

# 含有积分测量和时滞的 T-S 模糊系统的 $H_\infty$ 故障诊断

孔 旭, 封学欣, 王友清

(山东科技大学 电气与自动化工程学院, 山东 青岛 266590)

**摘 要:**针对含有积分测量和时滞的 T-S 模糊系统,设计了一种对系统中存在的执行器故障和传感器故障进行估计的方法。首先,将传感器故障与状态合并为扩维状态向量,在构建  $H_\infty$  观测器估计扩维状态的同时估计执行器故障,其中传感器故障通过对状态的估计来得到;然后,通过设置李雅普诺夫函数并求解线性矩阵不等式,求得  $H_\infty$  观测器的相关参数矩阵,最终使系统满足  $H_\infty$  稳定;最后通过数值仿真,说明  $H_\infty$  观测器对系统状态、执行器故障和传感器故障有着很好的估计能力,验证了该方法的有效性和准确性。

**关键词:**时滞;积分测量;T-S 模糊系统;故障估计;观测器

**中图分类号:**TP277

**文献标志码:**A

## $H_\infty$ fault diagnosis for T-S fuzzy system with integral measurement and time delay

KONG Xu, FENG Xuexin, WANG Youqing

(College of Electrical Engineering and Automation, Shandong University  
of Science And Technology, Qingdao, Shandong 266590, China)

**Abstract:** Considering T-S fuzzy systems with integral measurement and time delay, this study proposed a method for estimating the faults of actuators and sensors in a system. First, the sensor fault and state were merged into an augmented state vector, and the actuator fault was estimated while the  $H_\infty$  observer was constructed to estimate the augmented state, where the sensor fault was obtained by estimating the augmented state. Then, by setting a Lyapunov function and solving some linear matrix inequalities, the relevant parameter matrix of the  $H_\infty$  observer was obtained, and the system was  $H_\infty$  stable. Finally, through numerical simulation, the state and fault information were analyzed. Simulation results show that  $H_\infty$  observer can well estimate the system state, activator fault and sensor faulty, thus verifying the effectiveness and accuracy of the proposed method.

**Key words:** time delay; integral measurement; T-S fuzzy system; fault estimation; observer

在现代工业系统中,控制系统的可靠和安全具有十分重要的意义。设备和组件的复杂性不断增加,且对各种意外故障越来越敏感,这些都会导致系统性能降低,故障检测与诊断受到了越来越多的关注。故障检测与诊断方法一般可分为两大类,即基于系统模型的方法和不依赖系统模型的方法<sup>[1]</sup>。其中,不依赖系统模型的方法如主元分析(principal component analysis, PCA)方法已被广泛应用于工业过程故障检测<sup>[2-3]</sup>。基于系统模型的方法中,故障诊断主要研究如何对系统中出现的故障进行检测、分离和辨识,即判断故障是否发生,定位故障发生的部位和种类,确定故障大小和发生时间等<sup>[4]</sup>。故障检测的主要思想是构造残差,与设定的阈值进行比较,以判断故障是否发生<sup>[5-6]</sup>。文献[7]根据空间几何理论推导出车间距的残差发生器,设计了自适应阈值的残差决策模块来分隔故障,从而达到车队故障检测与隔离的效果。对于具有多执行器的系统,

收稿日期:2020-08-13

基金项目:国家自然科学基金青年科学基金项目(61822308)

作者简介:孔 旭(1995—),男,山东济宁人,硕士研究生,主要从事故障诊断研究。

王友清(1981—),男,山东莱芜人,教授,博士,主要从事故障诊断与容错控制研究,本文通信作者。

E-mail: wang.youqing@ieee.org

故障发生后,对故障执行器进行定位,可为后续容错控制提供必要的故障信息<sup>[8]</sup>。文献[9]在复杂网络模型中引入系统非线性以及耦合发生概率的不确定性,并考虑常见的传感器故障类型,应用增广状态方法对得到的增广系统设计基于观测器的分布式估计器,实现在线故障估计。故障估计可以提供故障大小和方向等信息<sup>[10]</sup>,现有的故障估计方法主要包括自适应观测器方法<sup>[11-13]</sup>、高增益观测器方法<sup>[14]</sup>、干扰观测器技术和滑模观测器<sup>[15-17]</sup>等。

在大多数故障诊断研究中,通常假定测量输出取决于当前时间步长的系统状态。实际上,由于数据收集和实时信号处理可能会受到延迟的影响,因此在给定时间段内,系统测量值可能与系统状态的积分成比例关系,这种现象称为积分测量,积分测量现象通常发生在化学过程和核反应过程等工程应用中。在对化学过程中的质量和变量(例如浓度)进行测量时,因为采样较少,并且所涉及的分析时间较长,因此会存在延迟。此外,由于化学样品某些质量和变量的测量是一段时间内组合物状态的函数,依赖于过去某个时刻的状态,延迟测量还可以是过去一定时间段内状态积分的函数,这就是积分测量在化学过程中的体现。

在网络通信中,时滞问题主要存在于信息从传感器到控制器和从控制器到执行器的过程中,受时滞问题的影响,系统的性能会变差甚至不稳定。文献[18]将时滞建模为马尔科夫链,研究了带有时滞影响的网络化控制系统的  $H_\infty$  滤波问题,再通过求解线性矩阵不等式得出滤波器的充分条件。文献[19]讨论了一类具有混合随机时滞和数据丢包的新型网络化非线性系统,并研究了此类系统的  $H_\infty$  滤波问题,提出了滤波器存在的充分条件,确保系统是渐近稳定的并且满足  $H_\infty$  性能。文献[20]讨论了含有分布式时变时滞的随机系统的鲁棒  $L_\infty/L_\infty$  滤波问题,目的是设计一个全阶滤波器,使得所产生的滤波误差系统在满足  $L_\infty/L_\infty$  性能的情况下是渐近稳定的,最后通过求解线性矩阵不等式,获得滤波器的增益矩阵。文献[21]主要研究了具有随机时滞的线性离散时变系统的故障检测问题,通过将数据信息结合到滤波器中,作为残差生成器进行故障检测。文献[22]研究了含有不确定时变时滞的网络控制系统的故障检测,将不确定时变时滞转换为随时间变化的多变量不确定性,极大地方便了残差产生器的设计,再通过残差与设定阈值的比较,判断系统是否发生故障。文献[23]研究了含有时变时滞和执行器故障的非线性离散系统的故障估计和容错控制问题,将此非线性系统用 T-S 模糊模型表示,并在子模型中添加非线性函数,用更少的模糊规则和计算量来设计观测器和控制器。随着网络通信技术的快速发展和广泛应用,时滞问题也变得越来越复杂,在复杂网络化环境下,在 T-S 模糊模型的基础上考虑时滞问题进行故障诊断的研究成果相对较少,仍需继续研究。

文献[24]研究了时滞和积分测量相结合的状态估计问题,针对如何处理测量中包含的积分特性这一难点问题,通过将含有延迟和积分测量的实际过程重新构造为等效的变维系统来解决,在新模型基础上,提出一种变维无迹卡尔曼滤波器(variable dimension unscented Kalman filter, VD-UKF)来估计状态;由于传统无迹卡尔曼滤波器(UKF)方法中雅可比矩阵可逆性的假设对于 VD-UKF 不再有效,作者提出了 VD-UKF 稳定性的重要判别条件。文献[25]研究了具有部分解耦干扰和积分测量的离散系统的状态估计和故障重构问题,所考虑的积分测量值(在一段时间内作为系统状态的函数)反映了样本采集与实时信号处理之间的时间间隔。

实际的工业系统中更多的是非线性系统,而 T-S 模糊模型可以近似甚至代替一般非线性系统,基于此,可将一般的非线性系统故障诊断问题转化为 T-S 模糊系统的故障诊断问题<sup>[26]</sup>。T-S 模糊模型通过隶属度函数将复杂的非线性系统转化为线性系统的组合,再利用传统的线性系统理论对系统进行分析处理,该模型结构简单,数学描述方便,有利于系统分析和控制器设计。T-S 模糊模型系统的  $H_\infty$  跟踪控制、非脆弱滤波控制、鲁棒耗散控制、故障检测<sup>[27]</sup>等各种问题得到广泛研究。T-S 模糊模型作为将非线性系统转化为线性系统组合的强有力工具,对 T-S 模糊系统进行故障诊断具有重要的理论和实际意义。

本研究针对含有积分测量、时滞、执行器故障和传感器故障的 T-S 模糊模型,建立  $H_\infty$  观测器进行故障估计。将传感器故障与状态合并为扩维状态向量,来实现对传感器故障的估计。利用  $H_\infty$  观测器对执行器故障进行估计,在估计状态的同时估计执行器故障和传感器故障。对含有时滞的系统,选取李雅普诺夫函数,并对线性矩阵不等式求解可得观测器的增益矩阵,使得系统满足  $H_\infty$  性能。

## 1 问题描述

考虑带有积分测量、时滞、执行器和传感器故障的离散 T-S 模糊模型。模糊模型的第  $i$  条规则具有以下形式:

规则  $i$ : IF ( $g_1(k)$  is  $M_1^i$ ) and  $\cdots \cdots (g_j(k)$  is  $M_j^i$ ), THEN

$$\begin{cases} \mathbf{x}_c(k+1) = \sum_{i=1}^r h_i(g(k)) \{ \mathbf{A}_{ci} \mathbf{x}_c(k) + \mathbf{A}_{1ci} \mathbf{x}_c(k-\tau) + \mathbf{B}_{ci} \mathbf{u}(k) + \mathbf{D}_{1ci} \mathbf{f}_a(k) + \mathbf{W}_{1ci} \mathbf{v}(k) \}, \\ \mathbf{y}(k) = \mathbf{C}_c \sum_{b=0}^s \mathbf{x}_c(k-b) + \mathbf{D}_{2c} \mathbf{f}_s(k) + \mathbf{W}_2 \mathbf{v}(k). \end{cases} \quad (1)$$

这里,  $g_1(k), \cdots, g_j(k)$  为前件变量,  $M_1^i, \cdots, M_j^i$  为模糊集合,  $r$  是模糊规则的数量,  $w_i(g(k)) = \prod_{j=1}^d M_{ij}(g_j(k)), h_i(g(k)) = w_i(g(k)) / \sum_{i=1}^r w_i(g(k)), \sum_{i=1}^r w_i(g(k)) > 0, w_i(g(k)) \geq 0, \sum_{i=1}^r h_i(g(k)) = 1$ .  $\mathbf{A}_{ci} \in \mathbf{R}^{n \times n}, \mathbf{B}_{ci} \in \mathbf{R}^{n \times m}, \mathbf{C}_c \in \mathbf{R}^{p \times n}, \mathbf{A}_{1ci} \in \mathbf{R}^{n \times n}, \mathbf{D}_{1ci} \in \mathbf{R}^{n \times q}, \mathbf{D}_{2c} \in \mathbf{R}^{p \times e}, \mathbf{W}_{1ci} \in \mathbf{R}^{n \times m}$  和  $\mathbf{W}_2 \in \mathbf{R}^{p \times m}$  是系统的参数矩阵。 $\mathbf{x}_c(k) \in \mathbf{R}^{n \times q}$  为状态向量,  $\mathbf{u}(k) \in \mathbf{R}^m$  为控制输入,  $\mathbf{y}(k) \in \mathbf{R}^p$  代表系统输出,  $\mathbf{f}_a(k) \in \mathbf{R}^q$  和  $\mathbf{f}_s(k) \in \mathbf{R}^e$  分别为执行器故障和传感器故障。 $\mathbf{v}(k) \in \mathbf{R}^m$  为干扰向量。 $s$  为积分测量的区间,  $\tau$  是系统的常数时滞, 并且这里矩阵  $\mathbf{C}_c$  为行满秩,  $\mathbf{D}_{1ci}$  和  $\mathbf{D}_{2c}$  为列满秩。

假设 1  $\mathbf{v}(k) \in l_2$ , (2)

这里  $l_2 \triangleq \{ \mathbf{v}(k) \in \mathbf{R}^n \mid \mathbf{v}_2 < \infty \}, \|\mathbf{v}_2\| \triangleq \left( \sum_{k=1}^{\infty} \|\mathbf{v}_2^2\| \right)^{1/2}$ 。

假设 2 假设执行器故障信号是平滑且有界的, 并且采样周期  $T$  足够短, 对于所有  $k \in \mathbf{N}$ , 执行器故障满足  $\mathbf{0} \approx \mathbf{f}_a(k+1) - \mathbf{f}_a(k)$ , 即执行器故障是恒定和变化缓慢的。

构造一个扩维状态向量, 由当前系统状态、系统的延迟状态和传感器故障组成, 定义扩维状态  $\mathbf{x}(k) = [\mathbf{x}_c^T(k) \quad \mathbf{x}_c^T(k-1) \quad \cdots \quad \mathbf{x}_c^T(k-s) \quad \mathbf{f}_s^T(k)]^T$ , 其主要目的是对系统的积分测量进行处理, 并且将传感器故障和状态进行联立, 在下方构建观测器, 在对状态进行估计的同时, 实现对传感器故障的估计, 解决传感器故障和系统状态同时估计的问题。因此系统(1)可以重新写为混合奇异系统:

$$\begin{cases} \mathbf{E} \mathbf{x}(k+1) = \sum_{i=1}^r h_i(g(k)) \{ \mathbf{A}_i \mathbf{x}(k) + \mathbf{A}_{1i} \mathbf{x}(k-\tau) + \mathbf{B}_i \mathbf{u}(k) + \mathbf{D}_{1i} \mathbf{f}_a(k) + \mathbf{W}_{1i} \mathbf{v}(k) \}, \\ \mathbf{y}(k) = \mathbf{C} \mathbf{x}(k) + \mathbf{W}_2 \mathbf{v}(k). \end{cases} \quad (3)$$

这里, 参数矩阵为  $\mathbf{E} = [\mathbf{I} \quad \mathbf{0}] \in \mathbf{R}^{(s+1)n \times ((s+1)n+e)}$ ,  $\mathbf{C} = [\mathbf{C}_c \quad \cdots \quad \mathbf{C}_c \quad \mathbf{D}_{2c}] \in \mathbf{R}^{m \times ((s+1)n+e)}$ ,

$$\mathbf{A}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{ci} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{I} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \in \mathbf{R}^{(s+1)n \times ((s+1)n+e)}, \mathbf{B}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{ci} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \in \mathbf{R}^{(s+1)n \times m}, \mathbf{D}_{1i} = \begin{bmatrix} \mathbf{D}_{1ci} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \in \mathbf{R}^{(s+1)n \times q},$$

$$\mathbf{A}_{1i} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{1ci} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \in \mathbf{R}^{(s+1)n \times ((s+1)n+e)}, \mathbf{W}_{1i} = \begin{bmatrix} \mathbf{W}_{1ci} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \in \mathbf{R}^{(s+1)n \times m}。$$

通过对积分测量一项的处理, 将 T-S 模糊系统(1)转化为常见的系统形式, 从而方便对该系统进行进一步分析。

## 2 $H_\infty$ 观测器的建立和稳定性分析

为了对状态和传感器故障进行估计, 针对 T-S 模糊系统(3), 建立观测器

$$\begin{cases} \mathbf{z}(k+1) = \sum_{i=1}^r h_i(g(k)) \{ \mathbf{N}_i \mathbf{z}(k) + \mathbf{L}_{1i} \mathbf{y}(k) + \mathbf{G} \mathbf{B}_i \mathbf{u}(k) + \mathbf{G} \mathbf{A}_{1i} \mathbf{x}(k-\tau) + \mathbf{G} \mathbf{D}_{1i} \hat{\mathbf{f}}_a(k) \}, \\ \hat{\mathbf{x}}(k) = \mathbf{z}(k) - \mathbf{H} \mathbf{y}(k), \\ \hat{\mathbf{f}}_a(k+1) = \hat{\mathbf{f}}_a(k) + \mathbf{L}_2 (\mathbf{y}(k) - \mathbf{C} \hat{\mathbf{x}}(k)). \end{cases} \quad (4)$$

这里,  $\mathbf{z}(k) \in \mathbf{R}^{(s+1)n+e}$  是观测器中间变量,  $\hat{\mathbf{x}}(k) \in \mathbf{R}^{(s+1)n+e}$  和  $\hat{\mathbf{f}}_a(k) \in \mathbf{R}^q$  分别是系统状态  $\mathbf{x}(k)$  和执行器故障  $\mathbf{f}_a(k)$  的估计值,  $\mathbf{N}_i \in \mathbf{R}^{((s+1)n+e) \times ((s+1)n+e)}$ ,  $\mathbf{L}_{1i} \in \mathbf{R}^{((s+1)n+e) \times m}$ ,  $\mathbf{G} \in \mathbf{R}^{((s+1)n+e) \times ((s+1)n)}$ ,  $\mathbf{H} \in \mathbf{R}^{((s+1)n+e) \times m}$ ,  $\mathbf{L}_2 \in \mathbf{R}^{q \times p}$  为观测器待设计的参数。

引理 1<sup>[25]</sup> 存在矩阵  $\mathbf{H} \in \mathbf{R}^{((s+1)n+e) \times m}$ ,  $\mathbf{G} \in \mathbf{R}^{((s+1)n+e) \times n}$ , 使得

$$\mathbf{G} \mathbf{E} - \mathbf{H} \mathbf{C} = \mathbf{I}, \text{ 即 } [\mathbf{G} \quad \mathbf{H}] \begin{bmatrix} \mathbf{E} \\ -\mathbf{C} \end{bmatrix} = \mathbf{I} \text{ 成立。} \quad (5)$$

这里, 为了表示出观测器待设计的参数矩阵, 定义  $\bar{\mathbf{E}} = [\mathbf{E}^T - \mathbf{C}^T]^T$ 。将式(5)进行化简可以得到  $[\mathbf{G} \quad \mathbf{H}] = (\bar{\mathbf{E}}^T \bar{\mathbf{E}})^{-1} \bar{\mathbf{E}}^T$ , 所以,  $\mathbf{G} = (\bar{\mathbf{E}}^T \bar{\mathbf{E}})^{-1} \bar{\mathbf{E}}^T$ ,  $\mathbf{H} = -(\bar{\mathbf{E}}^T \bar{\mathbf{E}})^{-1} \mathbf{C}^T$ 。

状态估计误差  $\mathbf{e}(k)$  可以被定义为:

$$\begin{aligned} \mathbf{e}(k) &\triangleq \mathbf{x}(k) - \hat{\mathbf{x}}(k) = \mathbf{x}(k) - \mathbf{z}(k) + \mathbf{H} \mathbf{y}(k) = \mathbf{x}(k) - \mathbf{z}(k) + \mathbf{H} \mathbf{C} \mathbf{x}(k) + \mathbf{H} \mathbf{W}_2 \mathbf{v}(k) \\ &= (\mathbf{I} + \mathbf{H} \mathbf{C}) \mathbf{x}(k) - \mathbf{z}(k) + \mathbf{H} \mathbf{W}_2 \mathbf{v}(k) = \mathbf{G} \mathbf{E} \mathbf{x}(k) - \mathbf{z}(k) + \mathbf{H} \mathbf{W}_2 \mathbf{v}(k). \end{aligned} \quad (6)$$

考虑式(4)和式(6), 可以获得  $k+1$  时刻的状态误差公式为:

$$\begin{aligned} \mathbf{e}(k+1) &= \mathbf{x}(k+1) - \hat{\mathbf{x}}(k+1) = \mathbf{G} \mathbf{E} \mathbf{x}(k+1) - \mathbf{z}(k+1) + \mathbf{H} \mathbf{W}_2 \mathbf{v}(k+1) \\ &= \sum_{i=1}^r h_i(g(k)) \{ \mathbf{G} \mathbf{A}_i \mathbf{x}(k) + \mathbf{G} \mathbf{A}_{1i} \mathbf{x}(k-\tau) + \mathbf{G} \mathbf{B}_i \mathbf{u}(k) + \mathbf{G} \mathbf{D}_{1i} \mathbf{f}_a(k) + \mathbf{G} \mathbf{W}_{1i} \mathbf{v}(k) \} - \\ &\quad \sum_{i=1}^r h_i(g(k)) \{ \mathbf{N}_i \mathbf{z}(k) + \mathbf{L}_{1i} \mathbf{y}(k) + \mathbf{G} \mathbf{B}_i \mathbf{u}(k) + \mathbf{G} \mathbf{A}_{1i} \mathbf{x}(k-\tau) + \mathbf{G} \mathbf{D}_{1i} \hat{\mathbf{f}}_a(k) \} + \mathbf{H} \mathbf{W}_2 \mathbf{v}(k+1) \\ &= \sum_{i=1}^r h_i(g(k)) \{ \mathbf{N}_i \mathbf{e}(k) + (\mathbf{G} \mathbf{A}_i - \mathbf{N}_i \mathbf{G} \mathbf{E} - \mathbf{L}_{1i} \mathbf{C}) \mathbf{x}(k) + \mathbf{G} \mathbf{A}_{1i} \mathbf{e}(k-\tau) + \mathbf{G} \mathbf{D}_{1i} \mathbf{e}_{fa}(k) + \\ &\quad (\mathbf{G} \mathbf{W}_{1i} - \mathbf{N}_i \mathbf{H} \mathbf{W}_2 - \mathbf{L}_{1i} \mathbf{W}_2) \mathbf{v}(k) \} + \mathbf{H} \mathbf{W}_2 \mathbf{v}(k+1). \end{aligned} \quad (7)$$

这里定义执行器故障误差为  $\mathbf{e}_{fa}(k) = \mathbf{f}_a(k) - \hat{\mathbf{f}}_a(k)$ 。为了消除状态对估计误差的影响, 需要使式(8)成立:

$$\mathbf{G} \mathbf{A}_i - \mathbf{N}_i \mathbf{G} \mathbf{E} - \mathbf{L}_{1i} \mathbf{C} = \mathbf{0}. \quad (8)$$

通过式(8), 可以对观测器的参数矩阵  $\mathbf{N}_i$  和  $\mathbf{L}_{1i}$  进行设计, 得到

$$\mathbf{N}_i = \mathbf{G} \mathbf{A}_i - \mathbf{K}_i \mathbf{C}, \mathbf{K}_i = \mathbf{N}_i \mathbf{H} + \mathbf{L}_{1i}, \quad (9)$$

其中  $\mathbf{K}_i$  为未知矩阵, 在引理 1 中通过求解线性矩阵不等式(17)可以求得。

因此, 状态估计误差(7)可以重新被写为:

$$\begin{aligned} \mathbf{e}(k+1) &= \sum_{i=1}^r h_i(g(k)) \{ \mathbf{N}_i \mathbf{e}(k) + \mathbf{G} \mathbf{A}_{1i} \mathbf{e}(k-\tau) + \mathbf{G} \mathbf{D}_{1i} \mathbf{e}_{fa}(k) + \\ &\quad (\mathbf{G} \mathbf{W}_{1i} - \mathbf{N}_i \mathbf{H} \mathbf{W}_2 - \mathbf{L}_{1i} \mathbf{W}_2) \mathbf{v}(k) \} + \mathbf{H} \mathbf{W}_2 \mathbf{v}(k+1). \end{aligned} \quad (10)$$

根据式(3)和式(4), 可以获得:

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_{fa}(k+1) &= \mathbf{f}_a(k+1) - \hat{\mathbf{f}}_a(k+1) \\ &= \mathbf{f}_a(k+1) - \mathbf{f}_a(k) + \mathbf{f}_a(k) - (\hat{\mathbf{f}}_a(k) + \mathbf{L}_2 (\mathbf{y}(k) - \mathbf{C} \mathbf{x}(k))) \\ &= \mathbf{e}_{fa}(k) - \mathbf{L}_2 \mathbf{C} \mathbf{e}(k) - \mathbf{L}_2 \mathbf{W}_2 \mathbf{v}(k). \end{aligned} \quad (11)$$

那么执行器的故障误差只与执行器故障误差、状态误差和噪声有关。

定义一个新的扩维向量  $\bar{\mathbf{e}}(k) = [\mathbf{e}^T(k) \quad \mathbf{e}_{fa}^T(k)]^T$ , 可以获得

$$\bar{\mathbf{e}}(k+1) = \sum_{i=1}^r h_i(g(k)) \left\{ \begin{bmatrix} \mathbf{G} \mathbf{A}_i - \mathbf{K}_i \mathbf{C} & \mathbf{G} \mathbf{D}_{1i} \\ -\mathbf{L}_2 \mathbf{C} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \bar{\mathbf{e}}(k) + \begin{bmatrix} \mathbf{G} \mathbf{A}_{1i} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \bar{\mathbf{e}}(k-\tau) + \right.$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{G}\mathbf{W}_1 - \mathbf{K}\mathbf{W}_2 \\ -\mathbf{L}_2\mathbf{W}_2 \end{bmatrix} \mathbf{v}(k) + \begin{bmatrix} \mathbf{H}\mathbf{W}_2 \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \mathbf{v}(k+1) \Big\}。 \quad (12)$$

将  $k$  和  $k+1$  时刻的噪声联立,令  $\bar{\mathbf{v}}(k) = [\mathbf{v}^T(k) \quad \mathbf{v}^T(k+1)]^T$ , 可以进一步获得:

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{e}}(k+1) = \sum_{i=1}^r h_i(g(k)) \Big\{ & \begin{bmatrix} \mathbf{G}\mathbf{A}_i - \mathbf{K}_i\mathbf{C} & \mathbf{G}\mathbf{D}_i \\ -\mathbf{L}_2\mathbf{C} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \bar{\mathbf{e}}(k) + \begin{bmatrix} \mathbf{G}\mathbf{A}_{1i} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \bar{\mathbf{e}}(k-\tau) + \\ & \begin{bmatrix} \mathbf{G}\mathbf{W}_1 - \mathbf{K}_i\mathbf{W}_2 & \mathbf{H}\mathbf{W}_2 \\ -\mathbf{L}_2\mathbf{W}_2 & \mathbf{0} \end{bmatrix} \bar{\mathbf{v}}(k) \Big\}。 \end{aligned} \quad (13)$$

为了后续计算方便,将式(13)简化为:

$$\bar{\mathbf{e}}(k+1) = \sum_{i=1}^r h_i(g(k)) \{ \mathbf{X}_i \bar{\mathbf{e}}(k) + \mathbf{Y}_i \bar{\mathbf{v}}(k) + \mathbf{Z}_i \bar{\mathbf{e}}(k-\tau) \}。 \quad (14)$$

这里,化简后的参数矩阵为:

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_i &= \begin{bmatrix} \mathbf{G}\mathbf{A}_i - \mathbf{K}_i\mathbf{C} & \mathbf{G}\mathbf{D}_i \\ -\mathbf{L}_2\mathbf{C} & \mathbf{I} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{G}\mathbf{A}_i & \mathbf{G}\mathbf{D}_i \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{K}_i \\ \mathbf{L}_2 \end{bmatrix} [\mathbf{C} \quad \mathbf{0}], \text{ 令 } \bar{\mathbf{A}}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{G}\mathbf{A}_i & \mathbf{G}\mathbf{D}_i \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix}, \bar{\mathbf{K}}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_i \\ \mathbf{L}_2 \end{bmatrix}, \\ \bar{\mathbf{C}} &= [\mathbf{C} \quad \mathbf{0}], \mathbf{Y}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{G}\mathbf{W}_{1i} - \mathbf{K}_i\mathbf{W}_2 & \mathbf{H}\mathbf{W}_2 \\ -\mathbf{L}_2\mathbf{W}_2 & \mathbf{0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{G}\mathbf{W}_{1i} & \mathbf{H}\mathbf{W}_2 \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{K}_i \\ \mathbf{L}_2 \end{bmatrix} [\mathbf{W}_2 \quad \mathbf{0}], \\ \bar{\mathbf{W}}_2 &= [\mathbf{W}_2 \quad \mathbf{0}], \bar{\mathbf{W}}_{1i} = \begin{bmatrix} \mathbf{G}\mathbf{W}_{1i} & \mathbf{H}\mathbf{W}_2 \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix}, \mathbf{Z}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{G}\mathbf{A}_{1i} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix}。 \end{aligned}$$

所以存在  $\mathbf{X}_i = \bar{\mathbf{A}}_i - \bar{\mathbf{K}}_i \bar{\mathbf{C}}, \mathbf{Y}_i = \bar{\mathbf{W}}_{1i} - \bar{\mathbf{K}}_i \bar{\mathbf{W}}_2$ 。

**引理 2**<sup>[28]</sup> 对于常数矩阵  $\boldsymbol{\Psi}_1 = \boldsymbol{\Psi}_1^T, \boldsymbol{\Psi}_2 = \boldsymbol{\Psi}_2^T > \mathbf{0}$  和  $\boldsymbol{\Psi}_3$ , 不等式

$$\boldsymbol{\Psi}_1 + \boldsymbol{\Psi}_3^T \boldsymbol{\Psi}_2^{-1} \boldsymbol{\Psi}_3 < \mathbf{0} \quad (15)$$

等价于

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\Psi}_1 & \boldsymbol{\Psi}_3^T \\ \boldsymbol{\Psi}_3 & -\boldsymbol{\Psi}_2 \end{bmatrix} < \mathbf{0}。 \quad (16)$$

**定理 1** 如果存在对称正定矩阵  $\mathbf{P}_1 \in \mathbf{R}^{(s+1)n+l}, \mathbf{P}_2 \in \mathbf{R}^q, \mathbf{Q}_1 \in \mathbf{R}^{(s+1)n+l} > \mathbf{0}$  和  $\mathbf{Q}_2 \in \mathbf{R}^q > \mathbf{0}$ , 适维矩阵  $\mathbf{S}_{1i}$  和  $\mathbf{S}_2$ , 使得下列矩阵不等式同时成立:

$$\begin{bmatrix} -\mathbf{P}_1 + \mathbf{Q}_1 + \mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{A}_1^T \mathbf{G}^T \mathbf{P}_1^T - \mathbf{C}^T \mathbf{S}_{1i}^T & -\mathbf{C}^T \mathbf{S}_2^T \\ \mathbf{0} & -\mathbf{P}_2 + \mathbf{Q}_2 + \mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{D}_i^T \mathbf{G}^T \mathbf{P}_1^T & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & -\mathbf{Q}_1 & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{A}_{1i}^T \mathbf{G}^T \mathbf{P}_1^T & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & -\mathbf{Q}_2 & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & -\lambda^2 \mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{W}_{1i}^T \mathbf{G}^T \mathbf{P}_1^T - \mathbf{W}_2^T \mathbf{S}_{ii}^T & \mathbf{W}_2^T \mathbf{S}_2^T \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & -\lambda^2 \mathbf{I} & \mathbf{W}_2^T \mathbf{H}^T \mathbf{P}_1^T & \mathbf{0} \\ \mathbf{P}_1 \mathbf{G} \mathbf{A}_i - \mathbf{S}_{1i} \mathbf{C} & \mathbf{P}_1 \mathbf{G} \mathbf{D}_i & \mathbf{P}_1 \mathbf{G} \mathbf{A}_{1i} & \mathbf{0} & \mathbf{P}_1 \mathbf{G} \mathbf{W}_{1i} - \mathbf{S}_{1i} \mathbf{W}_2 & \mathbf{P}_1 \mathbf{H} \mathbf{W}_2 & -\mathbf{P}_1^T & \mathbf{0} \\ -\mathbf{S}_2 \mathbf{C} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & -\mathbf{S}_2 \mathbf{W}_2 & \mathbf{0} & \mathbf{0} & -\mathbf{P}_2^T \end{bmatrix} < \mathbf{0}, \quad (17)$$

$i = 1, \dots, r$ 。那么系统(14)是稳定的,其中,  $\mathbf{K}_i = \mathbf{P}_1^{-1} \mathbf{S}_{1i}, \mathbf{L}_2 = \mathbf{P}_2^{-1} \mathbf{S}_2$ 。

**证明:** 系统满足性能:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \bar{\mathbf{e}}(k) = \mathbf{0}, \mathbf{v}_k \equiv \mathbf{0}; \quad (18)$$

$$\|\bar{\mathbf{e}}(k)\| \leq \lambda \|\mathbf{v}(k)\|, \mathbf{v}(k) \not\equiv \mathbf{0}, \bar{\mathbf{e}}(0) = \mathbf{0}。 \quad (19)$$

即当干扰为 0,  $k$  趋向于无穷时,误差为 0; 干扰不为 0 时误差的范数可以被干扰的范数所包含。

针对含有时滞的 T-S 模糊系统,选取以下李雅普诺夫函数:

$$\mathbf{V}(k) = \mathbf{V}_1(k) + \mathbf{V}_2(k), \quad (20)$$

其中,令  $\mathbf{V}_1(k) = \bar{\mathbf{e}}^T(k) \mathbf{P} \bar{\mathbf{e}}(k), \mathbf{V}_2(k) = \sum_{h=k-\tau}^{k-1} \bar{\mathbf{e}}^T(h) \mathbf{Q} \bar{\mathbf{e}}(h)$ , 这里,  $\mathbf{P} = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{P}_2 \end{bmatrix}, \mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{Q}_2 \end{bmatrix}$ , 因此,式

(20)可写为:

$$\mathbf{V}(k) = \bar{\mathbf{e}}^T(k) \mathbf{P} \bar{\mathbf{e}}(k) + \sum_{h=k-\tau}^{k-1} \bar{\mathbf{e}}^T(h) \mathbf{Q} \bar{\mathbf{e}}(h), \quad k=0, \dots, \infty. \quad (21)$$

需要使李雅普诺夫函数满足:

$$\Delta \mathbf{V}(k) + \bar{\mathbf{e}}^T(k) \bar{\mathbf{e}}(k) - \lambda^2 \mathbf{v}^T(k) \mathbf{v}(k) < 0. \quad (22)$$

这里,  $\Delta \mathbf{V}(k) = \mathbf{V}(k+1) - \mathbf{V}(k)$ ,  $\lambda > 0$ 。

如果  $\mathbf{v}(k) \equiv 0, k=0, \dots, \infty$ , 则式(22)被重写为:

$$\Delta \mathbf{V}(k) + \bar{\mathbf{e}}^T(k) \bar{\mathbf{e}}(k) < 0, k=0, \dots, \infty. \quad (23)$$

如果  $\mathbf{v}(k) \neq 0, k=0, \dots, \infty$ , 则式(22)被重写为:

$$J = \sum_{k=0}^{\infty} (\Delta \mathbf{V}(k) + \bar{\mathbf{e}}^T(k) \bar{\mathbf{e}}(k) - \lambda^2 \mathbf{v}^T(k) \mathbf{v}(k)) < 0, \quad (24)$$

式(24)可写为:

$$J = -\mathbf{V}_0 + \sum_{k=0}^{\infty} \bar{\mathbf{e}}^T(k) \bar{\mathbf{e}}(k) - \lambda^2 \sum_{k=0}^{\infty} \mathbf{v}^T(k) \mathbf{v}(k) < 0. \quad (25)$$

因为  $\mathbf{e}(0) = 0$ , 可以得到  $\mathbf{V}(0) = 0$ , 进一步可得

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{V}_1(k) &= \bar{\mathbf{e}}^T(k+1) \mathbf{P} \bar{\mathbf{e}}(k+1) - \bar{\mathbf{e}}^T(k) \mathbf{P} \bar{\mathbf{e}}(k) \\ &= \sum_{i=1}^r h_i(g(k)) \{ [\mathbf{X}_i \bar{\mathbf{e}}(k) + \mathbf{Y}_i \bar{\mathbf{v}}(k) + \mathbf{Z}_i \bar{\mathbf{e}}(k-\tau)]^T \mathbf{P} [\mathbf{X}_i \bar{\mathbf{e}}(k) + \mathbf{Y}_i \bar{\mathbf{v}}(k) + \mathbf{Z}_i \bar{\mathbf{e}}(k-\tau)] - \bar{\mathbf{e}}^T(k) \mathbf{P} \bar{\mathbf{e}}(k) \} \\ &= \sum_{i=1}^r h_i(g(k)) \bar{\mathbf{e}}^T(k) (\mathbf{X}_i^T \mathbf{P} \mathbf{X}_i - \mathbf{P} + \mathbf{I}) \bar{\mathbf{e}}(k) + \bar{\mathbf{e}}^T \mathbf{X}_i \mathbf{P} \mathbf{Z}_i \bar{\mathbf{e}}(k-\tau) + \bar{\mathbf{e}}(k) \mathbf{X}_i^T \mathbf{P} \mathbf{Y}_i \bar{\mathbf{v}}(k) + \\ &\quad \bar{\mathbf{e}}(k-\tau) \mathbf{Z}_i^T \mathbf{P} \mathbf{Z}_i \bar{\mathbf{e}}(k-\tau) + \bar{\mathbf{e}}(k-\tau) \mathbf{Z}_i^T \mathbf{P} \mathbf{Y}_i \bar{\mathbf{v}}(k) + \bar{\mathbf{v}}^T(k) \mathbf{Y}_i^T \mathbf{P} \mathbf{X}_i \bar{\mathbf{e}}(k) + \\ &\quad \bar{\mathbf{v}}^T(k) \mathbf{Y}_i^T \mathbf{P} \mathbf{Z}_i \bar{\mathbf{e}}(k-\tau) + \bar{\mathbf{e}}(k-\tau) \mathbf{Z}_i^T \mathbf{P} \mathbf{X}_i \bar{\mathbf{e}}(k) + \bar{\mathbf{v}}^T(k) \mathbf{Y}_i^T \mathbf{P} \mathbf{Z}_i \bar{\mathbf{e}}(k-\tau) + \bar{\mathbf{v}}^T(k) \mathbf{Y}_i^T \mathbf{P} \mathbf{Y}_i \bar{\mathbf{v}}^T(k). \end{aligned} \quad (26)$$

并且

$$\Delta \mathbf{V}_2(k) = \sum_{h=k+1-\tau}^k \bar{\mathbf{e}}^T(h) \mathbf{Q} \bar{\mathbf{e}}(h) - \sum_{h=k-\tau}^{k-1} \bar{\mathbf{e}}^T(h) \mathbf{Q} \bar{\mathbf{e}}(h) = \bar{\mathbf{e}}^T(k) \mathbf{Q} \bar{\mathbf{e}}(k) - \bar{\mathbf{e}}^T(k-\tau) \mathbf{Q} \bar{\mathbf{e}}(k-\tau). \quad (27)$$

根据式(26)和式(27), 最终可以得到:

$$\begin{aligned} J &= \Delta \mathbf{V}(k) + \bar{\mathbf{e}}^T(k) \bar{\mathbf{e}}(k) - \lambda^2 \mathbf{v}^T(k) \mathbf{v}(k) \\ &= \sum_{i=1}^r h_i(g(k)) \{ \bar{\mathbf{e}}^T(k) (\mathbf{X}_i^T \mathbf{P} \mathbf{X}_i - \mathbf{P} + \mathbf{Q} + \mathbf{I}) \bar{\mathbf{e}}(k) + \bar{\mathbf{e}}^T \mathbf{X}_i \mathbf{P} \mathbf{Z}_i \bar{\mathbf{e}}(k-\tau) + \bar{\mathbf{e}}(k) \mathbf{X}_i^T \mathbf{P} \mathbf{Y}_i \bar{\mathbf{v}}(k) + \\ &\quad \bar{\mathbf{e}}(k-\tau) (\mathbf{Z}_i^T \mathbf{P} \mathbf{Z}_i - \mathbf{Q}) \bar{\mathbf{e}}(k-\tau) + \bar{\mathbf{e}}(k-\tau) \mathbf{Z}_i^T \mathbf{P} \mathbf{Y}_i \bar{\mathbf{v}}(k) + \bar{\mathbf{v}}^T(k) \mathbf{Y}_i^T \mathbf{P} \mathbf{X}_i \bar{\mathbf{e}}(k) + \bar{\mathbf{v}}^T(k) \mathbf{Y}_i^T \mathbf{P} \mathbf{Z}_i \bar{\mathbf{e}}(k-\tau) + \\ &\quad \bar{\mathbf{e}}(k-\tau) \mathbf{Z}_i^T \mathbf{P} \mathbf{X}_i \bar{\mathbf{e}}(k) + \bar{\mathbf{v}}^T(k) \mathbf{Y}_i^T \mathbf{P} \mathbf{Z}_i \bar{\mathbf{e}}(k-\tau) + \bar{\mathbf{v}}^T(k) (\mathbf{Y}_i^T \mathbf{P} \mathbf{Y}_i - \lambda^2 \mathbf{I}) \bar{\mathbf{v}}(k) \}. \end{aligned} \quad (28)$$

定义  $\hat{\mathbf{v}}(k) = [\bar{\mathbf{e}}^T(k) \quad \bar{\mathbf{e}}^T(k-\tau) \quad \bar{\mathbf{v}}^T(k)]^T$ , 则式(28)可以被重写为:

$$\sum_{i=1}^r h_i(g(k)) \{ \hat{\mathbf{v}}^T(k) \mathbf{U}_i \hat{\mathbf{v}}(k) \} < 0, \quad (29)$$

这里,

$$\mathbf{U}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{X}_i^T \mathbf{P} \mathbf{X}_i - \mathbf{P} + \mathbf{Q} + \mathbf{I} & \mathbf{X}_i^T \mathbf{P} \mathbf{Z}_i & \mathbf{X}_i^T \mathbf{P} \mathbf{Y}_i \\ \mathbf{Z}_i^T \mathbf{P} \mathbf{X}_i & \mathbf{Z}_i^T \mathbf{P} \mathbf{Z}_i - \mathbf{Q} & \mathbf{Z}_i^T \mathbf{P} \mathbf{Y}_i \\ \mathbf{Y}_i^T \mathbf{P} \mathbf{X}_i & \mathbf{Y}_i^T \mathbf{P} \mathbf{Z}_i & \mathbf{Y}_i^T \mathbf{P} \mathbf{Y}_i - \lambda^2 \mathbf{I} \end{bmatrix} < 0,$$

显而易见,  $\mathbf{U}_i$  必须为负定矩阵, 并且矩阵  $\mathbf{U}_i$  可以被重写为下式:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{X}_i^T \\ \mathbf{Z}_i^T \\ \mathbf{Y}_i^T \end{bmatrix} \mathbf{P} [\mathbf{X}_i \quad \mathbf{Z}_i \quad \mathbf{Y}_i] + \begin{bmatrix} -\mathbf{P} + \mathbf{Q} + \mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & -\mathbf{Q} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & -\lambda^2 \mathbf{I} \end{bmatrix} < 0. \quad (30)$$

利用引理 2, 可以将上式变换得到:

$$\begin{bmatrix} -P+Q+I & 0 & 0 & X_i^T P^T \\ 0 & -Q & 0 & Z_i^T P^T \\ 0 & 0 & -\lambda^2 I & Y_i^T P^T \\ PX_i & PZ_i & PY_i & -P \end{bmatrix} < 0, \quad (31)$$

这里,由于  $P, X_i$  和  $Y_i$  均为未知项,所以不等式(31)存在非线性项,不能对其进行求解。为此,需要进一步化解得到:

$$PX_i = P\bar{A}_i - P\bar{K}_i\bar{C} = P\bar{A}_i - S_i\bar{C}, \quad (32)$$

$$PY_i = P\bar{W}_i - P\bar{K}_i\bar{W}_2 = P\bar{A}_i - S_i\bar{W}_2. \quad (33)$$

$\bar{K}_i = P^{-1}S_i$ , 所以不等式(31)可重写为不含非线性项的线性矩阵不等式:

$$\begin{bmatrix} -P+Q+I & 0 & 0 & \bar{A}_i^T P^T - \bar{C}^T S_i^T \\ 0 & -Q & 0 & Z_i^T P^T \\ 0 & 0 & -\lambda^2 I & \bar{A}_i^T P^T - \bar{W}_2^T S_i^T \\ P\bar{A}_i - S_i\bar{C} & PZ_i & P\bar{A}_i - S_i\bar{W}_2 & -P^T \end{bmatrix} < 0. \quad (34)$$

根据参数矩阵可进一步化简得:

$$\begin{bmatrix} -P_1+Q_1+I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & A_i^T G^T P_1^T - C^T K_i^T P_1^T & -C^T L_2^T P_2^T \\ 0 & -P_2+Q_2+I & 0 & 0 & 0 & 0 & D_i^T G^T P_1^T & 0 \\ 0 & 0 & -Q_1 & 0 & 0 & 0 & A_{1i}^T G^T P_1^T & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -Q_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\lambda^2 I & 0 & W_{1i}^T G^T P_1^T - W_2^T K_i^T P_i^T & W_2^T L_2^T P_2^T \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\lambda^2 I & W_2^T H^T P_1^T & 0 \\ P_1 G A_i - P_1 K_i C & P_1 G D_i & P_1 G A_{1i} & 0 & P_1 G W_{1i} - P_1 K_i W_2 & P_1 H W_2 & -P_1^T & 0 \\ -P_2 L_2 C & 0 & 0 & 0 & -P_2 L_2 W_2 & 0 & 0 & -P_2^T \end{bmatrix} < 0. \quad (35)$$

令  $S_{1i} = P_1 K_i$ ,  $S_2 = P_2 L_2$ , 可以进一步得到:

$$\begin{bmatrix} -P_1+Q_1+I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & A_i^T G^T P_1^T - C^T S_{1i}^T & -C^T S_2^T \\ 0 & -P_2+Q_2+I & 0 & 0 & 0 & 0 & D_i^T G^T P_1^T & 0 \\ 0 & 0 & -Q_1 & 0 & 0 & 0 & A_{1i}^T G^T P_1^T & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -Q_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\lambda^2 I & 0 & W_{1i}^T G^T P_1^T - W_2^T S_{1i}^T & W_2^T S_2^T \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\lambda^2 I & W_2^T H^T P_1^T & 0 \\ P_1 G A_i - S_{1i} C & P_1 G D_i & P_1 G A_{1i} & 0 & P_1 G W_{1i} - S_{1i} W_2 & P_1 H W_2 & -P_1^T & 0 \\ -S_2 C & 0 & 0 & 0 & -S_2 W_2 & 0 & 0 & -P_2^T \end{bmatrix} < 0. \quad (36)$$

最后,  $H_\infty$  观测器的算法设计过程总结为以下步骤:①找到满足式(5)的矩阵  $G, H$ ; ②根据式(8), 设置矩阵  $N_i$  和  $K_i$ ; ③求解线性矩阵不等式(17), 求得  $S_{1i}$  和  $S_2$ ; ④求得  $K_i = P_1^{-1}S_{1i}$ ,  $L_2 = P_2^{-1}S_2$ ; ⑤由  $N_i = GA_i - K_i C$ ,  $K_i = N_i H - L_{1i}$ , 进一步得到  $N_i, L_{1i}$ 。

### 3 仿真实验

为了验证对含有时滞和积分测量的 T-S 模糊系统建立  $H_\infty$  观测器方法的有效性, 下面利用 MATLAB 进行数值仿真验证。考虑由两个局部模型 T-S 模糊模型( $r=2$ )表示的非线性系统

$$\begin{cases} \mathbf{x}_c(k+1) = \sum_{i=1}^r h_i(g(k)) \{ \mathbf{A}_{ci} \mathbf{x}_c(k) + \mathbf{A}_{1ci} \mathbf{x}(k-\tau) + \mathbf{B}_{ci} \mathbf{u}(k) + \mathbf{D}_{1ci} \mathbf{f}_a(k) + \mathbf{W}_{1ci} \mathbf{v}(k) \\ \mathbf{y}(k) = \mathbf{C}_c \sum_{b=0}^s \mathbf{x}(k-b) + \mathbf{D}_{2c} \mathbf{f}_s(k) + \mathbf{W}_2 \mathbf{v}(k) \end{cases},$$

其 T-S 模糊系统的参数矩阵设定如下:

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_{c1} &= \begin{bmatrix} -0.25 & 0.1 & 0.528 \\ 0.493 & 0.01 & -0.578 \\ 0.210 & 7 & 0 & -0.24 \end{bmatrix}, \mathbf{A}_{1c1} = \begin{bmatrix} -0.613 & -0.1 & 0 \\ 0.95 & 0.13 & 0 \\ -0.35 & 0.16 & -0.15 \end{bmatrix}, \mathbf{B}_{c1} = \begin{bmatrix} 0.25 & 0.41 \\ 0.10 & 0.31 \\ 0.58 & 0 \end{bmatrix}, \\ \mathbf{A}_{c2} &= \begin{bmatrix} -0.36 & 0.1 & 0.528 \\ 0.5 & 0.01 & -0.46 \\ 0.210 & 7 & 0 & -0.24 \end{bmatrix}, \mathbf{A}_{1c2} = \begin{bmatrix} -0.683 & -0.65 & 0.009 \\ 0.45 & 0.13 & 0 \\ -0.16 & 0 & -0.25 \end{bmatrix}, \mathbf{B}_{c2} = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.21 \\ 0.1 & 0.2 \\ 0.36 & 0 \end{bmatrix}, \\ \mathbf{D}_{1c1} &= \begin{bmatrix} -0.9 \\ 0.25 \\ 0.3 \end{bmatrix}, \mathbf{D}_{1c2} = \begin{bmatrix} -0.4 \\ 0.15 \\ 0.2 \end{bmatrix}, \mathbf{W}_{1c1} = \begin{bmatrix} 0.7 & 0.09 \\ 0 & -0.5 \\ 0.209 & -0.03 \end{bmatrix}, \mathbf{W}_{1c2} = \begin{bmatrix} 0.6 & 0.09 \\ 0 & -0.5 \\ 0.209 & -0.03 \end{bmatrix}, \\ \mathbf{D}_{2c} &= \begin{bmatrix} 0.1 \\ 1 \end{bmatrix}, \mathbf{W}_2 = \begin{bmatrix} 0.892 & -0.51 \\ -0.03 & 0.192 \end{bmatrix}, \mathbf{C}_c = \begin{bmatrix} 1.9 & -0.85 & 0.71 \\ 1.2 & 0.1 & 1 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

给定  $n=3, m=2, p=3, s=2$  和  $e=1$ 。执行器故障  $\mathbf{f}_a(k)$  和传感器故障  $\mathbf{f}_s(k)$  分别给出:  $\mathbf{f}_a(k) = 0.5$ ,  $\mathbf{f}_s(k) = 2.5$ 。为了验证构建的  $H_\infty$  观测器对系统状态、执行器故障和传感器故障的估计能力,假设系统在 60 到 100 s 时刻发生执行器故障,140 到 160 s 时刻发生传感器故障,并且存在系统噪声。 $\mathbf{v}(k) = |0.05\sin(k)/k - 1.2e^{-k} \ 0.05\sin(k)/k - 1.2e^{-k}|^T$ 。

在 MATLAB 中利用求解线性矩阵不等式的工具箱,求得线性矩阵不等式有可行解,得到:

$$\begin{aligned} \mathbf{Q} &= \begin{bmatrix} 0.590 & 0.018 & 0.008 & 0.042 & 0.018 & 0.010 & 0.027 & -0.011 & 0.011 & 0.022 & 0 \\ 0.018 & 0.557 & 0.004 & 0.027 & 0.010 & 0.012 & 0.006 & 0.001 & -0.003 & 0.014 & 0 \\ 0.008 & 0.004 & 0.584 & 0.019 & 0 & 0.021 & 0.003 & 0.003 & 0.003 & 0.020 & 0 \\ 0.042 & -0.027 & 0.019 & 0.561 & 0 & 0.013 & 0.011 & 0.001 & 0.008 & 0.017 & 0 \\ -0.018 & 0.010 & 0 & 0 & 0.554 & 0.008 & -0.003 & 0.008 & 0.009 & 0.012 & 0 \\ 0.010 & 0.012 & 0.021 & 0.013 & 0.008 & 0.563 & 0.010 & 0.005 & 0.014 & 0.015 & 0 \\ 0.027 & -0.006 & 0.003 & 0.011 & -0.003 & 0.010 & 0.599 & 0 & 0.006 & 0.011 & 0 \\ -0.011 & 0.001 & 0.003 & 0.001 & 0.008 & 0.005 & 0 & 0.593 & 0.001 & 0 & 0 \\ 0.011 & -0.003 & 0.003 & 0.008 & 0.009 & 0.014 & 0.006 & 0.001 & 0.598 & 0.008 & 0 \\ 0.022 & 0.014 & 0.020 & 0.017 & 0.012 & 0.015 & 0.011 & 0 & 0.008 & 0.537 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.547 \end{bmatrix}, \\ \mathbf{P} &= \begin{bmatrix} 0.239 & 0.062 & -0.007 & 0.061 & -0.039 & -0.008 & 0.069 & -0.033 & 0.025 & 0.052 & 0 \\ 0.062 & 0.251 & 0.016 & -0.070 & -0.010 & 0.019 & -0.020 & -0.003 & -0.020 & 0.024 & 0 \\ -0.007 & 0.016 & 0.352 & 0.024 & -0.008 & 0.040 & -0.007 & -0.006 & -0.014 & 0.022 & 0 \\ 0.061 & -0.070 & 0.024 & 0.247 & 0.017 & 0.009 & 0.031 & 0 & 0.020 & 0.038 & 0 \\ -0.039 & -0.010 & -0.008 & 0.017 & 0.252 & 0.008 & -0.012 & 0.019 & 0.019 & 0.024 & 0 \\ -0.008 & 0.019 & 0.040 & 0.009 & 0.008 & 0.282 & 0.025 & 0.004 & 0.027 & 0.024 & 0 \\ 0.069 & -0.020 & -0.007 & 0.031 & -0.012 & 0.025 & 0.249 & 0 & 0.027 & 0.038 & 0 \\ -0.033 & -0.003 & -0.006 & 0 & 0.019 & 0.004 & 0 & 0.235 & 0.018 & 0.027 & 0 \\ 0.025 & -0.020 & -0.014 & 0.020 & 0.019 & 0.027 & 0.027 & 0.018 & 0.250 & 0.050 & 0 \\ 0.052 & 0.024 & 0.022 & 0.038 & 0.024 & 0.024 & 0.038 & 0.027 & 0.050 & 0.115 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.266 \end{bmatrix}, \\ \mathbf{S}_1 &= \begin{bmatrix} 0.036 & -0.052 & 0.011 & -0.012 & -0.025 & -0.012 & -0.003 & -0.020 & -0.020 & -0.003 & 0.007 \\ -0.052 & -0.071 & -0.046 & 0.020 & 0.041 & 0.034 & 0.013 & 0.034 & 0.034 & -0.005 & -0.009 \end{bmatrix}^T, \end{aligned}$$



$$\mathbf{S}_2 = [-0.282 \ 9 \quad -0.334 \ 4]^T.$$

根据线性矩阵不等式的求解,可以进一步获得观测器的增益矩阵为:

$$\mathbf{N}_1 = \begin{bmatrix} -0.351 \ 6 & 0.291 \ 6 & 0.379 \ 0 & 0.229 \ 8 & 0.213 \ 4 & 0.009 \ 9 & 0.001 \ 0 & 0.102 \ 8 & 0.088 \ 3 & 0.150 \ 6 \\ 0.388 \ 0 & 0.164 \ 1 & -0.410 \ 5 & -0.043 \ 1 & 0.143 \ 6 & 0.091 \ 5 & -0.153 \ 6 & 0.197 \ 0 & 0.053 \ 7 & 0.180 \ 6 \\ -0.147 \ 4 & 0.067 \ 6 & -0.304 \ 6 & 0.019 \ 4 & 0.075 \ 1 & 0.079 \ 8 & 0.097 \ 8 & 0.037 \ 2 & 0.106 \ 7 & 0.124 \ 3 \\ 0.826 \ 3 & 0.084 \ 0 & -0.297 \ 1 & 0.301 \ 9 & 0.105 \ 8 & -0.138 \ 2 & -0.073 \ 1 & -0.004 \ 7 & -0.059 \ 8 & -0.059 \ 0 \\ 0.026 \ 1 & 0.896 \ 4 & 0.044 \ 9 & 0.088 \ 0 & -0.114 \ 1 & -0.031 \ 8 & -0.022 \ 5 & -0.060 & -0.069 \ 7 & -0.105 \ 3 \\ -0.106 \ 5 & -0.022 \ 0 & 0.818 \ 5 & -0.150 \ 4 & -0.145 & -0.1271 & -0.072 \ 1 & -0.052 \ 4 & -0.100 \ 2 & -0.128 \ 3 \\ -0.161 \ 4 & 0.077 \ 7 & -0.293 \ 1 & 0.710 \ 4 & 0.099 \ 5 & -0.134 \ 2 & -0.060 \ 8 & -0.011 \ 0 & -0.055 \ 8 & -0.059 \ 4 \\ 0.023 \ 0 & -0.098 \ 5 & 0.047 \ 0 & 0.084 \ 9 & 0.891 \ 0 & -0.029 \ 8 & -0.025 \ 6 & -0.055 \ 6 & -0.067 \ 7 & -0.100 \ 1 \\ -0.105 \ 8 & -0.021 \ 0 & -0.180 \ 2 & -0.149 \ 8 & -0.013 \ 6 & 0.874 \ 3 & -0.071 \ 4 & -0.051 \ 5 & -0.098 \ 9 & -0.126 \ 4 \\ -0.055 \ 4 & -0.665 \ 7 & -0.059 \ 0 & 0.050 \ 7 & -0.641 \ 1 & -0.516 \ 7 & 0.238 \ 0 & -0.051 \ 8 & 0.136 \ 3 & 0.093 \ 0 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{N}_2 = \begin{bmatrix} -0.400 \ 7 & 0.192 \ 3 & 0.369 \ 4 & -0.194 \ 8 & 0.191 \ 2 & 0.017 \ 3 & 0.034 \ 0 & 0.080 \ 7 & 0.095 \ 7 & 0.142 \ 8 \\ 0.371 \ 4 & 0.147 \ 1 & -0.311 \ 4 & 0.054 \ 1 & 0.137 \ 7 & 0.078 \ 0 & -0.164 \ 7 & 0.191 \ 1 & 0.040 \ 2 & 0.164 \ 1 \\ -0.158 \ 0 & 0.088 \ 7 & -0.213 \ 6 & 0 & 0.088 \ 3 & 0.076 \ 4 & 0.078 \ 3 & 0.050 \ 4 & 0.103 \ 3 & 0.129 \ 8 \\ 0.841 \ 2 & 0.111 \ 8 & -0.288 \ 3 & -0.313 \ 0 & 0.110 \ 7 & -0.142 \ 4 & 0.084 \ 2 & 0 & -0.064 \ 0 & -0.597 \\ 0.019 \ 0 & 0.882 \ 9 & 0.040 \ 7 & 0.093 \ 5 & -0.116 \ 5 & 0.029 \ 8 & -0.017 \ 1 & -0.063 \ 1 & -0.067 \ 7 & -0.105 \ 0 \\ -0.101 \ 5 & -0.012 \ 1 & 0.821 \ 7 & -0.154 \ 4 & -0.012 \ 5 & -0.128 \ 3 & -0.076 \ 0 & -0.050 \ 4 & -0.101 \ 5 & -0.128 \ 1 \\ -0.146 \ 5 & 0.105 \ 5 & -0.284 \ 4 & 0.699 \ 4 & 0.104 \ 4 & -0.138 \ 4 & -0.071 \ 9 & -0.006 \ 1 & -0.060 \ 0 & -0.060 \ 1 \\ 0.015 \ 9 & -0.112 \ 0 & 0.042 \ 7 & 0.090 \ 4 & 0.888 \ 5 & -0.027 \ 8 & -0.020 \ 1 & -0.058 \ 1 & -0.065 \ 7 & -0.099 \ 8 \\ -0.100 \ 7 & -0.011 \ 6 & -0.177 \ 2 & -0.153 \ 5 & -0.012 \ 0 & 0.872 \ 8 & -0.075 \ 1 & -0.049 \ 8 & -0.100 \ 3 & 0.126 \ 7 \\ -0.027 \ 9 & -0.647 \ 5 & -0.174 \ 2 & 0.061 \ 7 & -0.641 \ 6 & -0.508 \ 7 & 0.249 \ 0 & -0.052 \ 3 & 0.144 \ 2 & 0.100 \ 0 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} 0.771 \ 2 & 0.110 \ 5 & -0.078 \ 4 & -0.228 \ 8 & 0.110 \ 5 & -0.078 \ 4 & -0.228 \ 8 & 0.110 \ 5 & -0.078 \ 4 \\ 0.110 \ 5 & 0.946 \ 6 & 0.037 \ 9 & 0.110 \ 5 & -0.053 \ 4 & 0.037 \ 9 & 0.110 \ 5 & -0.053 \ 4 & 0.037 \ 9 \\ -0.078 \ 4 & 0.037 \ 9 & 0.973 \ 1 & -0.078 \ 4 & 0.037 \ 9 & -0.026 \ 9 & -0.078 \ 4 & 0.037 \ 9 & -0.026 \ 9 \\ -0.228 \ 8 & 0.110 \ 5 & -0.078 \ 4 & 0.771 \ 2 & 0.110 \ 5 & -0.078 \ 4 & -0.228 \ 8 & 0.110 \ 5 & -0.078 \ 4 \\ 0.110 \ 5 & -0.053 \ 4 & 0.037 \ 9 & 0.110 \ 5 & -0.946 \ 6 & 0.037 \ 9 & 0.110 \ 5 & -0.053 \ 4 & 0.037 \ 9 \\ -0.078 \ 4 & 0.037 \ 9 & -0.026 \ 9 & -0.078 \ 4 & 0.037 \ 9 & 0.973 \ 1 & -0.078 \ 4 & 0.037 \ 9 & -0.026 \ 9 \\ -0.228 \ 8 & 0.110 \ 5 & -0.078 \ 4 & -0.228 \ 8 & 0.110 \ 5 & -0.078 \ 4 & 0.771 \ 2 & 0.110 \ 5 & -0.078 \ 4 \\ 0.110 \ 5 & -0.053 \ 4 & 0.037 \ 9 & 0.110 \ 5 & -0.053 \ 4 & 0.037 \ 9 & 0.110 \ 5 & 0.946 \ 6 & 0.03 \ 79 \\ -0.078 \ 4 & 0.037 \ 9 & -0.026 \ 9 & -0.078 \ 4 & 0.037 \ 9 & -0.026 \ 9 & -0.078 \ 4 & 0.037 \ 9 & 0.973 \ 1 \\ -0.187 \ 3 & -0.589 \ 3 & -0.652 \ 9 & -0.187 \ 3 & -0.589 \ 3 & -0.652 \ 9 & -0.187 \ 3 & -0.589 \ 3 & -0.652 \ 9 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{K}_1 = \begin{bmatrix} 0.102 \ 1 & 0.208 \ 0 & 0.028 \ 8 & 0.001 \ 3 & -0.058 \ 3 & -0.046 \ 0 & -0.005 \ 9 & -0.053 \ 1 & -0.045 \ 1 & 0.071 \ 0 \\ -0.160 \ 8 & -0.201 \ 4 & -0.127 \ 1 & 0.058 \ 8 & 0.111 \ 1 & 0.132 \ 9 & 0.060 \ 0 & 0.105 \ 4 & 0.130 \ 9 & -0.085 \ 9 \end{bmatrix}^T,$$

$$\mathbf{K}_2 = \begin{bmatrix} 0.072 \ 2 & 0.203 \ 1 & 0.043 \ 5 & 0.007 \ 1 & -0.061 \ 2 & -0.043 \ 7 & 0 & -0.056 \ 0 & -0.043 \ 2 & -0.072 \ 4 \\ -0.150 \ 5 & -0.184 \ 4 & -0.134 \ 2 & 0.058 \ 9 & 0.111 \ 1 & 0.132 \ 5 & 0.060 \ 1 & 0.105 \ 4 & 0.131 \ 0 & -0.092 \ 8 \end{bmatrix}^T,$$

$$\mathbf{L}_{11} = \begin{bmatrix} 0.075 \ 2 & -0.086 \ 9 & 0.06 \ 21 & -0.059 \ 6 & 0.034 \ 0 & -0.016 \ 3 & -0.059 \ 1 & 0.033 \ 5 & -0.016 \ 3 & 0.028 \ 9 \\ -0.007 \ 5 & 0.008 \ 7 & -0.006 \ 2 & 0.006 \ 0 & -0.003 \ 4 & 0.001 \ 6 & 0.005 \ 9 & -0.003 \ 4 & 0.001 \ 6 & -0.002 \ 9 \end{bmatrix}^T,$$

$$\mathbf{L}_{12} = \begin{bmatrix} 0.083 \ 8 & 0.091 \ 3 & 0.056 \ 2 & -0.062 \ 5 & 0.035 \ 4 & -0.017 \ 3 & -0.062 \ 0 & 0.034 \ 9 & -0.017 \ 3 & 0.033 \ 5 \\ -0.008 \ 4 & 0.009 \ 1 & -0.005 \ 6 & 0.006 \ 2 & -0.003 \ 5 & 0.001 \ 7 & 0.006 \ 2 & -0.003 \ 5 & 0.001 \ 7 & -0.003 \ 3 \end{bmatrix}^T,$$

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} -0.128 \ 5 & 0.062 \ 1 & -0.044 \ 0 & -0.128 \ 5 & 0.062 \ 1 & -0.044 \ 0 & -0.128 \ 5 & 0.062 \ 1 & -0.044 \ 0 & 0.568 \ 9 \\ 0.012 \ 9 & -0.006 \ 2 & 0.004 \ 4 & 0.012 \ 9 & -0.006 \ 2 & 0.004 \ 4 & 0.012 \ 9 & -0.006 \ 2 & 0.004 \ 4 & -1.056 \ 9 \end{bmatrix}^T,$$

$$\mathbf{L}_2 = [-2.198 \ 4 \quad -2.496 \ 0].$$

这里设置控制输入为  $\mathbf{u}(k) = [0.5 \quad 0.7]^T$ , 选取  $\alpha = 0.375$ 。

使用本研究提出的方法对含有时滞和积分测量的 T-S 模糊进行仿真。系统的状态向量的 3 个子状态及观测器对其的估计值如图 1、图 2 和图 3 所示。执行器故障向量  $f_a$  的轨迹及观测器对执行器故障的估计如图 4 所示。传感器故障向量  $f_s$  的轨迹及其估计如图 5 所示。通过观测器对系统状态  $x(t)$ 、执行器故障  $f_a$  和传感器故障  $f_s$  的估计效果,来证明所提方法的有效性。

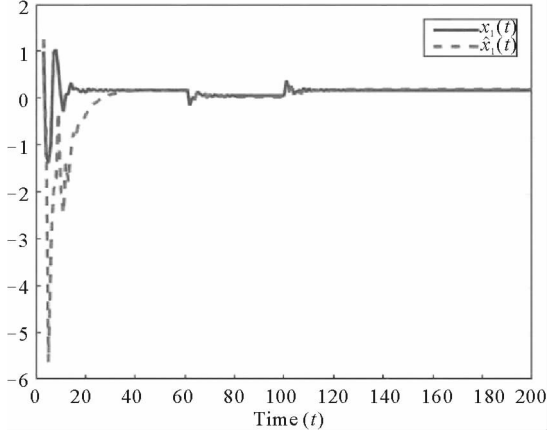


图 1 状态向量  $x_1(t)$  及其估计值  $\hat{x}_1(t)$

Fig. 1 State vector  $x_1(t)$  and its estimated value  $\hat{x}_1(t)$

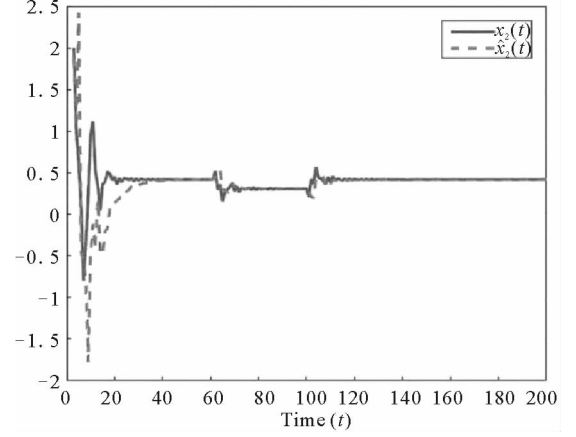


图 2 状态向量  $x_2(t)$  及其估计值  $\hat{x}_2(t)$

Fig. 2 State vector  $x_2(t)$  and its estimated value  $\hat{x}_2(t)$

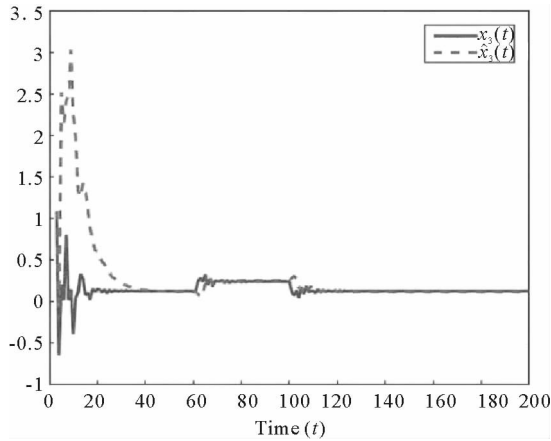


图 3 状态向量  $x_3(t)$  及其估计值  $\hat{x}_3(t)$

Fig. 3 State vector  $x_3(t)$  and its estimated value  $\hat{x}_3(t)$

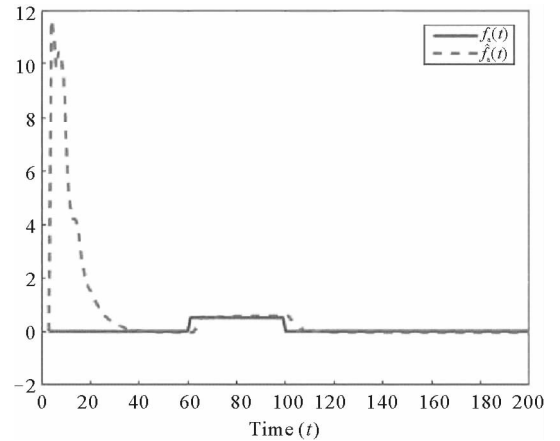


图 4 状态向量  $f_a(t)$  及其估计值  $\hat{f}_a(t)$

Fig. 4 State vector  $f_a(t)$  and its estimated value  $\hat{f}_a(t)$

由图 1 至图 3,系统状态向量的 3 个子状态  $x_1(t)$ 、 $x_2(t)$ 、 $x_3(t)$  及观测器对其的估计值  $\hat{x}_1(t)$ 、 $\hat{x}_2(t)$ 、 $\hat{x}_3(t)$  分别以实线和虚线示出。在 60 s 之前系统未发生故障, $H_\infty$ 观测器对系统状态有着很好的跟踪能力,能够在较短的时间内实现并保持对系统状态的精确跟踪。根据仿真设定,系统在 60 到 100 s 时刻发生执行器故障,所以系统状态受其影响,在 60 s 时刻后也发生了相应的变化,60 到 100 s 时间段内  $H_\infty$ 观测器依然能够实现对系统状态的精确跟踪,在 100 s 时刻及以后,执行器故障消失,系统状态回到原先的水平,在此期间观测器对状态仍然保持了很好跟踪。

由图 4 可见,根据仿真设定,在 60 到 100 s 时刻,系统发生执行器故障,通过  $H_\infty$ 观测器对执行器故障进行估计。在 0 到 60 s 时间段, $H_\infty$ 观测器能够快速实现并保持对执行器故障的精确估计。当系统在 60 到 100 s 发生执行器故障时, $H_\infty$ 观测器对执行器故障仍有着很好跟踪能力;在 100 s 及以后,执行器故障归零, $H_\infty$ 观测器对执行器故障的估计值也快速更新为 0,证明所设计  $H_\infty$ 观测器对执行器故障有着很好的估计能力。根据仿真设定,系统在 140 到 160 s 时,系统发生传感器故障,因为将传感器故障与状态扩维到一起,所以利用  $H_\infty$ 观测器对状态进行估计也可以得到传感器故障的估计值。从图 5 中可以看出,在 0 到 140 s 时间

段,观测器能够快速实现并保持对传感器故障的精确估计。当系统在 140 到 160 s 发生传感器故障时, $H_\infty$ 观测器对传感器故障仍然有着很好跟踪能力,在 160 s 及以后,传感器故障归零, $H_\infty$ 观测器对传感器故障的估计值也快速更新为 0,观测器的估计值对传感器故障有着很好的跟踪能力,证明了所提方法的有效性。

#### 4 结论

T-S 模糊模型是处理非线性系统的有力工具,所考虑的积分测量在过程工程中具有明显的实际意义,且时滞在通信网络中普遍存在,为了对执行器故障和传感器故障进行估计,首先将传感器故障与状态合并为扩维状态向量,在构建  $H_\infty$ 观测器估计扩维状态的同时估计执行器故障,其中传感器故障通过对状态的估计得到。然后,通过设置李雅普诺夫函数并求解线性矩阵不等式,求得观测器的相关参数矩阵,使系统满足稳定。最后通过数值仿真,对状态和故障的实际曲线和估计曲线进行分析, $H_\infty$ 观测器在系统未发生故障、发生执行器故障、发生传感器故障及故障消失等情况下,对系统状态以及执行器故障或传感器故障具有很好的估计能力,验证了该方法的有效性和准确性。由于网络资源和带宽的限制,事件触发机制被引入到控制系统中,是最近国内外研究的一个热点问题。并且通讯协议作为缓解网络数据传输压力的另一种有效手段,二者的有效结合具有很好的研究价值。对含有事件触发机制和网络通讯协议的 T-S 模糊系统进行故障诊断这一难题,值得后续进行深入研究。

#### 参考文献:

- [1]周东华,胡艳艳.动态系统的故障诊断技术[J].自动化学报,2009,35(6):748-758.  
ZHOU Donghua, HU Yanyan. Fault diagnosis techniques for dynamic system[J]. Acta Automatica Sinica, 2009, 35(6): 748-758.
- [2]李元,杨东昇,冯立伟,等.基于局部近邻标准化和主多项式算法的故障检测[J].山东科技大学学报(自然科学版),2020,39(3):76-83.  
LI Yuan, YANG Dongsheng, FENG Liwei, et al. Fault detection based on local neighborhood standardization and principal polynomial analysis[J]. Journal of Shandong University of Science and Technology (Natural Science), 2020, 39(3): 76-83.
- [3]仓文涛,杨慧中.基于主元子空间富信息重构的过程监测方法[J].化工学报,2018,69(3):1114-1120.  
CANG Wentao, YANG Huizhong. A process monitoring method based on informative principal component subspace reconstruction[J]. Journal of Chemical Industry and Engineering, 2018, 69(3): 1114-1120.
- [4]GAO Z, CECATI C, DING S X. A survey of fault diagnosis and fault-tolerant techniques. Part I: Fault diagnosis with model-based and signal-based approaches[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2015, 62(6): 3757-3767.
- [5]张登峰,王执铨,孙金生.控制系统故障诊断的理论与技术[J].数据采集与处理,2002,17(3):293-299.  
ZHANG Dengfeng, WANG Zhiqian, SUN Jinsheng. Fault diagnosis technology in control systems[J]. Journal of Data Acquisition & Processing, 2002, 17(3): 293-299.
- [6]YIN S, ZHU X, KAYNAK O. Improved PLS focused on key-performance-indicator-related fault diagnosis[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2015, 62(3): 1651-1658.
- [7]王高超,侯彦东,李伟,等.基于传感器的车队故障检测与隔离[J].山东科技大学学报(自然科学版),2017,36(4):51-59.  
WANG Gaochao, HOU Yandong, LI Wei, et al. Model-based sensor fault detection and isolation for vehicles platoon[J]. Journal of Shandong University of Science and Technology (Natural Science), 2017, 36(4): 51-59.
- [8]李文凯,冒泽慧,姜斌,等.基于自适应观测器的列车牵引系统执行器故障诊断[J].山东科技大学学报(自然科学版),2017,36(5):60-64.

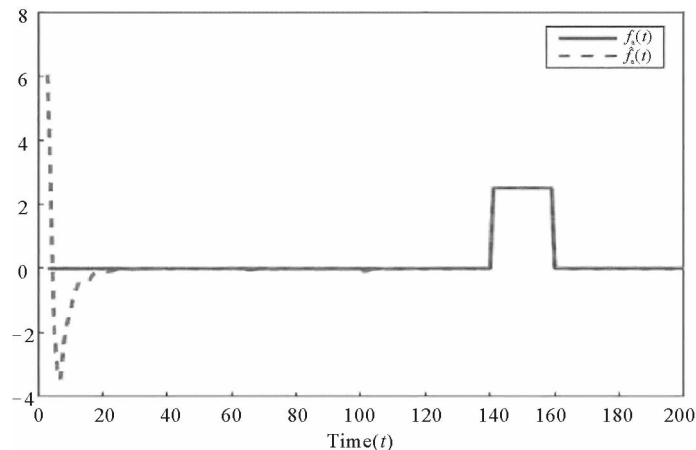


图5 状态向量  $f_s(t)$  及其估计值  $\hat{f}_s(t)$

Fig. 5 State vector  $f_s(t)$  and its estimated value  $\hat{f}_s(t)$

- LI Wenkai, MAO Zehui, JIANG Bin, et al. Adaptive observer based fault diagnosis for high-speed train traction system with actuator faults[J]. Journal of Shandong University of Science and Technology (Natural Science), 2017, 36(5): 60-64.
- [9] 董塢华, 刘洋, 钟麦英. 耦合发生概率不确定的复杂网络传感器故障估计[J]. 山东科技大学学报(自然科学版), 2020, 39(2): 77-85.
- DONG Yanhua, LIU Yang, ZHONG Maiying. Sensor fault estimation for complex networks with uncertain coupling occurrence probabilities[J]. Journal of Shandong University of Science and Technology (Natural Science), 2020, 39(2): 77-85.
- [10] XIA Y S, ZHENG W X. Novel parameter estimation of autoregressive signals in the presence of noise[J]. Automatica, 2015, 62: 98-105.
- [11] ZHANG K, JIANG B, STAROSWIECKI M. Dynamic output feedback fault tolerant controller design for Takagi-Sugeno fuzzy systems with actuator faults[J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2010, 18(1): 194-201.
- [12] MING L, HO D W C, PENG S. Adaptive fault-tolerant compensation control for Markovian jump systems with mismatched external disturbance[J]. Automatica, 2015, 58: 5-14.
- [13] LIU M, SHI P. Sensor fault estimation and tolerant control for Ito stochastic systems with a descriptor sliding mode approach[J]. Automatica, 2013, 49(5): 1242-1250.
- [14] BASIN M V, RODRIGUEZ-RAMIREZ P C. Sliding-mode filter design for linear systems with unmeasured states[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2011, 58(8): 3616-3622.
- [15] JIANG B, STAROSWIECKI M, COCQUEMPOT V. Fault accommodation for nonlinear dynamic systems[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2006, 51: 1578-1583.
- [16] MARLEAU R, NEGRO J. Comments on optimum quantization in dynamic systems[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2003, 17(2): 273-274.
- [17] ELIA N, MITTER S K. Stabilization of linear systems with limited information[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2001, 46(9): 1384-1400.
- [18] SONG H, YU L, ZHANG W A.  $H_\infty$  filtering of network-based systems with random delay[J]. Signal Processing, 2009, 89(4): 615-622.
- [19] YANG R, SHI P, LIU G P. Filtering for discrete-time networked nonlinear systems with mixed random delays and packet dropouts[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2011, 56(11): 2655-2660.
- [20] LI L, JIA Y. Robust  $L-/L_\infty$  filtering for stochastic systems with discrete and distributed time-varying delays[J]. Asian Journal of Control, 2012, 14(4): 1047-1058.
- [21] LI Y. Fault detection for linear discrete time-varying systems subject to random sensor delay: A riccati equation approach[J]. IEEE Transactions on Circuits & Systems I Regular Papers, 2017, 65(5): 1707-1716.
- [22] WANG Y Q, DING S X, YE H, et al. A new fault detection scheme for networked control systems subject to uncertain time-varying delay[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2008, 56(10): 5258-5268.
- [23] CHERIDI D E, MANSOURI N. Robust  $H_\infty$  fault-tolerant control for discrete-time nonlinear system with actuator faults and time-varying delays using nonlinear T-S fuzzy models[J]. Circuits Systems and Signal Processing, 2020, 39(1): 175-198.
- [24] CASOLI P, AUTHIER N, JACQUET X, et al. Characterization of the caliban and prospero critical assemblies neutron spectra for integral measurements experiments[J]. Nuclear Data Sheets, 2014, 118: 554-557.
- [25] GUO Y, HUANG B. State estimation incorporating infrequent, delayed and integral measurements[J]. Automatica, 2015, 58: 32-38.
- [26] 贾庆贤, 张迎春, 管宇, 等. 基于解析模型的非线性系统故障诊断方法综述[J]. 信息与控制, 2012, 41(3): 356-364.
- JIA Qingxian, ZHANG Yingchun, GUAN Yu, et al. Fault diagnosis of nonlinear systems based on analytical models: A survey[J]. Information and Control, 2012, 41(3): 356-364.
- [27] 练红海, 肖仲平, 罗毅平, 等. 基于 T-S 模糊模型的采样系统鲁棒耗散控制[J/OL]. 自动化学报, 2019: 1-12[2021-01-13]. <http://doi.org/10.16383/j.aas.c190309>.
- LIAN Honghai, XIAO Shenping, LUO Yiping, et al. Robust dissipative control of sampled data systems based on T-S fuzzy model[J/OL]. Acta Automatica Sinica, 2019: 1-12[2021-01-13]. <http://doi.org/10.16383/j.aas.c190309>.
- [28] AGULHARI C M, LACERDA M J. Observer-based state-feedback control design for LPV periodic discrete-time systems[J]. European Journal of Control, 2019, 49: 1-14.