

# 模态分析中输电铁塔模型的进一步简化

张晓志,孙旭壮

(东北电力大学 建筑工程学院,吉林 吉林 132012)

**摘要:**以缩减输电铁塔模型动力自由度为目的,基于静力凝聚技术,在已有研究的基础上,考虑将现有模型的主要动力自由度中的竖向分量凝聚掉,使动力自由度再减缩 1/3。将凝聚掉竖向动力自由度的有限元模型称为简化模型,利用 MATLAB 语言编程,对简化前后输电铁塔结构模型分别进行了模态分析。研究结果表明:简化前后输电铁塔结构模型的整体模态具有良好的一致性,凝聚掉主要动力自由度中的竖向分量,对整体模态分析结果的影响很小。今后在对输电铁塔模型进行模态分析时,可以忽略竖向动力自由度的影响。

**关键词:**静力凝聚;动力自由度;整体模态;竖向自由度;一致性

中图分类号:TU317;TM753

文献标志码:A

文章编号:1672-3767(2011)01-0038-04

## The Further Simplification of the Model of Transmission Tower in the Modal Analysis

ZHANG Xiaozhi, SUN Xuzhuang

(College of Architectural Engineering, Northeast Dianli University, Jilin, Jilin 132012, China)

**Abstract:** To reduce the number of dynamic degrees of freedom for the model of transmission tower and based on static condensation technique, the vertical component of the main dynamic in the existing model was condensed to make one-third degrees of freedom less than that in existed research. The finite element model in which the vertical degrees of freedom were condensed was called the simplified model, and the for simplified and original models of were made by using MATLAB language program. The results showed that the integral for simplified and original models of was of good consistency and the effect of condensing the vertical component of the main dynamic on the results of integral modality analysis was very small. So, the impact of vertical dynamic degrees of freedom in modal analysis of the transmission tower model could be ignored.

**Key words:** static condensation; dynamic degree of freedom; integral modality; vertical degree of freedom; consistence

当利用大型有限元分析软件(如 ANSYS 软件,SAP2000 软件)对输电铁塔模型进行动态分析时,主要存在的问题有:缺乏对输电塔线系统在地震、风荷载作用下的动力反应特性的了解;缺乏实用的简化设计方法;缺少有效的输电铁塔结构体系优化分析等方面的研究<sup>[1]</sup>。因此,对输电铁塔模型进行动力特性分析是解决问题的关键。然而,输电铁塔的动力特性分析是较为复杂的问题,如输电铁塔在脉动风和地震作用下的动力响应分析,都是目前研究的重点课题,而模态分析是这些研究的基础<sup>[2]</sup>。

静力凝聚技术是由 Guyan<sup>[3]</sup>和 Irons<sup>[4]</sup>于 1965 年提出的一种矩阵降阶方法。其基本思想是,根据工程设计的实际需要,从有限元模型各结点的自由度中选择一小部分未知的结点位移作为主要自由度,而把其余的结点自由度作为从属自由度,并借助静力方程消去从属自由度。本文在文献[5]的研究基础上,利用静力凝聚技术,考虑将现有模型的主要动力自由度中的竖向分量凝聚掉,达到进一步缩减输电铁塔模型动力自由度的目的。利用 MATLAB 语言编程,对输电铁塔结构原始模型和简化模型分别进行了模态分析<sup>[6]</sup>,并比较其整体模态的一致性。

收稿日期:2010-08-03

基金项目:东北电力大学博士科研启动基金项目(BSJXM-200713)。

作者简介:张晓志(1957—),男,吉林九台人,教授,博士,主要从事动力有限元数值模拟方法研究。E-mail:zxzwgq@163.com.

## 1 输电铁塔模型说明

### 1.1 整体模态原始模型

在已有的输电铁塔模型的整体模态分析基础上,确定输电铁塔主要动力自由度模型为本文的原始模型,如图 1 所示。整体模态原始模型中,除去基础底层外,共有 15 层结点,每层 4 个结点,并考虑每个结点有 X、Y、Z 三个方向的平动动力自由度,则此模型共有 180 个动力自由度,相应地,刚度矩阵和对角质量矩阵的阶数为 180 阶。

### 1.2 整体模态简化模型

通过对原始模型整体振动形态分析可以看出,频率编号前 10 号没有一阶表现为竖向的振动<sup>[5]</sup>。输电铁塔模型的竖向刚度相对于两个水平方向刚度大很多,竖向整体频率相对较大,忽略竖向动力自由度对前 10 号整体模态的影响不会很大<sup>[7]</sup>。因此,考虑利用静力凝聚技术,将现有输电铁塔模型主要动力自由度中的竖向分量(即 Z 轴方向自由度)凝聚掉,使动力自由度再减缩 1/3 倍,达到进一步缩减输电铁塔模型动力自由度的目的,称此模型为整体模态简化模型,其刚度矩阵和质量矩阵的阶数为 120 阶。

## 2 整体模态的一致性比较

### 2.1 整体频率一致性的比较

典型的无阻尼(因结构的阻尼对其模态频率及振型的影响很小,可以忽略)结构自由振动的运动方程如下:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{X}} + \mathbf{K}\mathbf{X} = \mathbf{0} \quad (1)$$

式中: $\mathbf{M}$ —质量矩阵; $\mathbf{K}$ —刚度矩阵; $\ddot{\mathbf{X}}$ —加速度向量; $\mathbf{X}$ —位移向量。

令

$$\mathbf{X} = \boldsymbol{\phi} \sin(\omega t + \varphi) \quad (2)$$

式中: $\boldsymbol{\phi}$ —振型矩阵; $\omega$ —圆频率; $t$ —时间; $\varphi$ —初相位。则有

$$\ddot{\mathbf{X}} = -\omega^2 \boldsymbol{\phi} \sin(\omega t + \varphi) \quad (3)$$

把式(2)、式(3)代入式(1),可得

$$(\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M}) \boldsymbol{\phi} = \mathbf{0} \quad (4)$$

式(4)称为结构振动的特征方程。模态分析的实质就是计算该特征方程的特征值  $\omega$  及其对应的特征向量  $\boldsymbol{\phi}$ 。

利用 MATLAB 软件及相关程序,对简化前后输电铁塔结构模型分别进行了整体模态分析<sup>[8]</sup>,得到了整体模态原始模型的 180 阶频率,而整体模态简化模型为 120 阶频率,分别提取其前 10 阶的频率进行对比分析。通过表 1 的模态频率数据可以看出:简化前后输电铁塔模型的整体模态频率连续地呈现,不存在局部模态频率的影响。简化前后输电铁塔模型的整体模态频率的相对误差最大值为 0.240 38%,具有良好的一致性。因此,凝聚掉主要动力自由度中的竖向分量,对输电铁塔模型的整体模态频率影响微乎其微。

### 2.2 整体振型一致性的比较

在得到整体模态频率的同时,可以得到各阶频率相对应的整体振型,限于篇幅,表 2 列出了简化前后输电铁塔模型第 1 阶整体振型的部分结点各自动力自由度方向的数据,可见 X、Y 方向振型数据几乎一致。因此,可以说凝聚掉主要动力自由度中的竖向分量,对输电铁塔模型的整体模态振型影响微乎其微。

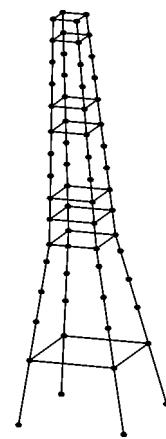


图 1 输电铁塔主要动力自由度模型图

Fig. 1 The main dynamic degree of freedom model for the transmission tower

表1 模型简化前后整体模态频率比较表

Tab. 1 The comparison of frequencies of integral modality before and after model simplification

频率编号	整体振动形态及阶次	整体模态原始模型		相对误差/%
		180阶/Hz	120阶/Hz	
1	沿X轴方向平动(1阶)	1.781 5	1.781 6	0.005 61
2	沿Y轴方向平动(1阶)	1.838 4	1.838 4	0
3	绕Z轴方向扭转(1阶)	2.570 1	2.570 3	0.007 78
4	沿X轴方向平动(2阶)	4.950 3	4.951 8	0.030 29
5	沿Y轴方向平动(2阶)	5.670 2	5.670 9	0.012 34
6	绕Z轴方向扭转(2阶)	5.994 6	5.995 5	0.015 01
7	沿X轴方向平动(3阶)	8.146 7	8.156 7	0.122 60
8	沿Y轴方向平动(3阶)	10.370 0	10.378 0	0.077 09
9	绕Z轴方向扭转(3阶)	10.948 0	10.951 0	0.027 40
10	沿X轴方向平动(4阶)	12.450 0	12.480 0	0.240 38

表2 输电铁塔部分结点不同自由度的第1阶整体振型比较表

Tab. 2 The comparison of first-order integral vibration modes of partial nodes with different degrees of freedom on transmission tower

方向	沿X轴方向平动(1阶振型)		沿Y轴方向平动(1阶振型)		绕Z轴方向扭转(1阶振型)	
	X,Y,Z三个自由度	X,Y两个自由度	X,Y,Z三个自由度	X,Y两个自由度	X,Y,Z三个自由度	X,Y两个自由度
262 X	1	1	-0.000 25	-0.000 25	0.931 67	0.931 67
262 Y	-0.000 20	-0.000 20	1	1	-0.926 55	-0.926 55
262 Z	0.046 07	—	0.043 44	—	-0.003 03	—
259 X	0.999 99	0.999 99	0.000 78	0.000 78	-0.931 76	-0.931 76
259 Y	-0.000 32	-0.000 32	1	1	-0.926 54	-0.926 54
259 Z	0.046 08	—	-0.043 44	—	0.002 99	—
227 X	1	1	0.000 77	0.000 77	0.931 67	0.931 67
227 Y	-0.000 32	-0.000 32	0.999 99	0.999 99	0.927 16	0.927 16
227 Z	-0.046 08	—	0.043 43	—	0.003 04	—
230 X	0.999 99	0.999 99	-0.000 25	-0.000 25	-0.931 76	-0.931 76
230 Y	-0.000 19	-0.000 19	0.999 99	0.999 99	0.927 16	0.927 16
230 Z	-0.046 06	—	-0.043 46	—	-0.003 09	—

注:表中的整体振型数据经过四舍五入保留了小数点后5位数字。

另外,表2中第一行的判别性文字说明系通过绘制一层结点振型数据相对位置关系的简图,并根据对模态振型数据的分析得出。所遵循的判别原则为:在整体模态振型数据中,若X方向的数据明显大于其他两个方向的数据(两个数量级以上),即判定该整体模态为沿X轴方向的平动;若Y方向的数据明显大于其他两个方向的数据(两个数量级以上),即判定该整体模态为沿Y轴方向的平动;若X,Y两个方向的数据比较接近,且明显大于Z方向数据,即判定该整体模态为绕Z轴方向的扭转。

模态阶数则根据模态振型各层结点数据的变号次数加以判定。为了更加形象地观察整体振型,图2至图4分别列出了输电铁塔沿X轴方向平动、沿Y轴方向平动、绕Z轴方向扭转的第1阶整体振型。

### 3 结语

通过对输电铁塔简化前后模型整体模态的数据分析及对比,得出以下结论。



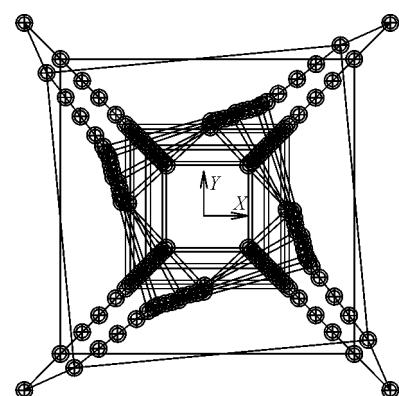
**图 2** 输电铁塔沿 X 轴方向  
平动的第 1 阶整体振型图

Fig. 2 The first-order vibration integral mode of transmission tower (transition along X-axis)



**图 3** 输电铁塔沿 Y 轴方向  
平动的第 1 阶整体振型图

Fig. 3 The first-order vibration integral mode of transmission tower (transition along Y-axis)



**图 4** 输电铁塔绕 Z 轴方向  
扭转的第 1 阶整体振型图

Fig. 4 The first-order vibration integral mode of transmission tower (torsion around Z-axis)

1) 输电铁塔模型简化前后的整体模态频率连续地呈现,不存在局部模态频率的影响。

2) 输电铁塔简化模型的模态频率稍大于输电铁塔原始模型的相应模态频率,因为应用静力凝聚技术相当于对输电铁塔位移施加了额外约束,因而增加其整体模态频率。

3) 对于输电铁塔结构模型简化前后的整体频率的最大相对误差为 0.240 38%,整体振型数据几乎一样,说明简化前后输电铁塔模型的整体模态具有良好的一致性。因此,凝聚掉主要动力自由度中的竖向分量,对输电铁塔模型整体模态的影响微乎其微。

4) 建议以获得输电铁塔整体模态为目的时,利用静力凝聚技术,凝聚掉主要动力自由度中的竖向分量,忽略竖向动力自由度的影响。

## 参考文献:

- [1] 陈建稳,袁广林,刘涛,等.数值模型对输电铁塔内力和变形的影响分析[J].山东科技大学学报:自然科学版,2009,28(1):40-45.  
CHEN Jianwen, YUAN Guanglin, LIU Tao, et al. The influence analysis of numerical model on internal force and structural deformation of power transmission tower[J]. Journal of Shandong University of Science and Technology: Natural Science, 2009, 28(1): 40-45.
- [2] 冯云巍.输电塔架 ANSYS 建模及动力特性研究[J].钢结构,2008,23(1):21-31.  
FENG Yunwei. Study of transmission tower modeling in ANSYS and dynamic characteristics[J]. Steel Construction, 2008, 23(1): 21-31.
- [3] GUYAN R J. Reduction of stiffness and mass matrices[J]. American Institute of Aeronautics Astronautics Journal, 1965, 3(2):380.
- [4] IRONS B. Structural eigenvalue problems: elimination of unwanted variables[J]. American Institute of Aeronautics Astronautics Journal, 1965, 3(5):961-962.
- [5] 张晓志,孙旭壮.静力凝聚技术对输电铁塔整体模态的影响研究[EB/OL].[2010-08-03].<http://www.paper.edu.cn/index.php/default/releasenew/content/2041006-216>.
- [6] 傅鹏程,邓洪洲,吴静.输电塔结构动力特性研究[J].特种结构,2005,22(1):47-49.  
FU Pengcheng, DENG Hongzhou, WU Jing. Study of dynamic behavior for transmission towers construction[J]. Special Structures, 2005, 22(1): 47-49.
- [7] 赵滇生,金三爱.有限元模型对输电塔架结构动力特性分析的影响[J].特种结构,2004,21(3):8-11.  
ZHAO Diansheng, JIN Sanai. Analyses on dynamic properties of transmission tower influenced by finite element models[J]. Special Structures, 2004, 21(3): 8-11.
- [8] 刘晶波,杜修力.结构动力学[M].北京:机械工业出版社,2005.