

拉普拉斯域频变衰减常数波形反演方法

孙晓琳¹, 高 建², 薛 冰¹

(1. 烟台南山学院 信息科技学院, 山东 烟台 265713; 2. 武汉大学 测绘遥感信息工程国家重点实验室, 湖北 武汉 430079)

摘 要: 在地震数据处理中, 拉普拉斯变换可以较好地解决频域波形反演中低频数据的不可靠问题, 但是同时施加在高频数据的衰减作用会使速度反演的细部信息有所损失。为了克服拉普拉斯变换在处理高频数据上的不足, 在考察衰减常数特性的基础上, 提出了一种频变衰减常数的拉普拉斯域波形反演方法, 利用随频率变化的衰减常数调节控制拉普拉斯的衰减作用, 在低频部分提取可靠稳定数据同时, 降低对高频部分数据的衰减作用, 以使反演结果具有可靠轮廓又具有丰富的细部刻画, 改进了固定衰减常数反演方法的不足之处。

关键词: 频变衰减常数; 拉普拉斯变换; 波形反演; 有限差分

中图分类号: P315 文献标志码: A 文章编号: 1672-3767(2011)01-0011-05

Waveform Inversion in the Laplace Domain with Frequency-varying Damping Constant

SUN Xiaolin¹, GAO Jian², XUE Bing¹

(1. College of Information Science and Technology, Yantai Nanshan University, Yantai, Shandong 265713, China;

2. State Key Laboratory of Information Engineering in Surveying, Mapping and Remote Sensing,

Wuhan University, Wuhan, Hubei 430079, China)

Abstract: During seismic data processing, the Laplace transform can better solve the problem of unreliability of low-frequency data in waveform inversion, but the damping process leads to lose of the detail information contained in high-frequency data components. In order to overcome the shortcoming of the Laplace transform in processing high-frequency data components, a new frequency-varying damping constant model was constructed and a new waveform inversion method in the Laplace domain with frequency-varying damping constant was provided and the characteristics of damping constant of waveform inversion in the Laplace domain were reviewed in the paper, obtaining reliable and stable low frequency data while maintaining detailed information of the high-frequency data components, avoiding the drawbacks of fixed damping constant model.

Key words: frequency-varying damp constant; Laplace transform; waveform inversion; finite difference

自 20 世纪 80 年代以来, 地球物理工作者寻求用波形反演的方法从地震观测数据中获取地下的速度场数据, 在时间域及频率域的反演理论和数值计算方面都有重要的进展^[1]; 频率域的多尺度波形反演方法^[2-3], 能够避免非线性局部极小值问题并节省运算开销; 用于波场模拟的新方法, 如交错网格方法^[4]和用于求解的高斯-牛顿方法^[5]等, 使得正向过程和反向求解更易于进行; 此外, 具有诸多优点的波形反演方法^[6]还被用到地震源的探测定位问题中。

值得注意的是, 针对特定模型的算法在实际数据处理中, 往往得不到理想的结果。实际处理中遇到的问题主要有: 中低频数据不可靠(数据采集过程中往往得不到 7 Hz 频率以下的数据); 用二维的声波近似模拟波在三维真实世界中的传播不符合真实的情况; 目标函数的高度非线性带来的局部极小值或解非唯一问题等^[6]。频率域多尺度波形反演方法可以较好地解决局部极小值问题, 在此基础上, Shin 等^[7-8]和 Cha

收稿日期: 2010-10-20

基金项目: 国家重点基础研究发展计划(“973”计划)项目(2006CB701303); 国家高技术研究发展计划(“863”计划)项目(2006AA12Z132)。

作者简介: 孙晓琳(1982—), 女, 山东烟台人, 助教, 主要从事数字图像处理及区域经济方面的研究。E-mail: xinexiaolin@163.com.

等^[9]于 2008 年提出了针对低频数据问题的拉普拉斯域波形反演方法。

本研究针对固定衰减常数的拉普拉斯-傅里叶波形反演方法的特点,在 Shin 等^[7-9]研究的基础上提出了频变衰减常数拉普拉斯域波形反演方法的设想,在实现低频项上衰减作用使得反演稳定可靠的同时,保持高频项的细部刻画效果,得到的结果不是频率域反演的初始模型,而是精细化了的速度模型,充分利用拉普拉斯变换优点的同时避免其不利影响。

1 频变衰减常数拉普拉斯域

1.1 拉普拉斯变换

古典傅里叶变换的无限绝对可积及狄利克雷条件在现实中往往难以满足,使其在实际应用中受到一定限制。拉普拉斯变换,可以看做一种带有衰减作用的特殊傅里叶变换,时间域的拉普拉斯变换可以表示为

$$F(s) = \int f(t)u(t)e^{-\sigma t}e^{-\omega t i}dt = \int f(t)e^{-\sigma t}e^{-\omega t i}dt = \int f(t)e^{-st}dt. \quad (1)$$

式中: u 为 Heaviside 函数; $s = \sigma + \omega i$; σ 为衰减常数; ω 为频率; $e^{-\sigma t}$ 为指数衰减函数。物理学和工程技术中的大多数函数都能够满足拉普拉斯变换存在定理的条件,这为拉普拉斯变换的广泛应用提供了保障。

由于地震数据处理中低频数据上存在的问题,近年来波形反演研究开始在拉普拉斯域中寻求突破^[7-9]。图 1 中最上为一合成道数据记录,从上向下依次为 σ 取 0, 2, 6, 10 时的衰减结果。

衰减常数 σ 的大小控制着数据随时间衰减的快慢,取值较大时,只能获得模型深度较浅的信息,取 0 时拉普拉斯变换则会蜕变成傅里叶变换。

针对低频数据问题的拉普拉斯域波形反演方法,利用实参数拉普拉斯变换零频率项进行反演,反演算法稳定而且对初始模型不敏感,但模型在深度和偏移距值较大时表现出不足;Shin 等^[8]采用复衰减常数的拉普拉斯傅里叶域波形反演方法对此做了改进,能够同时生成波长以及中短波长速度模型,该方法的结果可以作为传统频率域波形反演的初始模型。

以 Seismic Unix 网站提供的水池实验数据^[10]为例,经过傅里叶变换之后的幅值和相位如图 2 所示,衰减常数 σ 分别取值 2, 6, 10 时拉普拉斯变换结果的幅值和相位分别如图 3、图 4 所示。通过图 3、图 4 与图 2 的比较可以看出,拉普拉斯变换在保持低频数据的稳定性上作用很明显,削弱了各种误差产生源对数据的影响,为反演计算提供了可靠的观测数据。

但是,采取这种不变衰减常数的方式,衰减作用对低频部分发生作用的同时,也同样影响高频部分,使接收到的大量高频数据在衰减作用中丢掉,造成高频数据信息损失,不利于速度模型细部的刻画。采用频变衰减常数的拉普拉斯变换,使得衰减常数随频率变化,在低频到高频范围内递减趋近于零,这样,高频部分的拉普拉斯变换蜕化为傅里叶变换,可以在获得可靠低频数据的同时,还能充分利用高频信息。

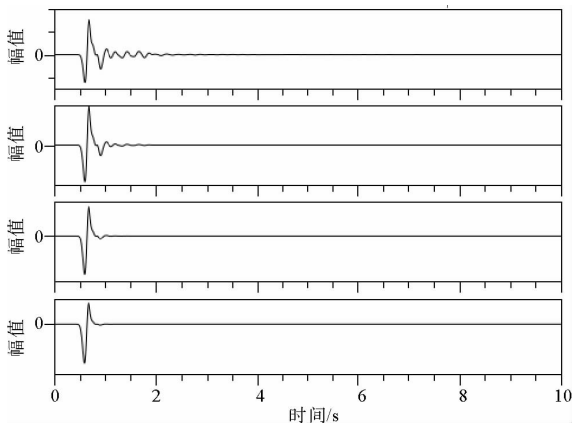


图 1 σ 取 0, 2, 6, 10 时的数据衰减图

Fig. 1 The diagram of data damping with $\sigma=0, 2, 6, 10$

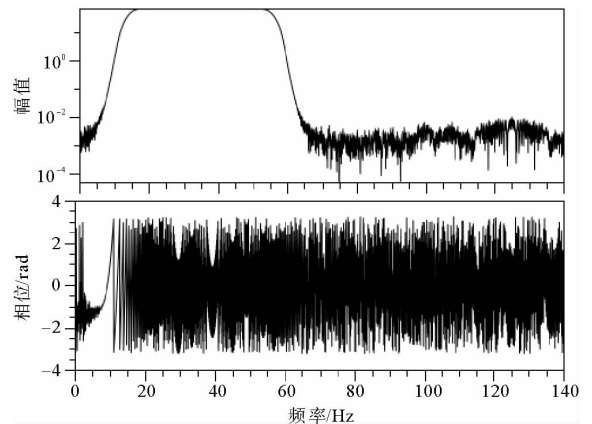


图 2 傅里叶域幅值和相位图

Fig. 2 The amplitude and phase of Fourier domain

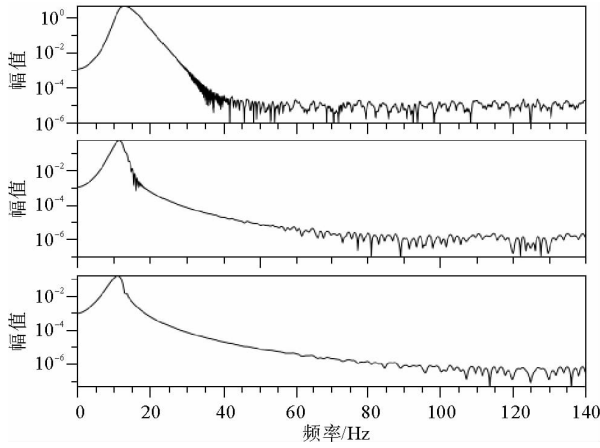


图3 拉普拉斯域幅值图

Fig. 3 The amplitude of Laplace domain

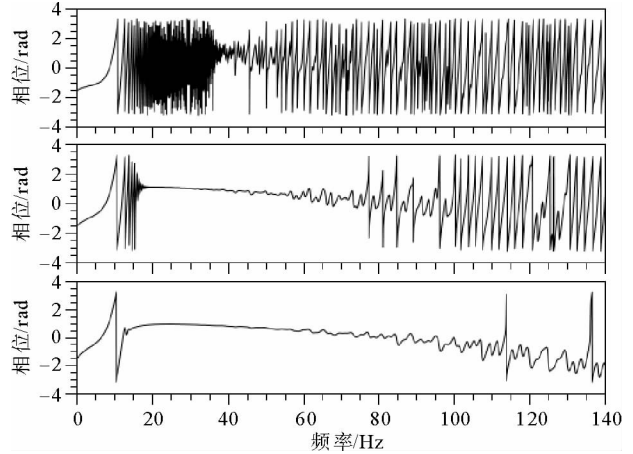


图4 拉普拉斯域相位图

Fig. 4 The phase of Laplace domain

1.2 频变衰减常数拉普拉斯变换

令 σ 为 ω 的递减函数 $\sigma(\omega)$, ω 取值较小时, 可以获得时间域衰减低频率项, ω 取值变大时, σ 会趋向于 0, 可以得到无衰减作用的傅里叶高频项。按照频率域从低频到高频的波形反演方法, 这种频变衰减常数的拉普拉斯域反演, 既可以解决观测数据中低频部分的可靠性问题, 获得比较可靠的长波长速度模型, 又可以充分利用高频数据, 对模型细部充分刻画, 获得模型的局部细节信息。

设计一个正的递减函数模型 $\sigma(\omega) = \frac{a}{1+\omega^b}$ 。式中, $a > 0, b > 0$ 。图 5、图 6 分别为 $a=1, b=0.5, a=1, b=1, a=1, b=2, a=10, b=1$ 时 Seismic Unix 所提供数据频变衰减常数拉普拉斯变换的结果。与固定衰减常数(图 3、图 4)相比, 变换结果的高频部分保留的更好。不同的 a 和 b 的取值, 会有不同的变换效果, 系数 a 控制初始值, 系数 b 则控制衰减常数下降速度。

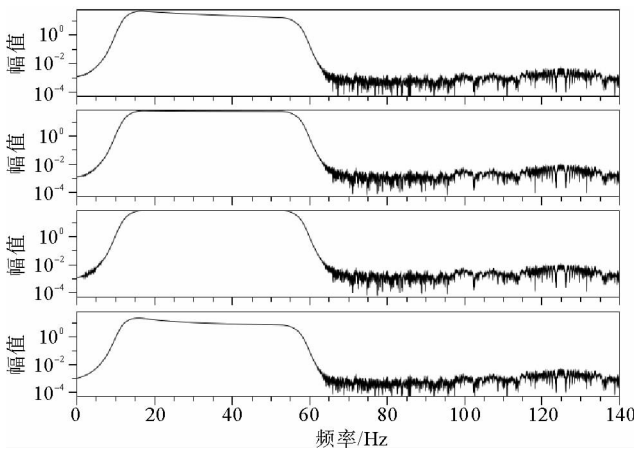


图5 频变常数拉普拉斯域幅值图

Fig. 5 The amplitude of Laplace domain with frequency-varying constant

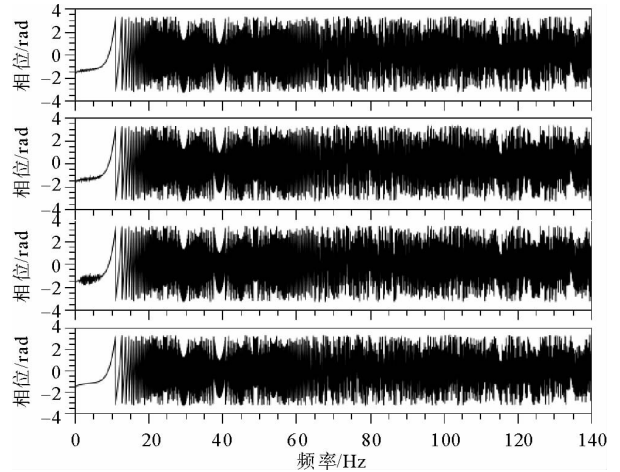


图6 频变常数拉普拉斯域相位图

Fig. 6 The phase of Laplace domain with frequency-varying constant

2 拉普拉斯域波形反演

频变衰减常数拉普拉斯域波形反演方法, 是在声波波动方程的基础上, 对波场在时间域进行变衰减常数的拉普拉斯变换后实现的。声波波动方程为

$$\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} - c^2 \nabla^2 U = F. \quad (2)$$

式中: U 为波场函数; t 为时间; c 为速度,也是需要反演的参数; ∇^2 为拉普拉斯算子; F 为波源函数. 对 U 和 F 做拉普拉斯变换, 令 $u = \int U e^{-st} dt$, $f = \int F e^{-st} dt$, 则根据拉普拉斯变换的微分性质有 $\int \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} e^{-st} dt = s^2 u -$

$sU(0) - U'(0)$, $\int c^2 \nabla^2 U e^{-st} dt = c^2 \nabla^2 \int U e^{-st} dt = c^2 \nabla^2 u$, 则式(2) 可以写为

$$s^2 u - sU(0) - U'(0) - c^2 \nabla^2 u = f. \quad (3)$$

将初始时间的波场设为零, 即 $U(0) = 0, U'(0) = 0$, 由式(3) 可得波场方程

$$s^2 u - c^2 \nabla^2 u = f. \quad (4)$$

即

$$Su = f. \quad (5)$$

式中, $S = s^2 - c^2 \nabla^2(\cdot)$, 即所谓的阻抗矩阵.

采用最速下降方法, 波形反演流程如图 7 所示.

文献[5]、文献[6]都采用对数形式的代价函数, 本文的代价函数选用经典模式:

$$E(p) = \frac{1}{2} \delta d^T \delta d^* = \frac{1}{2} (d-u)^T (d-u)^*.$$

其中: p 为待求速度参数; d 为地震观测数据; δd 为实测波场与计算波场之间的残差; $*$ 表示复数共轭.

最速下降方法可以表示为 $p^{k+1} = p^k - \alpha \nabla_p E^k$. 式中, α 为步长, 每次迭代都可以通过线性搜索的方法确定最优值, $\nabla_p E$ 为目标函数的梯度方向, 根据虚源理论得到的计算方法, $\nabla_p E = \text{Real}$

$\{F^T S^{-1} \delta d^*\}$. 其中, F 即为虚源项, $F = -\frac{\partial S}{\partial p} u$.

这样, 即可以根据残差与虚源计算目标函数的梯度方向, 反复修正初始模型, 最终得到比较理想的反演结果.

3 结论

在考察经典拉普拉斯波形反演处理地震数据特点的基础上, 提出了一种频变衰减常数的拉普拉斯域波形反演方法, 设计了一个频率域衰减常数模型, 使反演过程中的衰减作用实现稳定低频观测数据的同时保持高频数据的细部信息, 在获得可靠的全局速度分布基础上细化局部差异. 在算法的实现上, 结合 FFT 算法实现频变衰减常数的拉普拉斯变换, 可以提高计算效率.

参考文献:

[1] PRATT R G. Seismic waveform inversion in the frequency domain, Part 1: Theory and verification in a physical scale model [J]. Geophysics, 1999, 64(3): 888-901.

[2] BUNKS C, SALECK F M, ZALESKI S, et al. Multiscale seismic waveform inversion [J]. Geophysics, 1995, 60(5): 1457-1473.

[3] RAVAUT C, OPERTO S, IMPROTA L, et al. Multiscale imaging of complex structures from multifold wide-aperture seismic data by frequency domain full-waveform tomography: Application to a thrust belt [J]. Geophysical Journal International, 2004, 159(3): 1032-1056.

[4] HUSTEDT B, OPERTO S, VIRIEUX J. Mixed-grid and staggered-grid finite-difference methods for frequency-domain acoustic wave modeling [J]. Geophysical Journal International, 2004, 157(3): 1269-1296.

[5] PRATT R G, SHIN C, HICKS G J. Gauss-Newton and full Newton methods in frequency-space seismic waveform inversion [J]. Geophysical Journal International, 1998, 133(2): 341-362.

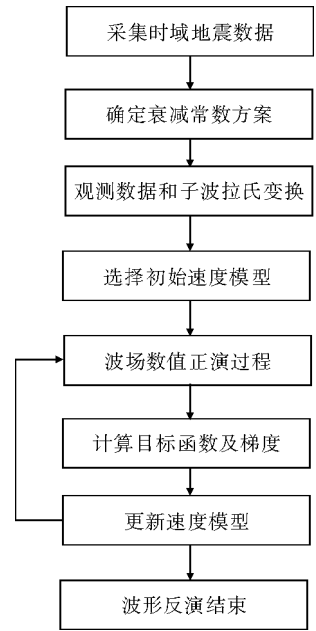


图 7 波形反演流程图

Fig. 7 The flowchart of waveform inversion

- [6] NAKANO M, KUMAGAI H, INOUE H. Waveform inversion in the frequency domain for the simultaneous determination of earthquake source mechanism and moment function[J]. *Geophysical Journal International*, 2008, 173(3): 1000-1011.
- [7] SHIN C, CHA Y H. Waveform inversion in the Laplace domain[J]. *Geophysical Journal International*, 2008, 173(3): 922-931.
- [8] SHIN C, CHA Y H. Waveform inversion in the Laplace-Fourier domain[J]. *Geophysical Journal International*, 2009, 177(3): 1067-1079.
- [9] CHA Y H, SHIN C. 2D Laplace-domain waveform inversion using adaptive finite element method[C]// Society of Exploration Geophysicists Internal Exposition and Annual meeting. Houston; Society of Exploration Geophysicists, 2009, 28: 2263-2267.
- [10] Center For Wave Phenomena, Colorado School of Mines. Data of water tank experiment[EB/OL]. (1995-05-23)[2010-10-02]. <http://www.cwp.mines.edu/cwpcodes/data/>.

(上接第 10 页)

- [7] ROSEN P A, HENSLEY S, ZEBKER H A. et al. Surface deformation and coherence measurements of Kilauea Volcano, Hawaii, from SIR-C radar interferometry[J]. *Journal of Geophysical Research*, 1996, 101(E10): 23109-23125.
- [8] GALLOWAY D L, HUNNUT K W, INGEBRITSEN S E, et al. Detection of aquifer system compaction and land subsidence using interferometric synthetic aperture radar, Antelope Valley, Mojave Desert, California[J]. *Water Resources Research*, 1998, 34(10): 2573-2585.
- [9] KIMURA H, YAMAGUCHI Y. Detection of landslide areas using satellite radar interferometry[J]. *Photogrammetric Engineering and Remote Sensing*, 2000, 66(3): 337-344.
- [10] BERARDINO P, FORNARO G, LANARI R. et al. A new algorithm for surface deformation monitoring based on small baseline differential SAR interferograms[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2002, 40(11): 2375-2383.
- [11] 刘维正, 石名磊. 低路堤下长江漫滩相沉积土的工程特性评价[J]. *东南大学学报: 自然科学版*, 2008, 38(5): 844-849.
LIU Weizheng, SHI Minglei. Assessment of engineering properties of Yangtze River backswamp sedimentary soil under low embankment[J]. *Journal of Southwest University: Natural Science Edition*, 2008, 38(5): 844-849.