecutive contract days of the same month as the research object, this paper studies the volatility clustering and tail dynamic characteristics of Chinese stock futures and spot markets. The results show that the three-state Markov regime-switching SJC Copula model can better describe the correlation structure of volatility than other models. Both CSI 300 index and CSI 300 stock index futures have obvious asymmetric and dynamic tail volatility. The upper tail correlation is greater than the lower tail correlation. The probability of high volatility clustering in stock index futures is higher than that in CSI 300 index. But the probability of low volatility clustering is just the opposite.

**Key words:** Markov regime switching; SJC Copula; tail correlation; volatility clustering

随着我国由计划经济向市场经济的不断转变,人们的投资观念已经从“传统”变为“现代”。投资者的投资渠道和方式发生了根本性的变化,投资领域逐渐多元化。股票与期货作为投资者的主要投资方式之一,一直影响着投资者的收入。

中国股票市场和期货市场一直波动不断。波动率聚集<sup>[1]</sup>是指金融时间序列的高波动率或低波动率聚集在某一时间段内的现象,即本时间段内为高(低)波动下一时间段也为高(低)波动,后一期波动率与前期波动率之间是正相关,而且高波动率聚集和低波动率聚集的时期会交替出现。股票和期货收益率序列等金融时间序列往往会出现波动率聚集的情况。波动率聚集能够很好地刻画金融数据本时间段和下一时间段

收稿日期:2019-05-16

基金项目:国家自然科学基金项目(11801322);山东省自然科学基金项目(ZR2018MA011)

作者简介:罗华健(1995—),男,山东淄博人,硕士研究生,主要从事金融工程与风险管理的研究。

邹玉梅(1971—),女,山东沂水人,副教授,博士,主要从事金融工程与风险管理的研究,本文通信作者。

E-mail:sdzouym@126.com

的波动情况。通过对股票与期货的波动率聚集建模进行风险管理与控制成为金融领域的研究热点。

Hamilton<sup>[2]</sup>首次提出了经过三状态两阶滞后的 Markov 机制转换模型,并利用该模型研究了美国 1953—1984 年季度实际产出增长的波动,该模型能较好地刻画金融数据的非线性动态特征和非对称性。Chang 等<sup>[3]</sup>比较详细地介绍了机制转换模型的应用。随后 Markov 机制转换模型被应用到经济、金融等多个领域,显示出优于传统非线性时间序列模型的许多特点。近年来,许多学者将 Markov 转换模型运用到股票与期货市场。Lee<sup>[4]</sup>运用 Markov 机制转换 Gumbel-Clayton Copula GARCH 模型对农产品期货市场套期保值进行研究,指出该模型能够更加有效地估计套期比率。Pelletier<sup>[5]</sup>和 Klassen<sup>[6]</sup>对股票收益率序列进行研究,Markov 机制转换 Copula GARCH 模型能更好地刻画股票收益率序列间相关性的非对称性。Chollete 等<sup>[7]</sup>和 Luo 等<sup>[8]</sup>运用多变量状态转换 Copula 模型对市场收益进行研究,表明机制转换 Copula 模型能更好地对证券风险进行评估。学者<sup>[9-11]</sup>运用机制转换跳跃模型对纽约铜期货进行研究,发现铜期货收益率跳跃在牛市和熊市存在显著性差异。学者<sup>[12-14]</sup>运用机制转换 Copula 模型对股市间的相关性进行研究,结果表明机制转换 Copula 模型更能刻画股市间的相关性,且股市间存在不同的相依状态。谢赤等<sup>[15]</sup>和陈之星等<sup>[16]</sup>使用 MRS Copula-GJR-Skewed-t 模型和机制转换 Copula 函数研究了期货市场的套期保值,表明 Markov 机制转换 Copula 函数的套期保值可以获得比传统模型更高的收益,且有助于降低套期保值的成本。吴吉林等<sup>[17]</sup>运用机制转换混合 Copula 模型对股市量价尾部关系进行研究,量价尾部关系与机制状态有关,呈明显的周期性动态特征和结构性变化。杨孟阳等<sup>[18]</sup>运用机制转换 GARCH 模型对中小板市场的收益率波动性进行研究,证明中小板市场股指收益率确实存在明显的高低两种波动状态,且低波动状态的持续时间更长。淳伟德等<sup>[19]</sup>运用机制转换混合 Copula 模型对期货与现货尾部相关性进行研究,机制转换混合 Copula 模型更能准确地描述两个市场之间的尾部相关性,且上尾相关性要大于下尾相关性。吴鑫育等<sup>[20]</sup>运用 Markov 机制转换 Copula 模型对沪深股市的波动率聚集性进行研究,发现沪深两市的波动率聚集存在两种状态。

综上所述,学者<sup>[4-20]</sup>在建立模型时,假定市场处于两状态或三状态下,研究金融市场的微观结构,并没有给出相对应的实际市场,无法判断是否与实际市场相吻合。多数学者<sup>[4-19]</sup>只是研究单一经济市场,研究多个市场的经济状况的成果相对较少。

本研究通过构建两、三状态 Markov 机制转换 SJC Copula 模型来刻画沪深 300 指数和股指期货的  $t-1$  时刻和  $t$  时刻之间的波动率聚集的尾部非对称、动态特征,比较两市场尾部可能存在的差异。与其他动态 Copula 模型相比,Markov 机制转换 SJC Copula 模型具有更好的数据拟合效果,并且该模型更易于实现。同时,得到的机制转换 Copula 模型的平滑概率图与实际市场相对应,对加深对金融市场微观结构的理解,为投资者和风险管理者提供信息和决策参考。

## 1 Markov 机制转换 Copula 模型

### 1.1 模型构建

波动率聚集性是金融资产收益率序列中的一个重要特征,在期货与现货市场也不例外。而 Copula 模型可以充分捕获连续波动变量的相关性(波动率聚集性)。设  $x_t$  和  $x_{t-1}$  分别代表  $t$  和  $t-1$  时刻沪深 300 指数和股指期货收益率的波动率,利用  $x_t$  和  $x_{t-1}$  的联合分布函数  $H(x_t, x_{t-1})$  来刻画波动率聚集性。根据 Sklar<sup>[21]</sup>定理,存在一个 Copula 函数  $C(\cdot, \cdot): [0, 1]^2 \rightarrow [0, 1]$ ,使得

$$H(x_t, x_{t-1}) = C(F(x_t), F(x_{t-1}) | \theta). \quad (1)$$

其中,  $F(x_t), F(x_{t-1})$  分别为  $x_t, x_{t-1}$  的边缘分布函数;  $\theta$  为 Copula 函数的参数向量。

金融数据的相关性通常是非线性的,并可能随时间变化,从而引起市场波动。因此使用动态非线性 Copula 模型来研究非线性动态相关性,条件尾部相关系数在极值理论中被广泛应用,即当极值在一个观测变量出现时,极值出现在另一个变量的概率。连续波动率变量  $x_t$  和  $x_{t-1}$  的上尾和下尾的相关系数分别为:

$$\lambda^U = \lim_{u \rightarrow 1} \Pr(F(x_t) > u | F(x_{t-1}) > u) = \lim_{u \rightarrow 1} \frac{1 - 2u + C(u, u | \theta)}{1 - u}, \quad (2)$$

$$\lambda^L = \lim_{u \rightarrow 0} \Pr(F(x_t) \leq u | F(x_{t-1}) \leq u) = \lim_{u \rightarrow 0} \frac{C(u, u | \theta)}{u}, \quad (3)$$

其中,当  $\lambda^U, \lambda^L \in (0, 1]$  时,说明  $x_t$  和  $x_{t-1}$  存在上尾或下尾相关性;当  $\lambda^U$  或  $\lambda^L$  等于零时,说明  $x_t$  和  $x_{t-1}$  不存在上尾或下尾相关性。可以用不同的 Copula 函数来刻画不同的尾部相关性结构。两类常用的 Copula 函数为椭圆 Copula 函数和阿基米德 Copula 函数。第一类主要有 Normal Copula 函数和 Student-t Copula 函数,只能描述尾部对称性特征;第二类主要有 Clayton Copula 函数、Gumbel Copula 函数和 Frank Copula 函数。其中 Clayton Copula 函数只能刻画下尾部相关性,Gumbel Copula 函数只能刻画上尾部相关性, Frank Copula 函数不能刻画尾部相关性。连续波动率变量可能同时具有上尾和下尾相关性,且呈现非对称特性。由于 Student-t Copula 函数比 Normal Copula 函数具有更厚的尾部,对变量间尾部相关性更为敏感。近年来,一些学者<sup>[17,19]</sup>使用混合 Copula 函数描述了金融数据的尾部相关性,取得了良好的效果。因此,本研究采用 Student-t Copula 函数和混合 Copula 函数来拟合沪深 300 指数和股指期货连续波动率变量存在的尾部特征。

构建 Clayton Copula 函数和 Gumbel Copula 函数组成的混合 Copula 函数,表达式如下

$$C_{CG}(u_1, u_2 | \theta) = \omega_C C_C(u_1, u_2 | \delta_C) + \omega_G C_G(u_1, u_2 | \delta_G) \quad (4)$$

其中,  $C_C(u_1, u_2 | \delta_C)$  和  $C_G(u_1, u_2 | \delta_G)$  分别为 Clayton Copula 函数和 Gumbel Copula 函数,  $\omega_G + \omega_C = 1$ 。

SJC(Symmetrized Joe Clayton) Copula 函数也可以同时捕获上尾和下尾相关性,允许非对称的上尾和下尾相关性,并且包含对称的尾部相关性。经过修正后的 Joe-Clayton Copula 函数得到的即为 SJC Copula 函数,其中 Joe-Clayton Copula 函数的分布函数为

$$C_{JC}(u_1, u_2 | \lambda^U, \lambda^L) = 1 - (\{[1 - (1 - u_1)^\kappa]^{-\gamma} + [1 - (1 - u_2)^\kappa]^{-\gamma} - 1\}^{-\frac{1}{\gamma}})^{\frac{1}{\kappa}}, \kappa \geq 1, \gamma > 0 \quad (5)$$

SJC Copula 函数的表达式为

$$C_{SJC}(u_1, u_2 | \lambda^U, \lambda^L) = 0.5(C_{JC}(u_1, u_2 | \lambda^U, \lambda^L) + C_{JC}(1 - u_1, 1 - u_2 | \lambda^U, \lambda^L) + u_1 + u_2 - 1) \quad (6)$$

当  $\lambda^U = \lambda^L$  时, SJC Copula 函数是对称的。

Student-t Copula 函数、混合 Copula 函数和 SJC Copula 函数的尾部相关特征如表 1。

表 1 各 Copula 函数的尾部相关性特征

Tab. 1 Tail correlation characteristics of each Copula function

	Student-t Copula 函数	混合 Copula 函数	SJC Copula 函数
$\lambda^U$	$2t_{v+1} \frac{-\sqrt{v+1} \sqrt{1-\rho}}{\sqrt{1+\rho}}$	$\omega_G (2 - 2\frac{1}{\delta_G})$	$2 - 2\frac{1}{\kappa}$
$\lambda^L$	$2t_{v+1} \frac{-\sqrt{v+1} \sqrt{1-\rho}}{\sqrt{1+\rho}}$	$\omega_C 2^{-\frac{1}{\delta_C}}$	$2^{-\frac{1}{\gamma}}$
参数区间	$-1 < \rho < 1$	$\delta_C > 0, \delta_G \geq 1$	$\kappa \geq 1, \gamma > 0$

由于静态的 Copula 函数假设相关性参数不是时变的,因此无法捕获连续波动性变量之间可能存在的尾部动态特征。为了描述尾部相关性的动态特征和可能的结构变化,本研究将状态变量  $S_t$  引入到 Copula 函数中,并假定  $S_t = \{1, 2, 3\}$  遵循一个一阶三状态的 Markov 过程,状态转移概率矩阵如下:

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} p(S_{t=1} | S_{t=1}) & p(S_{t=2} | S_{t=1}) & p(S_{t=3} | S_{t=1}) \\ p(S_{t=1} | S_{t=2}) & p(S_{t=2} | S_{t=2}) & p(S_{t=3} | S_{t=2}) \\ p(S_{t=1} | S_{t=3}) & p(S_{t=2} | S_{t=3}) & p(S_{t=3} | S_{t=3}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & p_{13} \\ p_{21} & p_{22} & p_{23} \\ p_{31} & p_{32} & p_{33} \end{bmatrix}, \quad (7)$$

其中,  $p_{ij}$  是沪深 300 指数和股指期货从波动状态  $i$  转移到状态  $j$  的可能性。由于概率不可能为负值,并且如果初始波动状态是固定的,那么其转移到其它状态和维持原始状态的概率之和为 1,所以转移概率具有以下两个属性:①  $p_{ij} \geq 0$ ; ②  $\sum_{j=1}^3 p_{ij} = 1, i = 1, 2, 3$ 。

对于三状态机制转换 Copula 函数,设

$$(u_{1t}, u_{2t} | S_t = i) \sim C(u_{1t}, u_{2t} | \theta_i), i = 1, 2, 3. \quad (8)$$

最后,可以依据得到的转换概率计算某一种状态持续的平均时间。假设  $D$  为机制  $i$  的持续时间,因此:

$$\begin{aligned} D=1, & \text{如果 } S_t = i \text{ 且 } S_{t+1} \neq i, \Pr[D=1] = 1 - p_{ii}; \\ D=2, & \text{如果 } S_t = S_{t+1} = i \text{ 且 } S_{t+2} \neq i, \Pr[D=2] = p_{ii}(1 - p_{ii}); \\ D=3, & \text{如果 } S_t = S_{t+1} = S_{t+2} = i \text{ 且 } S_{t+3} \neq i, \Pr[D=3] = p_{ii}^2(1 - p_{ii}); \\ & \vdots \end{aligned}$$

那么,机制(状态)  $i$  持续的平均时间为:

$$\begin{aligned} E(D) &= \sum_{i=1}^{\infty} i \Pr[D=i] = 1 \times \Pr[S_{t+1} \neq i | S_t = i] + 2 \times \Pr[S_{t+1} = i, S_{t+2} \neq i | S_t = i] \\ &\quad + 3 \times \Pr[S_{t+1} = i, S_{t+2} = i, S_{t+3} \neq i | S_t = i] + \dots \\ &= 1 \times (1 - p_{ii}) + 2 \times p_{ii}(1 - p_{ii}) + 3 \times p_{ii}^2(1 - p_{ii}) + \dots \\ &= \frac{1}{1 - p_{ii}}. \end{aligned} \quad (9)$$

## 1.2 参数估计

### 1.2.1 Copula 模型的参数估计

第一阶段,采用半参数两阶段的估计方法。利用非参数核估计方法估计出沪深 300 指数和股指期货波动率的边缘分布。核估计结果的优劣主要取决于核函数和窗宽。当样本数目足够大时,核函数的选取对估计结果影响不大,因此选取光滑性良好的正态核函数。其密度函数和分布函数表达式如下:

$$\hat{f}_h(x) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \Phi\left(\frac{x - x_i}{h}\right), \quad (10)$$

$$\hat{F}(x) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \prod_{i=1}^N \Phi\left(\frac{x - x_i}{h}\right). \quad (11)$$

其中,  $x = (x_1, x_2, x_3, \dots, x_N)$  为样本数据,  $N$  为样本量,  $h$  为窗宽。

对于具有尖峰、厚尾性质的金融时间序列,利用 Bowman 等<sup>[22]</sup>提出的最优窗宽选择原理进一步得到最优窗宽

$$\hat{h} = 1.06 \hat{\sigma} N^{-\frac{1}{5}}, \quad (12)$$

$$\hat{\sigma} = \frac{\text{median}(\{|x_i - \hat{\mu}| \}_{i=1}^N)}{0.6745}. \quad (13)$$

其中,  $\hat{\sigma}$  为样本标准差的估计值,  $\hat{\mu}$  为金融样本序列  $\{x_i\}_{i=1}^N$  的中位数。

第二阶段,将第一步估计得到的边缘分布代入 Copula 函数中,并对 Copula 函数进行相应的参数估计,估计出 Copula 函数的参数  $\alpha$ 。

$$\hat{\alpha} = \arg\max \sum_{t=1}^N \ln c(u_t, v_t; \alpha). \quad (14)$$

其中,  $u_t = \hat{F}(x_t)$ ,  $v_t = \hat{F}(x_{t-1})$ ;  $c(u_t, v_t; \alpha)$  是 Copula 模型的概率密度函数。

### 1.2.2 机制转换模型的参数估计

采用 Hamilton 提出的滤波过程来估计机制转换 Copula 模型的参数(本研究以两状态为例,三状态机制转换模型可以根据两状态情形推广)。具体过程如下。

1) 设定初始值,即状态 1 或 2 的无条件期望值。

$$p(s_0 = 1 | I_0) = \frac{1 - p_{22}}{1 - p_{11} - p_{22}}, \quad (15)$$

$$p(s_0 = 2 | I_0) = \frac{1 - p_{11}}{1 - p_{11} - p_{22}}. \quad (16)$$

其中  $s_0$  为初始状态变量,  $I_0$  为初始信息集。

## 2) 计算预测概率

$$p(s_t = i | I_{t-1}) = \sum_{j=1}^2 p(s_t = i | s_{t-1} = j) \times p(s_{t-1} = j | I_{t-1})。 \quad (17)$$

## 3) 计算机制转换 SJC Copula 模型的概率密度函数

$$c(u_t, v_t | I_{t-1}; \theta_C) = \sum_{i=1}^2 p(s_t = i | I_{t-1}) \times c_i(u_{it}, v_{it} | I_t; \lambda_i^U, \lambda_i^L)。 \quad (18)$$

4) 极大似然估计。首先计算似然函数值,并对其极大化估计出  $\hat{\theta}_C$ 。若  $t = T$ ,则结束迭代,否则进行下一步

$$L(\theta_C | x_i) = \sum_{t=1}^T \ln(c(\hat{F}(x_t), \hat{F}(x_{t-1}) | I_{t-1}; \theta_C))。 \quad (19)$$

其中,  $\theta_C = (\lambda_i^U, \lambda_i^L, p_{ii}), i = 1, 2$ 。

## 5) 计算过滤概率

$$p(s_t = i | I_t) = \frac{c_i(u_{it}, v_{it} | I_{t-1}; \lambda_i^U, \lambda_i^L) \times p(s_t = i | I_{t-1})}{c(u_t, v_t | I_{t-1}; \theta_C)}。 \quad (20)$$

其中,  $I_t$  为  $t$  时刻信息集。将 4) 中得到的  $\hat{\theta}_C$  代入上式,并作为下一次循环的输入,转入 1)。

## 2 实证研究

选取沪深 300 指数和沪深 300 股指期货当月连续合约日内 5 min 高频交易价格作为研究样本。当月连续合约相比于在股指期货的其他三个合约,由于当月连续合约的交易量最大,因此能够更准确地刻画股指期货的整体走势。考察的时间段为 2014 年 1 月 4 日—2016 年 12 月 19 日。对于缺失数据,采用均值替换法进行处理,共得到 721 个样本值,如图 1。

因为金融市场不能直接地观测到波动率,所以选取的隐波动率的代理变量为通过日内 5min 高频交易数据构建的已实现波动率。令  $n$  为日内收益率总数目,  $r_{t,i} = 100(\ln P_{t,i} - \ln P_{t-1,i})$  为  $t$  交易日的第  $i$  个日内对数收益率。则将一天的累计日对数收益率的平方和作为日波动率的估计值,即第  $t$  交易日已实现波动率定义为

$$RV_t = \sum_{i=1}^n r_{t,i}^2。 \quad (21)$$

假设沪深 300 指数和股指期货波动率序列随时间连续变化、波动率在一个固定范围内变化(即波动率是平稳的)以及观测到的收益率不会被市场微结构噪声“污染”,令  $\sigma^2(t)$  为波动率过程,已实现波动率依概率收敛于积分波动率(Integrated Volatility, IV),

$$RV_t = \sum_{i=1}^n r_{t,i}^2 \xrightarrow{p} IV_t = \int_{t-1}^t \sigma^2(s) ds, n \rightarrow \infty。 \quad (22)$$

刘红忠等<sup>[23]</sup>采用交叠样本法和 ARMA-GARCH 模型研究沪深两市上的晚间休市对股票收益率的影响。研究表明沪深两市均存在持续稳定的“隔夜效应”,因此为了避免“隔夜效应”带来的对真实波动率的影响,令  $r_{t,0} = 100(\ln P_{t-1,n} - \ln P_{t,0})$  为隔夜收益率,对已实现波动率进行修正:

$$(RV^\circ)_t = \omega_1 r_{t,0}^2 + \omega_2 RV_t, \\ \omega_1 = \frac{(1-\alpha)\mu_0}{\mu_1}, \omega_2 = \frac{\alpha\mu_0}{\mu_2}, \alpha = \frac{\mu_2^2 \eta_1^2 - \mu_1 \mu_2 \eta_{12}}{\mu_2^2 \eta_1^2 + \mu_1^2 \eta_2^2 - 2\mu_1 \mu_2 \eta_{12}}, \quad (23) \\ \eta_1^2 = \text{var}(r_{t,0}^2), \eta_2^2 = \text{var}(RV_t), \eta_{12} = \text{cov}(r_{t,0}^2, RV_t)。$$

其中,  $\mu_0, \mu_1$  和  $\mu_2$  分别为  $(r_{t,0}^2 + RV_t)$ ,  $r_{t,0}^2$  和  $RV_t$  的均值。Hansen 等<sup>[24]</sup>研究表明,修正的已实现波动率  $RV^\circ$  是真实波动率的一个非常有效的代理指标。所以,本研究运用上式来构建实际波动率,并作为隐波动率的代理变量。

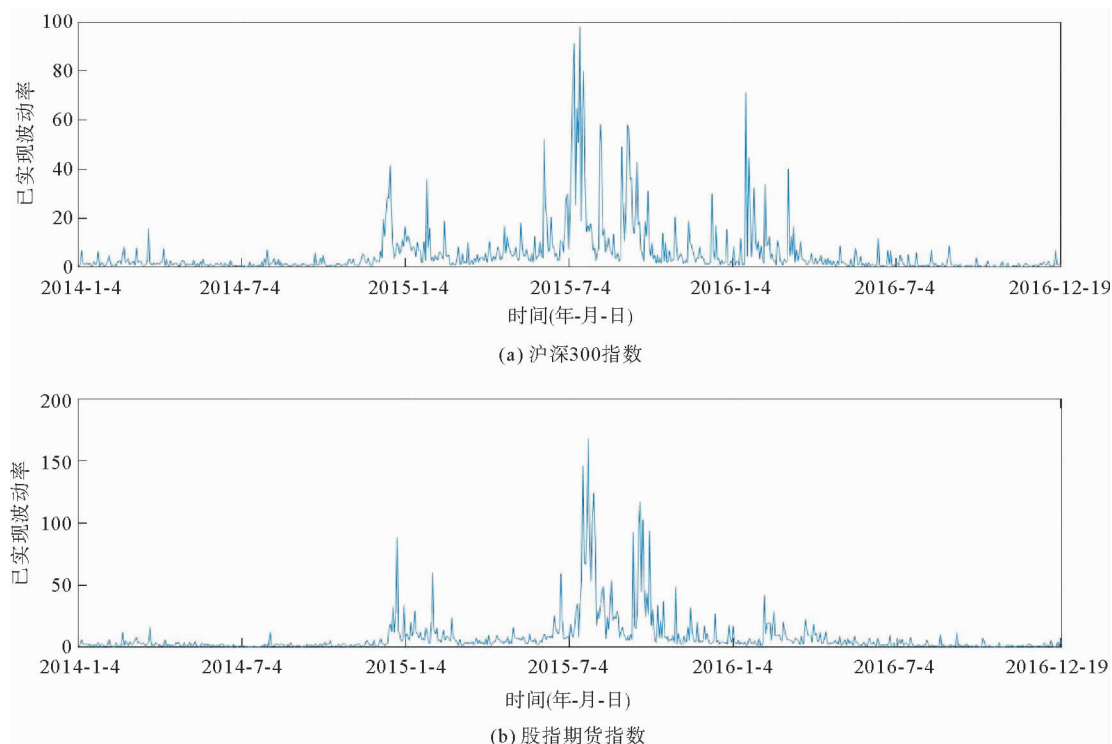


图 1 沪深 300 和股指期货已实现波动率序列图

Fig. 1 Sequence diagram of volatility achieved by CSI 300 and stock index futures

表 2 给出了沪深 300 指数和股指期货已实现波动率的描述性统计量的值。由于现货市场每日的开盘时间上午 9:30—11:30, 下午 13:00—15:00, 每日的 5 min 数据有 48 个; 而期货市场的每日开盘时间上午 9:15—11:30, 下午 13:00—15:15, 每日的 5 min 数据有 54 个。所以股指期货已实现波动率的均值、最小值、最大值等描述性统计量要比沪深 300 指数大。从表 2 可以看出, 沪深 300 指数和股指期货的已实现波动率均呈现出正偏( $4.453\ 7 > 0$ ,  $5.080\ 7 > 0$ ), 存在尖峰、厚尾的特征( $24.207\ 4 > 3$ ,  $31.555\ 8 > 3$ ), 并都拒绝正态分布的假定(JB 统计量显著)。

表 2 描述性统计量

Tab. 2 Descriptive statistics

	均值	最小值	最大值	标准差	偏度	峰度	JB
沪深 300 指数	5.645 7	0.111 9	98.181 1	10.975 7	4.453 7	24.207 4	3 657.823 4(0.000)
股指期货	8.076 8	0.191 5	167.410 3	16.698 3	5.080 7	31.555 8	27 598.886 3(0.000)

注:()内为 JB 统计量的 p 值。

表 3 给出了 Student-t Copula 函数、混合 Copula 函数和 SJC Copula 函数的参数估计的结果。从混合 Copula 函数和 SJC Copula 函数的相关性估计结果来看: 沪深 300 指数和股指期货指数上尾相关性均大于下尾相关性, 即沪深 300 指数和股指期货波动率高波动率的聚集要比低波动率的聚集发生的概率要高。本研究选用 Joe<sup>[25]</sup> 提出的基于 Copula 函数的 AIC 信息准则:  $AIC = -2\ln(L) + 2K$ , 其中  $\ln(L)$  代表 Copula 概率密度函数的极大似然值,  $K$  代表 Copula 函数中的参数个数。从三种 Copula 函数的极大似然估计值和 AIC 的值来看, 混合 Copula 函数和 SJC Copula 函数的极大似然值均大于 Student-t Copula 函数, AIC 值均小于 Student-t Copula 函数。其中, SJC Copula 函数具有最大的似然值和最小的 AIC 值, 说明 SJC Copula 函数具有最好的拟合效果。由 SJC Copula 函数的拟合数值可以知道, 股指期货高波动率聚集相比沪深 300 指数高波动率聚集发生的概率要高, 而低波动率聚集发生的概率沪深 300 指数更高一些。

表 3 Copula 参数估计结果  
Tab. 3 Copula parameter estimation results

Student-t Copula 函数			混合 Copula 函数			SJC Copula 函数		
沪深 300 指数		股指期货	沪深 300 指数		股指期货	沪深 300 指数		股指期货
$\rho$	0.657 5 *	0.731 3 *	$\omega_C$	0.637 3 *	0.674 1 *	$\lambda^U$	0.525 3 *	0.536 8 *
			$\omega_G$	0.362 7 *	0.325 9 *			
			$\delta_G$	3.136 7 *	2.978 5 *			
$v$	23.660 2 *	22.310 5 *	$\delta_C$	3.082 6 *	3.274 3 *	$\lambda^L$	0.347 6 *	0.338 4 *
			$\lambda^U$	0.476 7 *	0.497 5 *			
			$\lambda^L$	0.289 7 *	0.263 7 *			
LL	923.876 2	986.5369		958.765 8	991.235 1		1 089.429 8	1 077.054 1
AIC	-1 843.752 4	-1 969.073 8		-1 909.531 6	-1 974.470 2		-2 174.859 6	-2 150.108 2

注:LL 为对数似然值;AIC 为赤池信息准则;\* 表示在 5%置信水平下显著。

选取对波动率具有最佳拟合效果的 SJC Copula 函数来构建 Markov 机制转换 Copula 函数模型,以分析沪深 300 指数和股指期货波动率聚集可能存在的尾部动态特征。表 4 给出了极大似然估计方法得到的机制转换 SJC Copula 函数参数估计结果。从极大似然估计值和 AIC 值来看,经过机制转换后的 SJC Copula 函数比机制转换前的有更大的似然值和更小的 AIC 值,说明机制转换后 SJC Copula 函数比机制转换前的拟合效果更优,并且三状态机制转换比两状态机制转换具有更大的似然值和更小的 AIC 值,说明三状态机制转换比两状态机制转换具有更优的拟合效果。在三种状态机制转换 SJC Copula 模型下,沪深 300 指数和股指期货的上尾相关系数均明显大于下尾相关系数,与机制转换前得出的结论一致。当  $S_t=1$  时,沪深 300 指数上尾相关系数明显小于股指期货上尾相关系数,但沪深 300 指数的下尾相关系数大于股指期货上尾相关系数。当  $S_t=2$  时,沪深 300 指数的上尾相关系数明显小于股指期货的上尾相关系数,而沪深 300 指数和股指期货的下尾相关系数相差 0.018。当  $S_t=3$  时,沪深 300 指数的上尾相关系数明显大于股指期货的上尾相关系数,但下尾相关系数明显小于股指期货的下尾相关系数。

表 4 Markov 机制转换 SJC Copula 模型参数估计结果  
Tab. 4 Parameter estimation results of Markov mechanism conversion SJC Copula model

	$\lambda^U$	$\lambda^L$	$\lambda^U$	$\lambda^L$	$\lambda^U$	$\lambda^L$	LL	AIC
沪深 300 指数	0.598 4 *	0.396 7 *	0.601 5 *	0.432 6 *			1 091.629 3	-2 179.218 6
	0.574 3 *	0.498 1 *	0.538 4 *	0.457 6 *	0.698 2 *	0.307 5 *	1 093.536 8	-2 183.073 6
股指期货	0.631 9 *	0.392 4 *	0.588 2 *	0.403 7 *			1 080.572 8	-2 157.145 6
	0.706 4 *	0.298 9 *	0.619 3 *	0.439 5 *	0.642 8 *	0.386 2 *	1 084.945 8	-2 165.891 6

注:LL 是对数似然值,AIC 是赤池准则,\* 表示在 5%置信水平下显著。

表 5 给出了沪深 300 指数和股指期货三种状态的相关系数。表 6 给出了沪深 300 指数和股指期货三种状态之间的转移概率和持续期。从表 5 和表 6 可知,状态 1 的转移概率、持续时间和相关系数最大,状态 2 次之,状态 3 最小。说明在三状态下,对于沪深 300 指数和股指期货高波动率聚集的持续时间均大于低波动率聚集的持续时间。图 2 给出了沪深 300 指数和股指期货三种状态的平滑概率图。从图 2 可知,三种状态的平滑概率曲线与实际经济市场相对应。2014 年 1—6 月,受 IPO(首次公开募股)重启、沪

表 5 沪深 300 指数和股指期货三种状态的相关系数  
Tab. 5 Correlation coefficients of three states of Shanghai and Shenzhen 300 Index and stock index futures

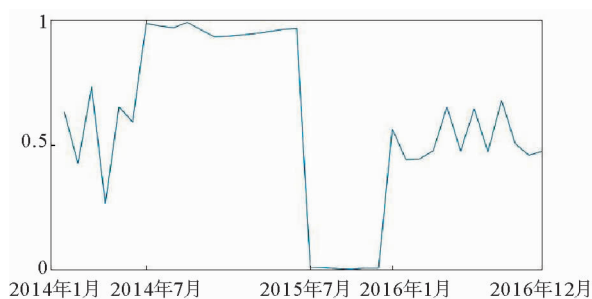
	状态 1	状态 2	状态 3
沪深 300 指数	0.709 8	0.192 6	0.673 0
股指期货	0.699 6	0.175 0	0.698 4

港通试点和“新国九条”发布的影响,经济有所好转,股市及期货市场处于状态2(经济复苏阶段)。2014年7月—2015年6月,十八届三中全会后,我国全面启动深化体制改革。在国际社会上,美国宽松货币政策全面从我国市场上退出,间接地刺激了我国金融市场的发展,各行业百废待兴,市场处于状态1(经济平稳发展阶段)。2015年7—12月,分级基金去杠杆、场外配资清理和场内融资形成了金融市场上的连锁反应,最终引起了一场长达半年的股灾,我国股票市场和期货市场萎靡不振,市场处于状态3(经济低迷阶段)。该阶段由于信息到达速度快、频率高,尾部非对称性明显增强,上尾相关性参数值明显大于下尾,高波动率聚集相比低波动率聚集发生的概率更高。2016年1—12月,受熔断机制、减持新规、人民币贬值和推行注册制等因素的影响,经济有所回暖,市场处于状态2(经济复苏阶段)。

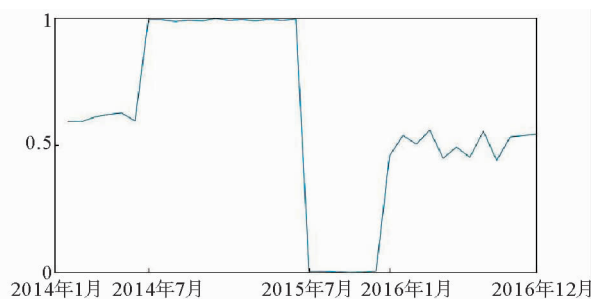
表6 沪深300指数和股指期货三种状态之间的转移概率和持续期

Tab. 6 Transition probability and duration between the three states of the Shanghai and Shenzhen 300 Index and the stock index futures

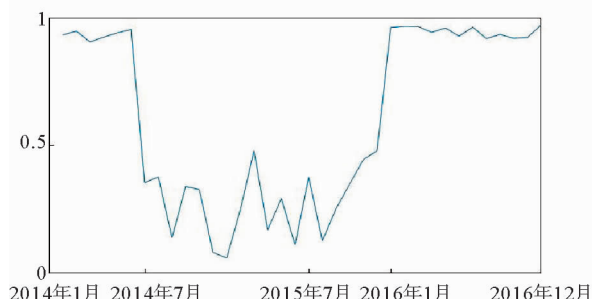
	$p_{11}$	$p_{12}$	$p_{13}$	$p_{21}$	$p_{22}$	$p_{23}$	$p_{31}$	$p_{32}$	$p_{33}$	$D=1$	$D=2$	$D=3$
沪深300指数	0.854 9	0.087 2	0.057 9	0.106 4	0.596 3	0.297 3	0.109 5	0.054 0	0.836 5	6.89	2.48	6.12
股指期货	0.849 8	0.073 7	0.076 5	0.308 2	0.587 5	0.030 5	0.078 5	0.072 3	0.849 2	6.66	2.42	6.63



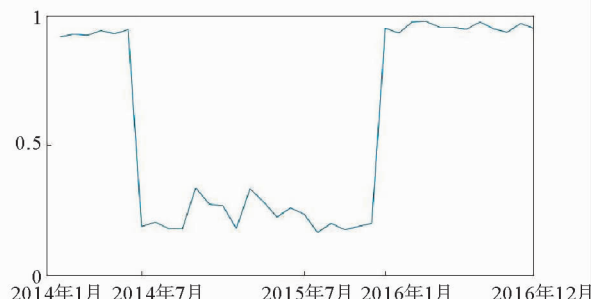
(a) 沪深300指数状态1平滑概率



(b) 股指期货状态1平滑概率



(c) 沪深300指数状态2平滑概率



(d) 股指期货状态2平滑概率



(e) 沪深300指数状态3平滑概率



(f) 股指期货状态3平滑概率

图2 沪深300指数和股指期货平滑概率

Fig. 2 Smoothing probability of Shanghai and Shenzhen 300 Index and Stock market futures index

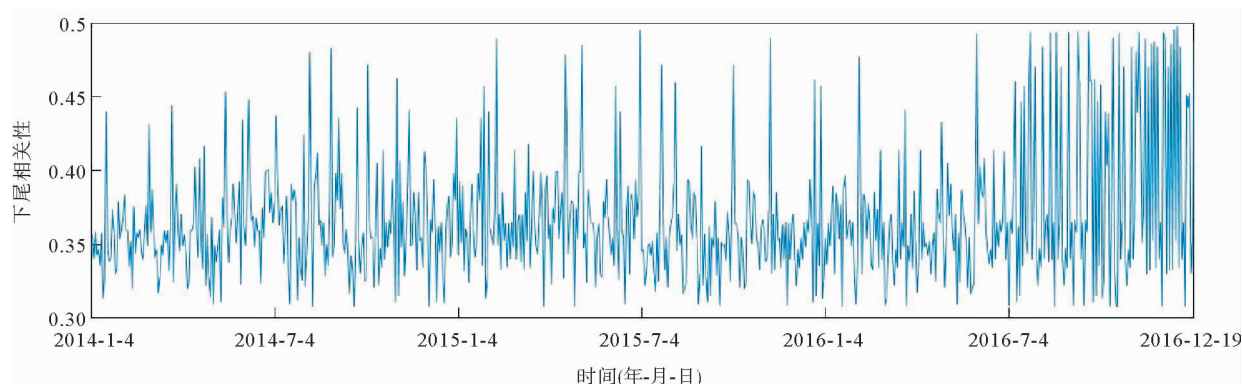


为了得到沪深300指数和股指期货的波动率聚集的尾部动态过程,引入Hamilton算法,其上、下尾动态过程表达式如下

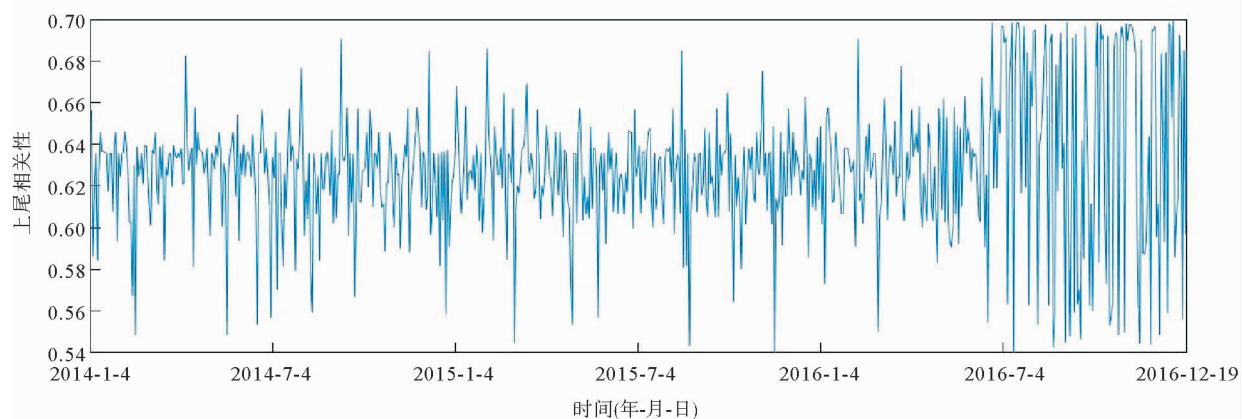
$$\lambda^U(t) = \Pr(S_t = 1 | I_{t-1}) \lambda_1^U + \Pr(S_t = 2 | I_{t-1}) \lambda_2^U + \Pr(S_t = 3 | I_{t-1}) \lambda_3^U, \quad (24)$$

$$\lambda^L(t) = \Pr(S_t = 1 | I_{t-1}) \lambda_1^L + \Pr(S_t = 2 | I_{t-1}) \lambda_2^L + \Pr(S_t = 3 | I_{t-1}) \lambda_3^L. \quad (25)$$

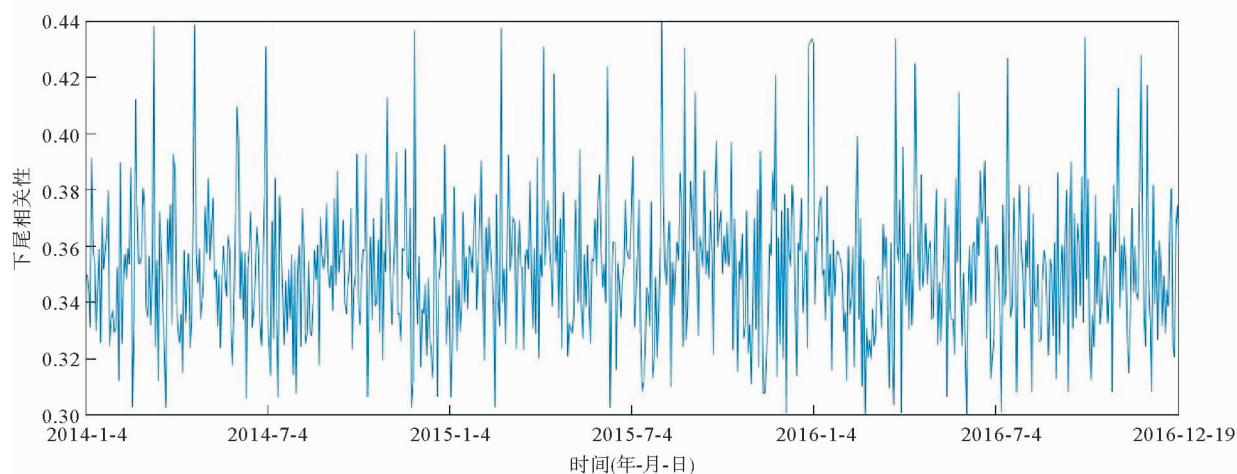
其中  $I_{t-1}$  为  $t-1$  时刻的信息集。图3给出了沪深300指数和股指期货的尾部动态。从图3中可以看出,沪深300指数和股指期货的波动率聚集的尾部存在明显的动态特征。



(a) 沪深300指数下尾相关性



(b) 沪深300指数上尾相关性



(c) 股指期货下尾相关性

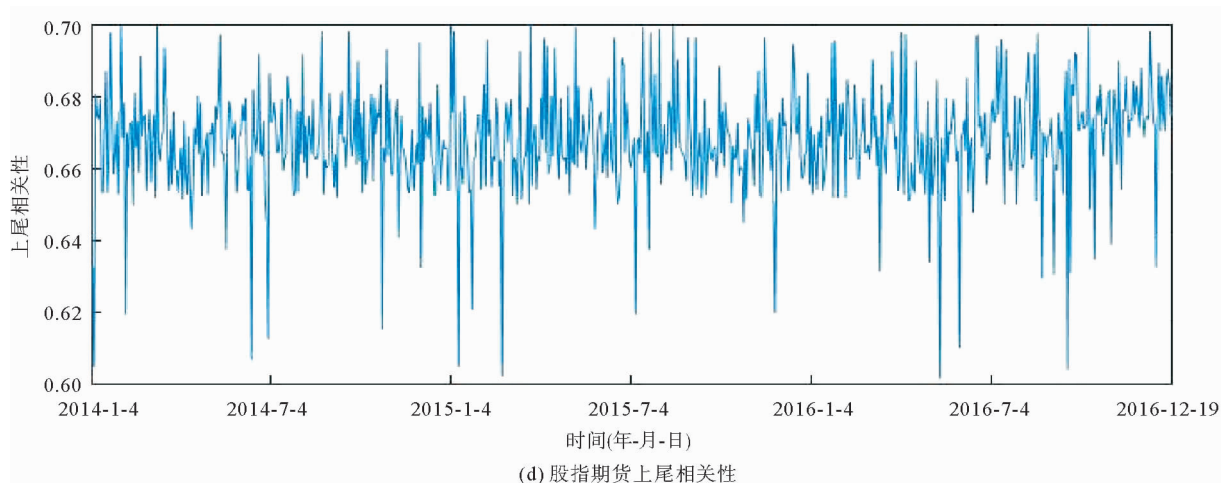


图3 沪深300指数和股指期货的尾部相关性

Fig. 3 The tail correlation of Shanghai and Shenzhen 300 Index and Stock market futures index

### 3 结语

金融市场的波动率聚集一直是金融界理论研究的重要内容,运用本时间段的金融市场的波动情况来预测未来的波动情况,是投资者和风险管理者进行分散投资风险和进行风险管理需要考虑的关键点。在本研究中,把沪深300指数和沪深300股指期货当月连续合约日内5min高频交易价格作为样本,运用Markov机制转换SJC Copula模型对沪深300指数和股指期货的波动率聚集尾部动态特征进行研究。研究表明:①与其他Copula模型相比,机制转换SJC Copula能更好地拟合金融数据波动率聚集的尾部动态特征;②波动率聚集的尾部具有明显的非对称性,上尾相关性明显大于下尾相关性;③在三状态下,高波动率聚集的持续时间均大于低波动率聚集的持续时间。另外,在针对波动率聚集的研究中,由于股价受隔夜效应、午间效应、周末效应等因素的影响,采用的修正的已实现波动率并不能充分地反映股价波动情况,在后续的研究工作中,将进一步完善充实。

#### 参考文献:

- [1]常凯,王苏生,蒙震,等.国际碳排放市场价格波动率的聚集效应[C]//第七届软科学国际研讨会论文集中国卷(下).北京:中国软科学研究会,2012:89-94.
- CHANG Kai, WANG Susheng, MENG Zhen, et al. The aggregation effect of international carbon market price volatility [C]// 7th International Symposium on China Soft Science Volume(II). Beijing: China Soft Science Society, 2012: 84-89.
- [2]HAMILTON J D. A new approach to the economic analysis of non-stationary time series and the business cycle[J]. Econometrics, 1989, 57(2): 357-384.
- [3]CHANG O, JIN K, CHARLES R N. State space models with regime switching[M]. MA: MIT Press, 1999.
- [4]LEE H T. A Copula-based regime-switching GARCH model for optimal future hedging[J]. The Journal of Future Markets, 2009, 29(10): 946-972.
- [5]PELLETIER D. Regime switching for dynamic correlation[J]. Journal of Econometrics, 2006, 131(1/2): 445-473.
- [6]KLASSEN F. Improving GARCH volatility forecasts with regime-switching GARCH[J]. Empirical Economics, 2002, 27(2): 363-394.
- [7]CHOLLETE L, HEUNEN A, VALDESOGO A. Modeling international financial returns with a multivariate regime switching copula[J]. Journal of financial econometrics, 2009, 7(4): 437-480.
- [8]LUO C Q, CHI X, CONG Y. Measuring financial market risk contagion using dynamic MRS-Copula models: the case of Chinese and other International stock markets[J]. Economic Modelling, 2015, 51(12): 657-671.
- [9]CHAN W H, YOUNG D. A new look at copper markets: a regime-switching model[J]. Review of Future Markets, 2009, 18(1): 75-85.
- [10]LIU P. Regime-switching GARCH-jump models with autoregressive jump intensity[R]. Ontario, Canada: University of

- Western Ontario, Department of Economics, 2010:1-36.
- [11] YE W Y, ZHU Y G, WU Y H. Markov regime-switching quantile regression models and financial contagion detection[J]. Insurance: Mathematics and Economics, 2016, 67(3):21-26.
- [12] 郭文伟, 陈妍玲. 沪、深、港股市相依状态转换及其危机传染效应研究[J]. 管理评论, 2017, 29(12):3-16.
- GUO Wenwei, CHEN Yanling. An empirical research on the conversion of dependency state and crisis contagion among shanghai, shenzhen and hong kong stock markets [J]. Management Review, 2017, 29(12):3-16.
- [13] 吴吉林, 陈刚, 黄辰. 中国 A、B、H 股市间尾部相依性的趋势研究—基于多机制平滑转换混合 Copula 模型的实证分析[J]. 管理科学学报, 2015, 18(2):50-65.
- WU Jilin, CHEN Gang, HUANG Chen. Long-term dynamic trends in tail dependence of Chinese A, B and H stock markets: empirical analysis based on multi-regime smoothing transition mixed Copula model [J]. Journal of Management Sciences in China, 2015, 18(2):50-65.
- [14] 吴恒煜, 胡根华, 秦嗣毅. 次贷危机下中国股市与国外股市相依性分析—基于 Markov 机制转换模型[J]. 数理统计与管理, 2013, 32(2):343-358.
- WU Hengyu, HU Genhua, QIN Yiyi. Analysis of the dependence in China and oversea stock markets under subprime crisis: based on Markov switching model[J]. Journal of Applied Statistics and Management, 2013, 32(2):343-358.
- [15] 谢亦, 余聪, 罗长青, 等. 基于 MRS Copula-GJR-Skewed-t 模型的股指期货套期保值研究[J]. 系统工程学报, 2013, 28(1):83-93.
- XIE Chi, YU Cong, LUO Changqing, et al. Hedging of stock index futures based on Markov regime switching Copula-GJR-Skewed-t model[J]. Journal of Systems Engineering, 2013, 28(1):83-93.
- [16] 陈之星, 罗林. 基于马尔科夫机制转换的中国黄金期货价格波动研究[J]. 鲁东大学学报(自然科学版), 2014, 30(3):212-218.
- CHEN Zhixing, LUO Lin. Research progress in stabilization of solvent impregnated resins [J]. Ludong University Journal (Natural Science Edition), 2014, 30(3):212-218.
- [17] 吴吉林. 基于机制转换 Copula 模型的股市量价尾部关系研究[J]. 中国管理科学, 2012, 20(5):16-23.
- WU Jilin. Nonlinear relationship of tail dependence between price and trading volume in Chinese stock markets[J]. Chinese Journal of Management Science, 2012, 20(5):16-23.
- [18] 杨孟阳, 司秋利. 中小板市场收益率波动性的实证分析—基于 GARCH 模型和 Markov 机制转换模型[J]. 经济论坛, 2017(9):86-88.
- YANG Mengyang, SI Qiuli. An empirical analysis of the volatility of the yield of small and medium-sized board market: based on GARCH model and Markov switching model[J]. Economic Forum, 2017(09):86-88.
- [19] 淳伟德, 赵如波, 谢琴, 等. 基于机制转换混合 Copula 的股指期货与现货尾部传染性研究[J]. 预测, 2014, 33(5):30-35.
- GENG Weide, ZHAO Rubo, XIE Qin, et al. The tail contagion of stock index futures and spots based on regime switching mixed Copula model [J]. Forecasting, 2014, 33(5):30-35.
- [20] 吴鑫育, 李心丹, 马超群. 中国股票市场的波动率聚集性研究—基于 Markov 机制转换 Copula 模型的实证分析. 系统管理学报, 2018, 27(4):644-650.
- WU Xinyu, LI Xindan, MA Chaoqun. Volatility clustering in Chinese stock markets: an empirical analysis based on Markov regime switching Copula model[J]. Journal of Systems & Management, 2018, 27(4):644-650.
- [21] SKLAR A. Fonctions de répartition à n dimensions et leurs marges[J]. Publications de l'Institut de Statistique de L'Université de Paris, 1959, 8(1):229-231.
- [22] BOWMAN A W, AZZALINI A. Applied smoothing technique for data analysis[M]. Oxford: University Press, 1997.
- [23] 刘红忠, 何文忠. 中国股票市场上的“隔夜效应”和“午间效应”研究[J]. 金融研究, 2012(2):155-167.
- LIU Hongzhong, HE Wenzhong. Study on the "overnight effect" and "noon effect" in China's stock market[J]. Journal of Financial Research, 2012(2):155-167.
- [24] HANSEN P R, Lunde A. A realized variance for the whole day based on intermittent high-frequency data[J]. Journal of Financial Econometrics, 2005, 3(4):525-554.
- [25] JOE H. Multivariate models and dependence concepts[M]. Boca Raton: Chapman & Hall/CRC Press, 1997:1-424.