

DOI: 10.16452/j.cnki.sdkjzk.2021.03.001

文章编号:1672-3767(2021)03-0001-08

经纬仪测量系统的铅垂基准尺综合定向方法

刘尚国,赵少良,景 冬

(山东科技大学 测绘与空间信息学院,山东 青岛 266590)

摘 要:针对狭长或受限空间内经纬仪测量系统的定向测量难题,提出一种基于铅垂基准尺的综合定向方法。首先分析铅垂基准尺综合定向的理想模型与计算原理,获取定向参数的初始值。然后建立观测方程与基准尺条件方程,依附有限制条件的间接平差模型,实现综合定向参数的精确求解。经实验测试,所提出的铅垂基准尺综合定向方法简便易行,仅需观测 3 个位置的铅垂基准尺,10 m 范围内的定向参数求解偏差优于 0.05 mm,三维坐标解算偏差优于 0.03 mm,准确度与 Leica Axyz 的光束法平差算法水平相当。

关键词:经纬仪测量系统;铅垂基准尺;综合定向;垂直角视距法;间接平差

中图分类号:P258

文献标志码:A

Theodolite measuring system's comprehensive orientation method based on plumb scale bar

LIU Shangguo, ZHAO Shaoliang, JING Dong

(College of Geodesy and Geomatics, Shandong University of Science and Technology, Qingdao, Shandong 266590, China)

Abstract: In order to solve the orientation measurement problem of double theodolite measuring system in long and narrow or confined space, a comprehensive orientation method based on plumb scale was proposed. Firstly, the ideal model and calculation principle of comprehensive orientation based on plumb scale were analyzed, and the initial value of orientation parameters was obtained. Then, according to the indirect adjustment model with conditions, the observation equation and scale bar condition equation were established to realize the accurate solution of comprehensive orientation parameters. The experimental results show that the proposed method is simple and easy to use, requiring observations of only three positions of plumb scale. The deviation of the orientation parameters within 10 meters is better than 0.05 mm, and the deviation of the three-dimensional coordinate is better than 0.03 mm. The accuracy of the proposed method is equivalent to that of Leica Axyz bundle adjustment algorithm.

Key words: theodolite measuring system; plumb scale bar; comprehensive orientation; vertical angle sight distance method; indirect adjustment

经纬仪测量系统由 2 台或 2 台以上高精度经纬仪组成,基于空间角度前方交会原理实现三维坐标测量^[1-2]。作为一种便携式、高精度的大尺寸空间坐标测量系统^[3],被广泛应用在航空航天、装备制造及大型工业设备安装检测等领域。

由于该系统的观测值只有方向值,故各测站空间位置标定必须借助定向测量来完成,包括相对定向和绝对定向。相对定向一般需要通过仪器间精确互瞄测量,确定经纬仪在连线方向的起始方向值^[4]。而绝对定向则是确定系统测量的尺度基准,一般通过观测 1 根已知长度的基准尺完成^[5]。

作为一种纯粹的三角法测量系统^[6],借助基准尺确定系统测量的尺度基准是绝对定向的基本方法。例如景冬等^[7-8]提出的基于可整平基准尺的定向测量方法,潘廷耀等^[9]、肖华杰等^[10]提出的多基准尺联合标定

收稿日期:2020-05-03

基金项目:国家基础测绘科技与标准计划项目(2016KJ0100)

作者简介:刘尚国(1979—),男,山东菏泽人,副教授,博士,主要从事精密工程与工业测量的教学与研究。

E-mail:skd991995@sdust.edu.cn

技术,殷泽军等^[11]提出的基于标准尺的基线反演求解算法等。吴卓昊等^[12]研制的钢钢四面体结构校准装置提供6根基准杆,可实现常用工业测量系统现场精度的原位校准。

经纬仪测量系统定向测量的实质是确定各测站经纬仪的相对位置关系,若将各测站位置参数纳入统一平差模型中一并求解,则称为“综合定向”,其方法主要有光束法平差、六自由度测站三维网平差等^[13-14]。而在相对狭小或受限的测量空间内,如玻璃生产线辊子姿态检测、矿井提升机形位检测等,受通视及现场条件的限制,基准尺只可铅垂放置。针对铅垂基准尺定向,文献^[15]讨论了一种“垂直角视距法”实现综合定向。但是,该算法要求基准尺严格铅垂放置,在实际作业中难以实现。经实验测试,发现可基于“垂直角视距法”获取定向参数的初始值,考虑到基准尺近似铅垂放置的一般情况,依据附有条件的间接平差模型,实现经纬仪测量系统的综合定向,定向参数计算较为准确。

1 铅垂基准尺综合定向的理想模型

如图1,基准尺处于理想铅垂状态时,其端点1和2在水平面内的投影重叠为点P。A、B为2测站经纬仪的中心,为确定水平基线长度 b 及测站高差 h_{AB} ,将长度为 D 的基准尺铅垂放置,分别从A、B测量其上、下2标志点1、2,测得垂直方向值分别为 V_{A1} 、 V_{A2} 、 V_{B1} 、 V_{B2} 。

2经纬仪交会线、基准尺及其投影线,在竖直面内构成4个直角三角形,即 $Rt\triangle A1P$ 、 $Rt\triangle A2P$ 、 $Rt\triangle B1P'$ 和 $Rt\triangle B2P'$,记经纬仪A、B至基准尺的水平距离(即“视距”)分别为 D_A 和 D_B 。分析铅垂直角边与基准尺 D 之间的几何关系,可得:

$$\begin{cases} D_A = \frac{D}{\cot V_{A1} - \cot V_{A2}}, \\ D_B = \frac{D}{\cot V_{B1} - \cot V_{B2}}. \end{cases} \quad (1)$$

再分析直角三角形 $Rt\triangle A2P$ 和 $Rt\triangle B2P'$ 的铅垂直角边,可得高差

$$h_{AB} = D_A \cot V_{A2} - D_B \cot V_{B2}. \quad (2)$$

根据余弦定理,可计算水平基线长度

$$b = \sqrt{D_A^2 + D_B^2 - 2D_A D_B \cos \gamma}, \quad (3)$$

其中, $\gamma = 180^\circ - \beta_A - \beta_B$ 。在相对定向系统误差 $\epsilon_1 = -\epsilon_2 = \epsilon$ 前提下,交会角 γ 的计算式为:

$$\gamma = 180^\circ - (\beta'_A + \epsilon_1) - (\beta'_B - \epsilon_2) = 180^\circ - \beta_A - \beta_B, \quad (4)$$

表明用观测角 β'_A 、 β'_B 计算的 γ 角与相对定向系统误差无关。

求出 b 后,根据正弦定理计算水平角 β_A 、 β_B :

$$\begin{cases} \beta_A = \arcsin\left(\frac{D_B \sin \gamma}{b}\right), \\ \beta_B = \arcsin\left(\frac{D_A \sin \gamma}{b}\right). \end{cases} \quad (5)$$

则相对定向的系统误差:

$$\begin{cases} \epsilon_1 = \beta_A - \beta'_A, \\ \epsilon_2 = \beta_B - \beta'_B. \end{cases} \quad (6)$$

对互瞄观测值追加系统误差改正,解决了相对定向的问题。

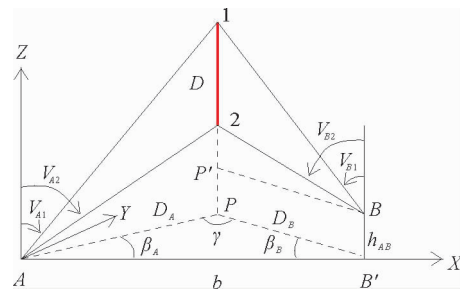


图1 铅垂基准尺综合定向的理想模型

Fig. 1 Ideal model of comprehensive orientation based on plumb scale bar

2 综合定向实用模型及算法

2.1 综合定向的平差模型

由于基准尺很难严格铅垂放置,故其实际交会构形如图 2 所示。理想模型求出的定向参数可作为初始值。设待定的定向参数为基准尺 2 端点的三维坐标 $1(X_1, Y_1, Z_1)$ 、 $2(X_2, Y_2, Z_2)$ 以及水平基线长度 b 、两测站间高差 h 、互瞄方向观测值 H_{AB} 和 H_{BA} , 而观测量为水平方向值 H_{A1} 、 H_{A2} 、 H_{B1} 、 H_{B2} 和垂直方向值 V_{A1} 、 V_{A2} 、 V_{B1} 、 V_{B2} 。通过解析待定参数与观测量之间的函数关系,可列出观测方程:

$$\begin{cases} V_{A1} = \arctan \left(\frac{\sqrt{X_1^2 + Y_1^2}}{Z_1} \right), \\ V_{A2} = \arctan \left(\frac{\sqrt{X_2^2 + Y_2^2}}{Z_2} \right), \\ V_{B1} = \arctan \left(\frac{\sqrt{(X_1 - b)^2 + Y_1^2}}{Z_1 - h} \right), \\ V_{B2} = \arctan \left(\frac{\sqrt{(X_2 - b)^2 + Y_2^2}}{Z_2 - h} \right), \\ H_{A1} = H_{AB} - \arctan \left(\frac{Y_1}{X_1} \right), \\ H_{A2} = H_{AB} - \arctan \left(\frac{Y_2}{X_2} \right), \\ H_{B1} = H_{BA} + \arctan \left(\frac{Y_1}{b - X_1} \right), \\ H_{B2} = H_{BA} + \arctan \left(\frac{Y_2}{b - X_2} \right). \end{cases} \quad (7)$$

同时,考虑到基准尺条件

$$\sqrt{(\hat{X}_2 - \hat{X}_1)^2 + (\hat{Y}_2 - \hat{Y}_1)^2 + (\hat{Z}_2 - \hat{Z}_1)^2} = D, \quad (8)$$

可列出式(9)误差方程,适用附有限制条件的间接平差模型。

$$\begin{cases} \mathbf{V} = \mathbf{B}\hat{\mathbf{x}} - \mathbf{l}, \\ \mathbf{C}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{W}_x = \mathbf{0}. \end{cases} \quad (9)$$

其中: \mathbf{V} 为式(7)中各观测量对应的残差向量; $\hat{\mathbf{x}}$ 为各待定参数的改正数向量; \mathbf{B} 为系数矩阵; \mathbf{l} 表示观测值残差向量; \mathbf{C} 为行满秩矩阵; \mathbf{W}_x 为函数 $\phi = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2} - D$ 当坐标值取近似值时的函数值。有关偏导数的计算公式从略。将基准尺条件式(8)线性化,可得:

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} -\frac{X_2^0 - X_1^0}{D^0} & -\frac{Y_2^0 - Y_1^0}{D^0} & -\frac{Z_2^0 - Z_1^0}{D^0} & \frac{X_2^0 - X_1^0}{D^0} & \frac{Y_2^0 - Y_1^0}{D^0} & \frac{Z_2^0 - Z_1^0}{D^0} & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (10)$$

$$\mathbf{W}_x = D^0 - D = \sqrt{(X_2^0 - X_1^0)^2 + (Y_2^0 - Y_1^0)^2 + (Z_2^0 - Z_1^0)^2} - D. \quad (11)$$

2.2 定向参数的解算

实际工作中,为确保综合定向参数解算的可靠性,需观测多根基准尺或将基准尺摆放多个位置。每观测 1 次基准尺,即可按式(7)~(11)列出 8 个观测方程和 1 个条件方程,而待定参数的个数增加 6 个。若基准

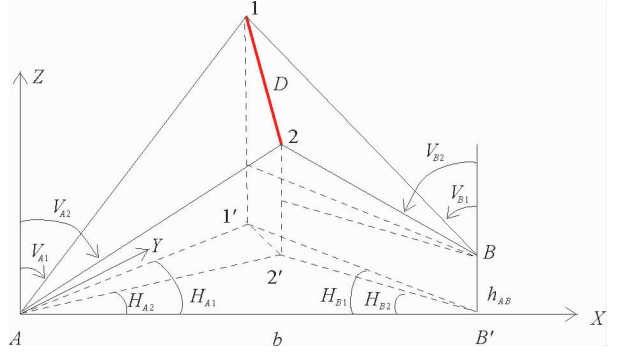


图 2 铅垂基准尺的实际交会构形

Fig. 2 Actual intersection configuration of plumb scale bar

尺摆放并观测 n 个位置,则观测方程个数、待定参数个数分别为 $9n$ 和 $4+6n$ 。

为求解待定参数,要求观测方程个数大于待定参数个数,故铅垂基准尺综合定向中,至少应将基准尺摆放并观测 2 个位置。此时,式(9)的维数为:

$$\begin{cases} \mathbf{V} = \mathbf{B} \hat{\mathbf{x}} - \mathbf{l}, \\ \mathbf{C} \hat{\mathbf{x}} + \mathbf{W}_x = \mathbf{0}. \end{cases} \quad (12)$$

$\begin{matrix} 8n \times 1 & 8n \times (6n+4) & (6n+4) \times 1 & 8n \times 1 \\ n \times (6n+4) & (6n+4) \times 1 & n \times 1 \end{matrix}$

根据附有限制条件的间接平差原理,可得平差值为:

$$\hat{\mathbf{x}} = (\mathbf{N}_{bb}^{-1} - \mathbf{N}_{bb}^{-1} \mathbf{C}^T \mathbf{N}_{cc}^{-1} \mathbf{C} \mathbf{N}_{bb}^{-1}) \mathbf{W} - \mathbf{N}_{bb}^{-1} \mathbf{C}^T \mathbf{N}_{cc}^{-1} \mathbf{W}_x, \quad (13)$$

$\begin{matrix} (6n+4) \times 1 \\ (6n+4) \times (6n+4) \end{matrix}$

式中, $\mathbf{N}_{bb} = \mathbf{B}^T \mathbf{P} \mathbf{B}$, $\mathbf{W} = \mathbf{B}^T \mathbf{P} \mathbf{l}$, $\mathbf{N}_{cc} = \mathbf{C} \mathbf{N}_{bb}^{-1} \mathbf{C}^T$, 权阵 \mathbf{P} 可取单位阵 \mathbf{I} 。

$\begin{matrix} (6n+4) \times (6n+4) & (6n+4) \times 1 & n \times n \end{matrix}$

则观测值及待定参数为:

$$\hat{\mathbf{L}} = \mathbf{L} + \mathbf{V}, \quad (14)$$

$\begin{matrix} 8n \times 1 \end{matrix}$

式中, \mathbf{L} 为观测值向量。

$$\hat{\mathbf{X}} = \mathbf{X}^0 + \hat{\mathbf{x}}. \quad (15)$$

$\begin{matrix} (6n+4) \times 1 \end{matrix}$

单位权中误差的估值为:

$$\hat{\sigma}_0 = \sqrt{\frac{\mathbf{V}^T \mathbf{P} \mathbf{V}}{8n - (6n + 4) + n}} = \sqrt{\frac{\mathbf{V}^T \mathbf{P} \mathbf{V}}{3n - 4}}. \quad (16)$$

3 实验分析

3.1 铅垂基准尺定向的实验方案

采用由 2 台 Leica M5100A 电子经纬仪构成的 Axyz 经纬仪测量系统,进行基于铅垂基准尺的综合定向测量实验。如图 3 所示,为使观测方程个数大于待定参数个数,本次实验分别将基准尺放置于经纬仪基线的前后①、②、③等 3 个位置,借助垂球线安置基准尺处于近似铅垂状态。为确保测量成果的可靠性,同时测量 $P1 \sim P8$ 等 8 个定向点。

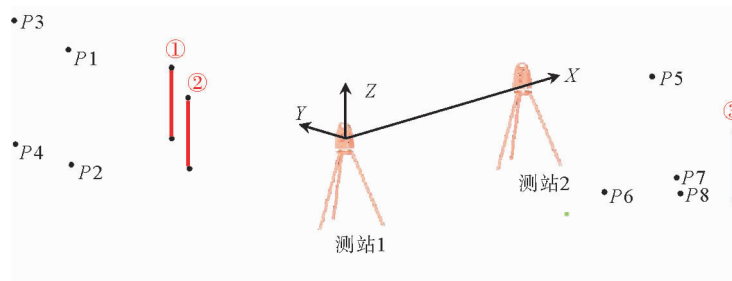


图 3 铅垂基准尺综合定向测量实验

Fig. 3 Measuring experiment of comprehensive orientation based on plumb scale bar

Leica Axyz 经纬仪测量系统的定向测量算法基于光束法平差模型^[4,17],是一种公认、可靠的定向测量方法。在 10 m 范围内,其绝对定向所得水平基线 b 长度的误差可控制在 ± 0.05 mm 以内,故可将 Axyz 定向结果作为定向实验结果的评判标准。

将 2 经纬仪间的水平基线长度分别控制在 2.5、5.0、7.5 和 10.0 m 左右,共进行 4 组定向测量实验。定向解算时,为保证解算结果具有可对比性,使用同一组原始观测数据。相继采用光束法平差模型、铅垂基准尺综合定向理想模型、铅垂基准尺综合定向实用模型^[18],3 种定向模型分别简记为 Leica Axyz 算法、PB_Ideal 算法和 PB_Practical 算法。

3.2 定向参数的解算结果分析

3 种定向模型均通过经纬仪间精确互瞄完成相对定向,故相对定向参数没有可比性,仅对比分析 3 类算

法所求解的绝对定向参数,如表 1 所示。表中的 Δb 和 Δh 分别为铅垂基准尺综合定向解算的水平基线长度 b 、测站高差 h 相对于 Leica Axyz 算法的偏差值。

表 1 3 种定向模型的绝对定向参数及偏差值

Tab. 1 Absolute orientation parameters and deviation values of three orientation models

序号	基准尺	Leica Axyz 解算结果		PB_Ideal 解算偏差		PB_Practical 解算偏差		
		b/mm	h/mm	$\Delta b/\text{mm}$	$\Delta h/\text{mm}$	$\Delta b/\text{mm}$	$\Delta h/\text{mm}$	$\sigma_0/(\prime\prime)$
I	①			-0.109	0.036			
	②	2 517.241	-44.825	-0.130	0.092	0.001	0.007	1.04
	③			0.207	0.138			
II	①			0.118	-0.203			
	②	4 978.106	-44.448	-0.206	0.106	-0.002	-0.022	1.63
	③			-0.193	-0.163			
III	①			0.086	0.129			
	②	7 460.064	-51.295	-0.351	-0.047	0.001	0.042	2.26
	③			0.470	0.250			
IV	①			0.290	-0.092			
	②	9 980.880	-53.121	0.150	0.032	0.004	0.039	1.73
	③			-0.695	0.082			

由表 1 可见,PB_Ideal 算法中,每放置 1 次基准尺即解算 1 次,受基准尺铅垂误差影响较大,造成较大的解算偏差,且算法不稳定、不可靠,最大解算偏差达 0.470 mm。而 PB_Practical 算法依附有限制条件的间接平差模型,将基准尺 3 次摆放位置的观测数据纳入统一平差系统,绝对定向参数的解算趋于稳定,4 组实验中的水平基线长度偏差均未超过 0.005 mm,而测站高差偏差均未超过 0.05 mm。

3.3 三维坐标解算结果分析

为进一步评判铅垂基准尺综合定向方法的有效性与可靠性,仍以 Leica Axyz 算法结果为参照,并采用 P1~P8 共计 8 个定向点共同参与解算,统计分析 PB_Practical 测算基准尺端点三维坐标的偏差,如表 2 所示。可见,本研究所提出的 PB_Practical 算法,在 10 m 范围内对三维坐标的测算精度优于 ± 0.03 mm,受限于经纬仪测量系统随测程增大而精度衰减的特性,采用铅垂基准尺综合定向方法所解算的基准尺端点坐标偏差也随测量范围的增大而增大。

表 2 铅垂基准尺综合定向方法的三维坐标偏差

Tab. 2 3D coordinates differentials of comprehensive orientation based on plumb scale bar

mm

序号	位置	端点	Axyz 解算结果			PB_Practical 解算偏差			
			X	Y	Z	ΔX	ΔY	ΔZ	ΔP
I	①	M	1 544.646	-2 264.507	-1 126.091	-0.001	-0.002	0.003	0.004
		N	1 544.250	-2 263.856	-225.959	-0.001	-0.003	0.005	0.005
	②	M	1 569.031	-3 808.699	-1 146.447	0.001	0.002	0.011	0.010
		N	1 569.098	-3 806.364	-246.270	0.000	0.003	0.010	0.010
	③	M	1 146.427	2 465.191	-1 134.227	0.001	-0.002	0.008	0.008
		N	1 146.452	2 462.861	-234.081	0.002	-0.003	0.009	0.009

续表 2

序号	位置	端点	Axyz 解算结果			PB_Practical 解算偏差			
			X	Y	Z	ΔX	ΔY	ΔZ	ΔP
II	①	M	2 644.129	-3 559.431	-1 098.734	0.008	0.008	0.019	0.020
		N	2 643.595	-3 555.553	-198.651	-0.007	-0.003	-0.020	0.020
	②	M	2 648.166	2 843.516	-1 136.894	-0.001	-0.001	0.008	0.009
		N	2 648.219	2 841.084	-236.860	-0.003	0.001	0.006	0.006
	③	M	2 769.708	-3 658.659	-1 100.205	0.001	0.001	0.014	0.014
		N	2 769.527	-3 658.966	-200.355	0.001	-0.001	0.015	0.015
III	①	M	3 707.720	-4 466.049	-1 183.800	-0.001	-0.013	-0.009	0.010
		N	3 707.953	-4 463.520	-283.579	-0.001	-0.012	-0.010	0.011
	②	M	3 682.523	-3 968.847	-1 163.406	0.001	0.008	0.008	0.008
		N	3 682.375	-3 967.948	-263.037	0.001	0.009	0.010	0.011
	③	M	4 335.178	2 899.308	-1 149.092	-0.004	-0.011	0.021	0.021
		N	4 334.590	2 897.067	-248.939	0.005	0.010	0.022	0.022
IV	①	M	5 120.924	-6 219.132	-1 190.162	0.004	-0.014	-0.022	0.026
		N	5 121.616	-6 217.130	-289.815	0.005	-0.013	-0.024	0.027
	②	M	4 867.212	-3 900.196	-1 210.907	-0.003	-0.017	-0.012	0.024
		N	4 866.613	-3 903.671	-310.755	-0.003	-0.018	-0.013	0.025
	③	M	5 547.543	3 248.179	-1 137.529	0.004	0.014	-0.027	0.027
		N	5 547.958	3 250.766	-237.585	0.005	0.015	-0.028	0.028

实验结果表明,基准尺端点坐标偏差与经纬仪测量系统的测程有关。如图 4 所示,坐标偏差量随测程的增大而增大,Y、Z 坐标方向的偏差稍大于 X 方向的偏差,但变形量在 10 m 范围内均未超过 ± 0.03 mm;X 坐标的变形不够显著,但不同位置基准尺的端点 X 坐标的变形方向不同。本研究提出的 PB_Practical 算法的定向结果在 X 方向精度优于 ± 0.01 mm,在 Y 方向精度优于 ± 0.02 mm,在 Z 方向精度优于 ± 0.03 mm,定向精度与 Leica Axyz 软件的光束法平差方法相当。

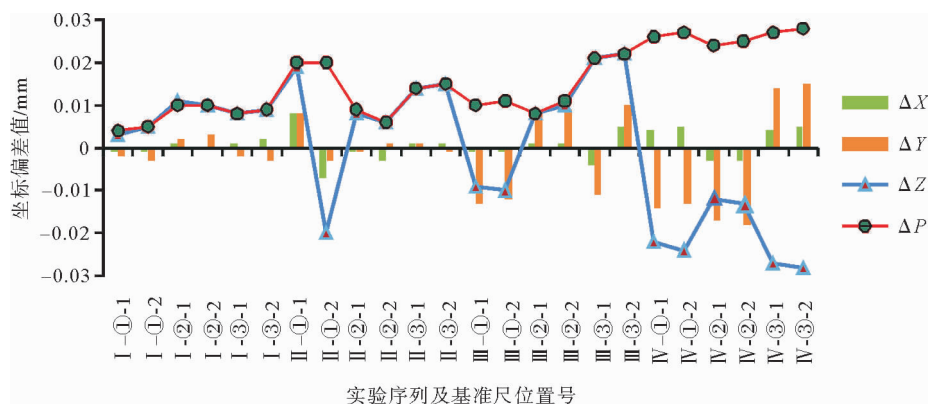


图 4 铅垂基准尺综合定向的基准尺端点坐标偏差

Fig. 4 Coordinate deviation of comprehensive orientation based on plumb scale bar

4 结束语

本研究给出的基于铅垂基准尺的综合定向方法(PB_Practical),特别适用于狭小或受限空间下经纬仪测量系统的定向,是对传统“垂直角视距法”的继承与发展。以基准尺严格铅垂的理想模型计算定向参数的初始值,再依附有限制条件的间接平差原理,精确求解综合定向参数。只需交会测量基准尺3个位置,定向结果即可达到Leica Axyz算法的精度水平,具有实用性强、易于编程实现的优势。基于PB_Practical算法,研发了测角三维坐标采集系统3DCoorsA,并应用于玻璃生产线辊子姿态检测、930E大型矿车外形检测等工程,效果良好。

有必要指出的是,为提升经纬仪测量系统的作业效率,基于视觉引导的经纬仪^[16-17]、非正交轴系激光经纬仪^[19]等新型测量系统已被研制和应用,其定向测量方法涉及图像处理,区别于与传统经纬仪测量系统的定向方法。

参考文献:

- [1]李广云,范百兴.精密工程测量技术及其发展[J].测绘学报,2017,46(10):1742-1751.
LI Guangyun, FAN Baixing. The development of precise engineering surveying technology[J]. Acta Geodaetica et Cartographica Sinica, 2017, 46(10): 1742-1751.
- [2]郭巍,潘国荣,张鹏,等.一种高精度大尺寸工业测量移站闭合算法[J].山东科技大学学报(自然科学版),2015,34(2):64-71.
GUO Wei, PAN Guorong, ZHANG Peng, et al. A closed shift station algorithm for large scale high accuracy industrial measurement[J]. Journal of Shandong University of Science and Technology (Natural Science), 2015, 34(2): 64-71.
- [3]SCHMITT R H, PETEREK M, MORSE E, et al. Advances in large-scale metrology: Review and future trends[J]. CIRP Annals: Manufacturing Technology, 2016, 65(2): 643-665.
- [4]LIU Z G, XU Y Z, LIU Z Z, et al. A large scale 3D positioning method based on a network of rotating laser automatic theodolites[C]//IEEE International Conference on Information and Automation, Harbin, Jun. 20-23, 2010: 513-518.
- [5]刘尚国,刘金龙,郭倩倩,等.经纬仪测量系统相对定向误差解析与消除方法[J].测绘科学,2019,44(4):158-164.
LIU Shangguo, LIU Jinlong, GUO Qianqian, et al. Analysis and elimination of relative orientation error of theodolite measuring system[J]. Science of Surveying and Mapping, 2019, 44(4): 158-164.
- [6]刘尚国,于胜文,王喜芹,等.经纬仪测量系统尺度基准测定及误差分析[J].测绘科学,2015,40(11):127-130.
LIU Shangguo, YU Shengwen, WANG Xiqin, et al. Determination and error analysis of length-scale datum for theodolite measuring system[J]. Science of Surveying and Mapping, 2015, 40(11): 127-130.
- [7]景冬,卢秀山,郑文华,等.一种基于刚性坐标系的工业测量系统数据处理方法[J].山东科技大学学报(自然科学版),2011,30(3):33-37.
JING Dong, LU Xiushan, ZHENG Wenhua, et al. A data processing method for industrial measuring system based on rigid coordinate system[J]. Journal of Shandong University of Science and Technology (Natural Science), 2011, 30(3): 33-37.
- [8]景冬,卢秀山,郑文华,等.基于可整平基准尺的工业测量定向方法[J].深圳大学学报(理工版),2012,29(2):178-182.
JING Dong, LU Xiushan, ZHENG Wenhua, et al. Orientation method of industrial measuring based on adjustable scale bar [J]. Journal of Shenzhen University (Science and Engineering), 2012, 29(2): 178-182.
- [9]潘廷耀,范百兴,西勤,等.经纬仪多基准尺联合标定技术研究[J].测绘工程,2016,25(5):56-58.
PAN Tingyao, FAN Baixing, XI Qin, et al. Research of theodolite scale joint calibration technology[J]. Engineering of Surveying and Mapping, 2016, 25(5): 56-58.
- [10]肖华杰,范百兴,西勤,等.基于多标尺联合标定的经纬仪测量系统精度分析[J].北京测绘,2016(2):27-31.
XIAO Huajie, FAN Baixing, XI Qin, et al. Analysis of theodolite measuring system measuring accuracy based on combined

- calibration with multiple reference ruler[J]. Beijing Surveying and Mapping, 2016(2): 27-31.
- [11] 殷泽军, 李群明, 王凯, 等. 针对样品标定的双经纬仪测量系统优化设计[J]. 机械工程与自动化, 2016(6): 1-3.
- YIN Zejun, LI Qunming, WANG Kai, et al. Optimization design of double theodolite measuring system based on sample calibration[J]. Mechanical Engineering & Automation, 2016(6): 1-3.
- [12] 吴卓昊, 范百兴, 王德利, 等. 工业测量系统现场精度原位校准装置及方法研究[J]. 工程勘察, 2019(4): 55-59.
- WU Zhuohao, FAN Baixing, WANG Deli, et al. Research on in-situ calibration device and method for assessing field accuracy of industrial measurement system[J]. Geotechnical Investigation & Surveying, 2019(4): 55-59.
- [13] MAISANO D, MASTROGIACOMO L. A new methodology to design multi-sensor networks for distributed large-volume metrology systems based on triangulation[J]. Precision Engineering, 2016, 43: 105-118.
- [14] 陈继华, 黄桂平, 李广云. 一种新的经纬仪/全站仪工业测量系统标定算法[J]. 测绘通报, 2006(8): 19-23.
- CHEN Jihua, HUANG Guiping, LI Guangyun. A new algorithm for orientation parameters in multi-theodolite industrial measuring system[J]. Bulletin of Surveying and Mapping, 2006(8): 19-23.
- [15] 李广云, 李宗春. 工业测量系统原理与应用[M]. 北京: 测绘出版社, 2011.
- LI Guangyun, LI Zongchun. The principles and applications of industrial measuring systems[M]. Beijing: Surveying and Mapping Press, 2011.
- [16] PREDMORE C R. Bundle adjustment of multi-position measurements using the Mahalanobis distance[J]. Precision Engineering, 2009, 34(1): 113-123.
- [17] 王欣宇, 范百兴, 于英, 等. 一种视觉引导经纬仪自动测量方法[J]. 测绘工程, 2018, 27(6): 32-40.
- WANG Xinyu, FAN Baixing, YU Ying, et al. An automatic measurement method with visual guiding theodolite[J]. Engineering of Surveying and Mapping, 2018, 27(6): 32-40.
- [18] 姜友谊, 曾致, 胡亚轩, 等. 精密水准测量控制装置设计[J]. 西安科技大学学报, 2018, 38(6): 999-1004.
- JIANG Youyi, ZENG Zhi, HU Yaxuan, et al. Design of precision leveling and control device[J]. Journal of Xi'an University of Science and Technology, 2018, 38(6): 999-1004.
- [19] YANG F T, WU B, XUE T, et al. A Cost-effective non-orthogonal 3D measurement system[J]. Measurement, 2018, 128(6): 264-270.

(责任编辑: 高丽华)