

半无限横观各向同性介质中三维裂纹问题数值分析

王炳军¹, 肖洪天¹, 孙凌志¹, 岳中琦²

(1. 山东科技大学 土木建筑学院, 山东 青岛 266590; 2. 香港大学 土木工程系, 香港)

摘要:采用对偶边界元方法分析了沿裂纹面分别作用法向和切向均布力时半无限横观各向同性介质中的三维矩形裂纹。裂纹面及半无限域自由面平行于材料各向同性面。该方法基于双层横观各向同性材料基本解,以裂纹面间断位移为未知量建立了面力超奇异边界积分方程。根据求得的间断位移计算了该类裂纹的应力强度因子。最后讨论了自由面、矩形裂纹边长比、材料弹性系数对应力强度因子的影响。结果表明,自由面对作用法向均布力的该类矩形裂纹应力强度因子有明显影响,对作用切向均布力的该类矩形裂纹应力强度因子影响较小,且自由面的这种影响主要与裂纹面到自由面的距离有关,与矩形裂纹边长比基本无关。

关键词:矩形裂纹; 应力强度因子; 对偶边界元法; 横观各向同性材料; 半无限域

中图分类号: O346.1

文献标志码: A

文章编号: 1672-3767(2012)06-0020-10

A Rectangular Crack in Transversely Isotropic Half Space Subjected to Normal or Tangential Traction

WANG Bingjun¹, XIAO Hongtian¹, SUN Lingzhi¹, YUE Zhongqi²

(1. College of Civil Engineering and Architecture, Shandong University of Science and Technology, Qingdao, Shandong 266590, China; 2. Department of Civil Engineering, The University of Hong Kong, Hong Kong, China)

Abstract: A rectangular crack was analyzed in a transversely isotropic half space by using the boundary element method. The crack face and the free surface of a transversely isotropic half space are parallel to the isotropic plane of a transversely isotropic material. The crack face is subjected to normal and tangential uniformly distributed loads respectively. The stress intensity factor (SIF) values associated with the rectangular crack are calculated from the crack opening displacements. According to the numerical results, the effects of the free surface of the half space, side ratios (a/b) of the rectangular crack, the elastic coefficients of the transversely isotropic material on the SIF values are considered. The results show that the free surface has substantial effects on the SIF values of the rectangular crack subjected to normal loads and has relatively little impact on the SIF values when the tangential loads act on the rectangular crack surface. Furthermore, the influence of the free surface on the SIF values mainly depends on the distance from the crack surface to the free surface, but it is almost independent of the side ratios (a/b) of the rectangular crack.

Key words: rectangular crack; stress intensity factor; dual boundary element method; transversely isotropic material; half space

近年来,对含有裂隙、夹杂、微裂纹等缺陷的岩石断裂力学研究越来越受到工程和科研人员的关注。在断裂力学中,这些缺陷统一用裂纹来表征。在外部荷载作用下,裂纹尖端存在高应力集中,易引起材料发生低应力脆性破坏。因此,对岩石材料中的裂纹进行断裂力学分析具有重要意义。

收稿日期: 2011-04-25

基金项目: 国家自然科学基金项目(51079081)

作者简介: 王炳军(1977—),男,山东潍坊人,讲师,博士,主要从事断裂力学数值计算与教学工作。

E-mail: bingjun.wang@yahoo.com.cn

在线弹性断裂力学中,应力强度因子(stress intensity factor, SIF)是表征裂纹尖端应力场的重要参数。对于三维裂纹问题,难以得到其应力强度因子解析解,往往需要借助数值方法。由于边界元方法具有精度高,适合处理应力应变梯度大以及无限域和半无限域问题的优点,因而在裂纹问题分析中得到了广泛应用。Weaver^[1]建立了裂纹位错的积分方程,采用数值方法分析无限域均匀介质中矩形裂纹。Pan等^[2]采用对偶边界元方法分析了无限域均匀介质中的矩形裂纹。肖洪天等^[3]基于层状材料基本解发展了边界元方法,分析了受倾斜张力作用的平行于功能梯度材料夹层的椭圆盘状裂纹。岳中琦等^[4]采用对偶边界元方法分析了横观各向同性双层材料中矩形裂纹。肖洪天等^[5-6]采用边界元方法分析了有限和无限域梯度材料中的矩形裂纹以及无限域层状岩体中的正方形裂纹。陈梦成^[7]采用边界元法分析了无限域中的片状裂纹。王静等^[8]采用伪力法和叠加原理分析了有限板岩石材料中斜裂纹在压缩荷载作用下的应力强度因子。闫相桥^[9]用边界元方法计算了无限大板椭圆孔的分支裂纹的应力强度因子。上述研究大多是对无限域和有限域介质中的裂纹进行分析,尚未见到对半无限域横观各向同性介质中的裂纹分析的相关文献。自然界中的地基为半无限域问题,且在多年的沉积过程中,力学特性上大都为各向异性,在工程上往往将其作为横观各向同性材料处理。为此,本研究利用岳中琦等^[4]发展的双材料对偶边界元方法,分析了半无限横观各向同性材料中的三维矩形裂纹问题。

1 无限域双层横观各向同性材料的对偶边界元方法

1.1 基于双层横观各向同性材料基本解的对偶边界积分方程

1995年,岳中琦^[10]提出了双层横观各向同性材料的基本解,于2007年发展了基于该基本解的对偶边界元法^[4]。该类型的对偶边界元法建立了两套积分方程,即:位移边界积分方程和面力边界积分方程,适用于分析有限域双层材料中的裂纹问题。由此所发展的边界元法适应于分析无限域双层材料中的裂纹问题,此时,只需面力边界积分方程,并且退化为

$$t_i(y_{r^+}) + n_i(y_{r^+}) \int_{\Gamma^+} T_{ijk}^*(y_{r^+}, x_{r^+}) \Delta u_k(x_{r^+}) d\Gamma(x_{r^+}) = 0. \quad (1)$$

其中: y_{r^+} 和 x_{r^+} 分别为源点和场点; Γ^+ 为裂纹其中的一个面; $n_i(y_{r^+})$ 为裂纹面的外法线方向; T_{ijk}^* 为双层横观各向同性材料基本解的核函数; $\Delta u_k(x_{r^+})$ 为裂纹面的张开位移; $t_i(y_{r^+})$ 为裂纹面上源点处的面力。

1.2 边界积分方程的数值方法

采用3种类型(等参元和2种非连续单元)的9节点单元来离散裂纹面^[2,4]。单元内任意点的坐标为

$$x_i = \sum_{l=1}^9 \varphi_l x_l^i, i = 1, 2, 3. \quad (2)$$

其中: $\varphi_l(l = 1, 2, \dots, 9)$ 是单元形函数。3种单元的形函数在文献[2]中给出。

对于裂纹面上远离裂尖的位置,用等参元离散。裂纹的间断位移用节点的位移值为

$$\Delta u_i = \sum_{l=1}^9 \varphi_l \Delta u_l^i, i = 1, 2, 3. \quad (3)$$

为使数值方法能描述裂尖位移的变化,采用2种类型的非连续单元,单元类型 I 的裂纹间断位移为

$$\Delta u_i = \sum_{l=1}^9 \sqrt{1 + \eta} \varphi_l \Delta u_l^i, i = 1, 2, 3; \quad (4)$$

单元类型 II 的裂纹间断位移表示为

$$\Delta u_i = \sum_{l=1}^9 \sqrt{1 + \xi} \sqrt{1 + \eta} \varphi_l \Delta u_l^i, i = 1, 2, 3. \quad (5)$$

1.3 超奇异积分的处理方法

方程(1)中的积分为超奇异积分($O(r^{-3})$)。该积分项可进一步表示为:

$$\int_{-1}^1 \int_{-1}^1 T_{ijk}^*[y(\xi^e, \eta^e), x(\xi^e, \eta^e)] \varphi_l(\xi, \eta) g(\xi, \eta) J(\xi, \eta) d\xi d\eta. \quad (6)$$

其中: (ξ^e, η^e) 和 (ξ, η) 分别为源点 y 和场点 x 的局部坐标; J 是雅克比变换行列式;对于9节点等参元,

$g(\xi, \eta) = 1$; 对于类型 I 的单元, $g(\xi, \eta) = \sqrt{1 + \eta}$; 对于类型 II 的单元, $g(\xi, \eta) = \sqrt{1 + \xi} \sqrt{1 + \eta}$ 。

采用 Kutt's 型求积公式计算式(6)的超奇异积分, 在局部坐标系 (ξ, η) 中, 引入极坐标: $\xi = \xi^c + r \cos \theta$, $y = \eta^c + r \sin \theta$ 。

式(6)可重写为:

$$\sum_m \int_{\theta_1}^{\theta_2} \int_{\theta_1}^{R(\theta_2)} T_{ijk}^* [y(\xi^c, \eta^c), x(r, \theta)] \varphi_l(r, \theta) g(r, \theta) J(r, \theta) r dr d\theta. \quad (7)$$

其中, m 求和是针对单元上所有三角形进行的。如果源点 y_{r^+} 位于角点, 那么需要将单元划分为 2 个三角形, 即 $m = 1, 2$; 如果源点 y_{r^+} 位于单元边上且不在角点, 单元需要划分为 3 个三角形, 即 $m = 1, 2, 3$; 如果源点 y_{r^+} 位于单元内部, 单元需要划分为 4 个三角形, 即 $m = 1, 2, 3, 4$ 。

通过坐标变换, 式(9)中被积函数出现 r , 此时被积函数出现 $1/r^2$ 奇异性。这样, 可采用 Kutt's 求积公式计算关于 r 的内层积分, 采用高斯型求积公式计算关于 θ 的外层积分。对于任意给定的高斯积分点 θ_j , 式(9)的内层积分采用 N 节点等距数值积分计算:

$$\int_0^R \frac{f(r)}{r^2} dr \approx \frac{1}{R} \sum_{i=1}^N (\omega_i + c_i \ln R) f\left(\frac{i-1}{N} R\right). \quad (8)$$

其中: ω_i 和 c_i 是 Kutt 给出的权值和系数, 被积函数为:

$$f(r) = T_{ijk}^* [y(\xi^c, \eta^c), x(r, \theta_j)] \times \varphi_l(r, \theta_j) g(r, \theta_j) J(r, \theta_j) r^3. \quad (9)$$

在推导 N 节点等距积分公式时, 在 $r = 0$ 邻域内, 假设被积函数 $f(r) \in C^0[0, R]$, 且 $f(r) \in C^2$ 。

在数值计算时, 采用 20 节点等距数值积分计算关于 r 的有限部分积分, 采用 20 节点高斯型求积公式计算关于 θ_j 的外层积分。

1.4 应力强度因子的计算

在裂尖处节点建立局部三轴正交坐标系 (x_1, x_2, x_3) , 其中, x_1 轴垂直于裂纹面, x_2 轴为垂直于裂纹面与切向于裂纹面的平面的交线, x_3 轴与裂尖长度方向相切。节点间断位移定义为:

$$\Delta u_i = u_i^+(x_1, x_2, x_3) - u_i^-(x_1, x_2, x_3), i = 1, 2, 3. \quad (10)$$

根据文献[11], 在距离裂尖 r 处的节点间断位移与裂尖应力强度因子的关系式为:

$$\Delta u = 2 \sqrt{\frac{2r}{\pi}} L^{-1} k. \quad (11)$$

其中: $\Delta u = [\Delta u_1, \Delta u_2, \Delta u_3]^T$, $k = [K_I, K_{II}, K_{III}]^T$ 为三种模式的应力强度因子; L 是 Barnett-Lothe 张量, 依赖于局部坐标系下裂尖材料的各向异性特点。

为便于比较, 将计算出的应力强度因子 K_I, K_{II}, K_{III} 分别除以含裂纹长为 $2c$ 的无限大平板受均匀拉伸荷载 p 时的应力强度因子, 进行无量纲化, 即: I 型 $SIF = K_I / p(\pi c)^{1/2}$, II 型 $SIF = K_{II} / p(\pi c)^{1/2}$, III 型 $SIF = K_{III} / p(\pi c)^{1/2}$ 。

2 无限域中的矩形裂纹分析

首先, 分析无限域中的矩形裂纹问题, 如图 1 所示, a 和 b 分别为矩形裂纹的半边长。当裂纹面为正方形(边长比 $a/b = c/c$), 裂纹面作用法向均布压力 p 时, 本文方法计算得到的 SIF 最大

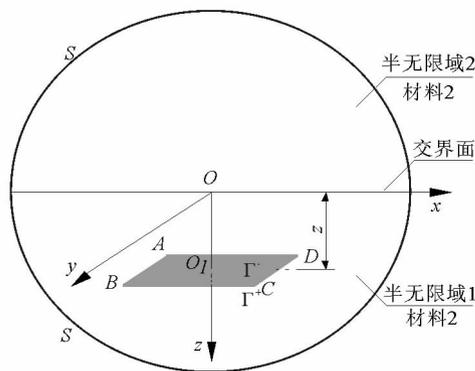


图 1 无限域双层材料中的矩形裂纹 ABCD 示意图
(AB 边长为 $2a$, BC 边长为 $2b$, Γ^-, Γ^+ 分别为上下裂纹面)

Fig. 1 A rectangular crack ($2a \times 2b$) in an infinite space consisting of double elastic half spaces

(Γ^- and Γ^+ are the upper and lower crack surfaces)

最大值为 $(K_I / p(\pi c)^{1/2})$ 为 0.7605。Weaver^[1] 得到的 SIF 最大值为 0.74, Pan 和 Yuan^[2] 得到的 SIF 最大值为

0.7626。表 1 和表 2 给出了裂纹面分别作用法向和切向均布力时在不同裂纹边长比时的裂尖 SIF 值。从表 1 可知,与正方形裂纹相比,随裂纹边长比 a/b 的增大,法向或切向均布力作用时长短边中点裂尖的 SIF 值均逐渐增大,且逐渐趋近于一稳定值。其中,长边中点裂尖的 SIF 值逐渐接近于 1,趋于平面裂纹问题的结果,这与 Weaver^[1] 得到的结论相吻合。

表 1 无限域中矩形裂纹长边中点应力强度因子值随裂纹边长比的变化表

Tab.1 The maxium SIF of longer side versus a/b due to uniformly distributed normal and tangential loads respectively in infinite domain

边长比 a/b	c/c	$3c/c$	$5c/c$	$7c/c$	$9c/c$
法向均布力(I型)	0.7605	0.9562	0.9859	0.9930	0.9952
x 向切向均布力(III型)	0.6715	0.9294	0.9733	0.9943	0.9960
y 向切向均布力(II型)	0.8303	0.9466	0.9960	0.9971	1.0000

表 2 无限域中矩形裂纹短边中点应力强度因子值随裂纹边长比的变化表

Tab.2 The maxium SIF of shorter side versus a/b due to uniformly distributed normal and tangential loads respectively in infinite domain

边长比 a/b	c/c	$3c/c$	$5c/c$	$7c/c$	$9c/c$
法向均布力(I型)	0.7605	0.8065	0.8083	0.8088	0.8091
x 向切向均布力(III型)	0.8303	0.9232	0.9266	0.9268	0.9306
y 向切向均布力(II型)	0.6715	0.7007	0.7016	0.7018	0.7019

表 3 横观各向同性介质弹性系数表

Tab.3 Elastic constants of the transversely isotropic half space

材料弹性系数	c_1	c_2	c_3	c_4	c_5	c_6
弹性系数值/GPa	31.20	4.89	25.20	6.20	12.40	1.23

3 半无限域中矩形裂纹分析

将图 1 中材料 2 的弹性模量置为一个很小的数(1.0×10^{-15} GPa),利用无限域双层材料对偶边界元方法,应用式(3),分析图 2 所示的半无限域中横观各向同性介质中的矩形裂纹问题。图 2 中,横观各向同性介质各向同性面及矩形裂纹面平行于半无限域自由面。横观各向同性介质的 5 个弹性系数参照文献[12] 选取,见表 3。

3.1 自由面对裂尖 SIF 值影响分析

裂纹边长比置为 $a/b = 2c/c_0$ 。为分析自由面对 SIF 值影响,分别计算了裂纹面到自由面距离 $z = 1.0c, 1.4c, 1.8c, 2.2c$ 时的裂纹 SIF 值。为便于结果分析,沿裂纹 $ABCD$ 尖端建立线坐标系 L ,坐标原点在 A 点,沿裂纹尖端的 4 条边即 AB, BC, CD 至 DA ,当裂纹边长比 $a/b = 2c/c_0$ 时, L/c 相应为 $0 \sim 2, 2 \sim 6, 6 \sim 8, 8 \sim 12$ 。

图 3 为半无限域中裂纹面作用法向均布力时 SIF 值随裂纹面到自由面距离的变化。从图中可以看出,半无限域中,裂纹面作用法向均布力时,自由面的存在对裂纹 SIF 值有明显的影

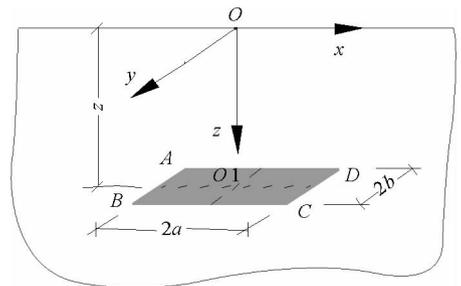


图 2 半无限域横观各向同性介质中的矩形裂纹

Fig.2 A rectangular crack in transversely isotropic half space

面,即距离 z 减小,裂纹 I 型、II 型、III 型 SIF 值均明显增加。同时,与无限域不同,半无限域中裂纹面作用法向均布力时,由于自由面的存在,引起上下裂纹面法向位移不相等,从而引起裂纹面平面内的间断位移,因此裂纹 II 型和 III 型 SIF 值不为零。当裂纹面到自由面距离 $z = 1.0c$ 时,相对无限域情况,长边 I 型 SIF 值增加了约 50%,短边 I 型 SIF 值增加了接近 35%。

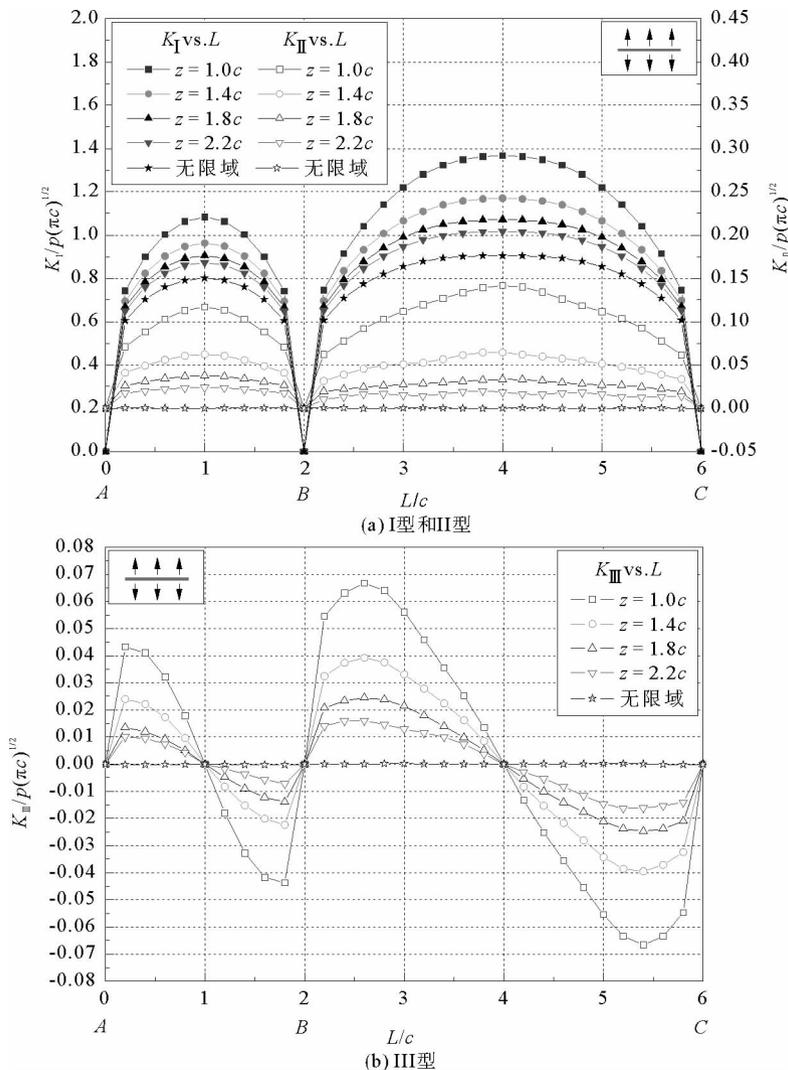


图 3 法向均布力作用下矩形裂纹 SIF 值随裂纹面到自由面距离 z 的变化图

Fig. 3 Variation of SIF values of single crack with distances z due to uniformly distributed normal tractions

图 4 为半无限域中裂纹面分别作用 x 向和 y 向切向均布力时 II 和 III 型 SIF 值随裂纹面到自由面距离的变化。可以看出,自由面的存在对裂纹面作用切向均布力时的矩形裂纹 SIF 值影响较小。当裂纹面到自由面距离 $z = 1.0c$ 时,相对无限域情况, x 向切向均布力时,长边 SIF 最大值增加了约 5%,短边 SIF 最大值增加了约 2%; y 向切向均布力时,长边与短边 SIF 最大值均增加了约 5%。

同时还可发现,对裂纹面作用法向或切向均布力时,由于自由面的影响,相同条件下半无限域中裂纹 SIF 值大于无限域情况,但随裂纹面逐渐远离自由面,即距离 $z = 2.2c$ 增大,自由面的影响逐渐减弱, SIF 值逐渐减小,呈现出逐渐趋近于无限域的趋势。当裂纹面到自由面距离 $z = 2.2c$ 时,与无限域情况相比,法向均布力作用下,短边 I 型 SIF 最大值增加了约 8%,长边 I 型 SIF 最大值增加了约 12%; x 向切向均布力时,短边 SIF 最大值增加了约 1.0%,长边 SIF 最大值增加了约 1.5%; y 向切向均布力时,短边与长边 SIF 最大值均增加了约 1.5%。

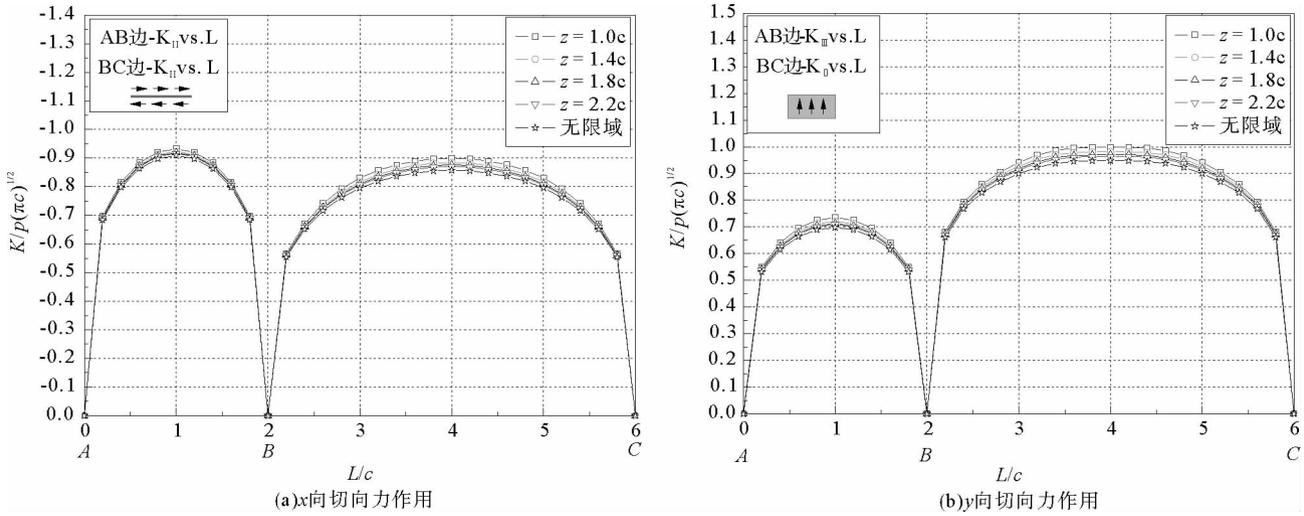


图 4 切向均布力作用下矩形裂纹 II 型和 III 型 SIF 值随裂纹面到自由面距离 z 的变化图

Fig. 4 Variation of SIF values of single crack with distances z due to uniformly distributed tangential tractions

3.2 边长比对裂尖 SIF 值影响分析

表 4 和表 5 给出了半无限域中矩形裂纹分别作用法向和切向均布力时长短边裂尖中点的 SIF 值随裂纹边长比的变化。从表 4 可知,与无限域情况相同,在法向或切向均布力作用时,随裂纹边长比的增加,其长短边中点裂尖 SIF 值逐渐增大并趋近于一稳定值。在无限域情况中,随裂纹边长比的增加,在法向或切向均布力作用时,长边中点裂尖 SIF 值均趋近于 1,即趋于二维平面裂纹问题的结果。在半无限域中,裂纹面到自由面距离 $z = 1.0c$ 时,由于自由面的影响,在法向均布力作用下,其长边中点 I 型 SIF 值趋近于 1.5;在 x 向切向均布力作用下,趋近于 1.05;在 y 向切向均布力作用时,趋近于 1.07。由此也表明切向均布力作用时自由面对裂尖 SIF 值的影响较小。

表 4 半无限域中矩形裂纹长边中点应力强度因子值随裂纹边长比的变化表

Tab. 4 The maxium SIF of longer side versus a/b due to uniformly distributed normal and tangential loads respectively in semi-infinite domain

边长比 a/b	c/c	$3c/c$	$5c/c$	$7c/c$	$9c/c$
法向均布力(I型)	0.9866	1.4511	1.4961	1.4980	1.5030
x 向切向均布力(III型)	0.6984	0.9736	1.0211	1.0469	1.0474
y 向切向均布力(II型)	0.8539	1.0067	1.0614	1.0612	1.0654

表 5 半无限域中矩形裂纹短边中点应力强度因子值随裂纹边长比的变化表

Tab. 5 The maxium SIF of shorter side versus a/b due to uniformly distributed normal and tangential loads respectively in semi-infinite domain

边长比 a/b	c/c	$3c/c$	$5c/c$	$7c/c$	$9c/c$
法向均布力(I型)	0.9866	1.0712	1.0769	1.0790	1.0792
x 向切向均布力(III型)	0.8502	0.9475	0.9562	0.9568	0.9570
y 向切向均布力(II型)	0.6984	0.7372	0.7381	0.7382	0.7386

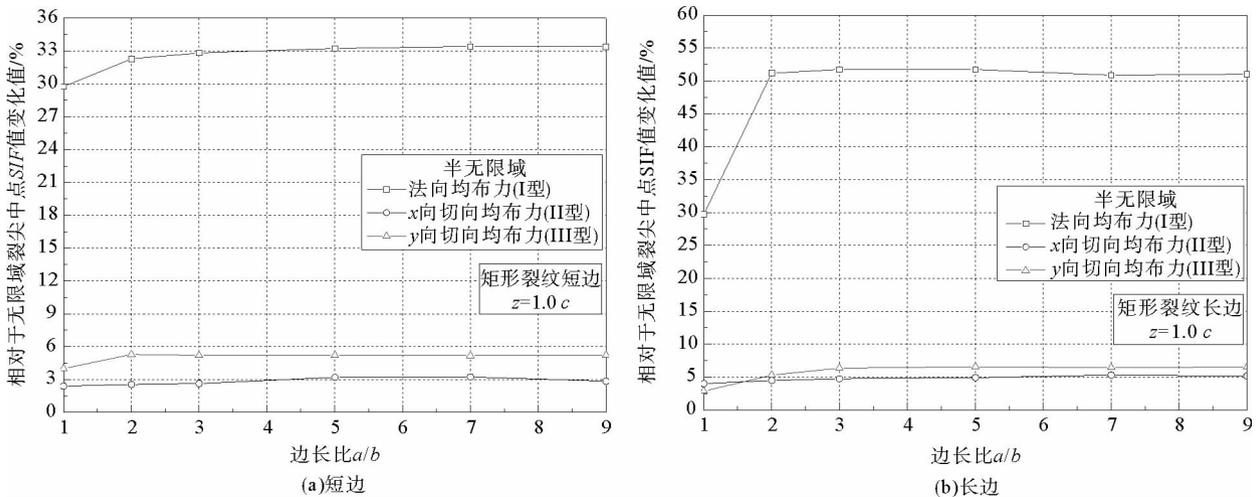


图 5 矩形裂纹裂尖中点 SIF 值相对于无限域变化值随裂纹边长比的变化图
Fig. 5 Variation of SIF values increasing amplitude relative to infinite space at middle point of rectangular crack tips with side ratios of a to b

图 5 为矩形裂纹长边和短边裂尖中点 SIF 值相对于无限域的变化值随裂纹边长比的变化曲线。从图 5 可以看出,当矩形裂纹边长比 $a/b \geq 2$ 时,随裂纹边长比的增加,长短边裂尖中点 SIF 值相对于无限域的增加幅度基本没有变化。由此表明,当裂纹边长比 $a/b \geq 2$ 时,自由面对矩形裂纹裂尖 SIF 值的影响主要与裂纹面到自由面的距离大小有关,而与矩形裂纹边长比的大小关系不大。

3.3 弹性系数对裂尖 SIF 值影响分析

参考文献[13],选择如表 6 所示的 7 种不同类型岩石材料,分析半无限域中横观各向同性介质弹性模量 E_x/E_z ,剪切模量 G_x/G_z ,泊松比 ν_{xy}/ν_{xz} 的变化对矩形裂纹裂尖 SIF 值的影响。矩形裂纹边长比置为 $a/b = 2c/c$ 。表 3 中 $E_x = 50 \text{ GPa}$, $\nu_{xy} = 0.25$ 。

表 6 7 种不同类型岩石材料 $E_z/E_x, \nu_{xy}/\nu_{xz}, G_x/G_z$ 弹性系数比
Tab. 6 Elastic coefficient ratio for seven different rock types

岩石材料类型	E_z/E_x	ν_{xy}/ν_{xz}	G_x/G_z	裂纹面到自由面距离 z
Rock1	1.0	1.00	1.0	1.0c
Rock2	2.0	1.00	1.0	1.0c
Rock3	3.0	1.00	1.0	1.0c
Rock4	1.0	0.75	1.0	1.0c
Rock5	1.0	1.50	1.0	1.0c
Rock6	1.0	1.00	2.0	1.0c
Rock7	1.0	1.00	3.0	1.0c

图 6 和图 7 为法向均布力作用下矩形裂纹裂尖 SIF 值随弹性系数的变化曲线。对于无限域均匀介质中的裂纹,裂纹尖端 SIF 值与材料特性无关^[4]。而在半无限域中,从图中可以看出,这一结论不再成立。对于 I 型和 II 型 SIF 值,弹性模量对裂尖 SIF 值影响最为明显,剪切模量次之;对于 III 型 SIF 值正好相反,剪切模量最为明显,弹性模量次之。泊松比的变化对裂尖 I、II 和 III 型 SIF 值均无影响。随弹性模量 G_2 减小,裂尖 I、II 和 III 型 SIF 值均减小;随剪切模量 G_2 减小,裂尖 I 型 SIF 值增大,II 型 SIF 值基本不变,III 型 SIF 值减小。

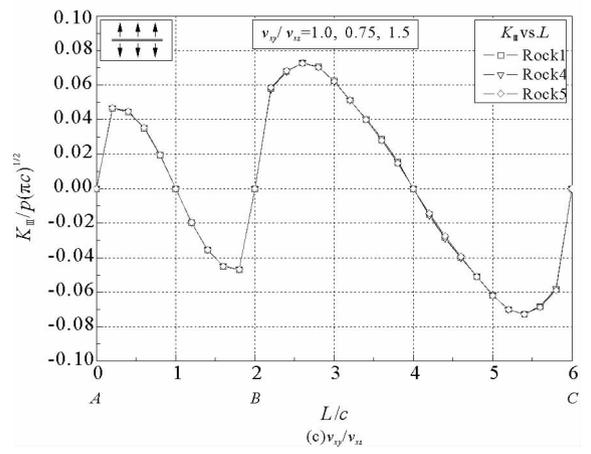
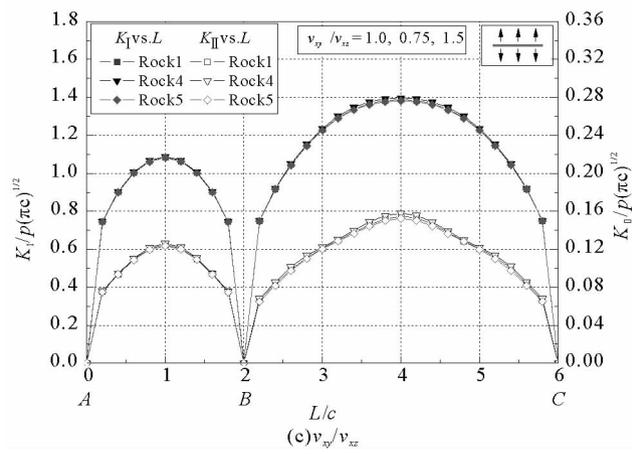
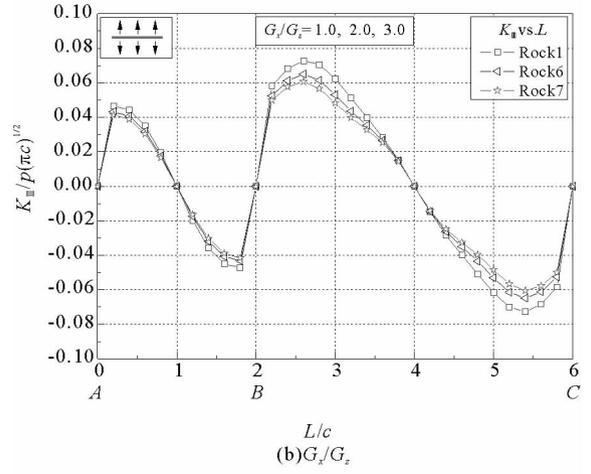
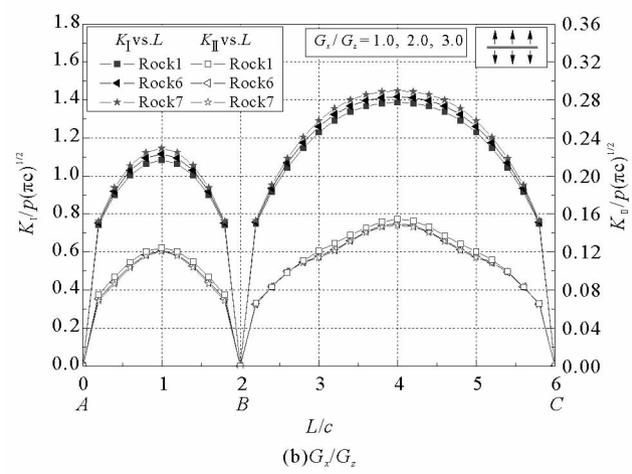
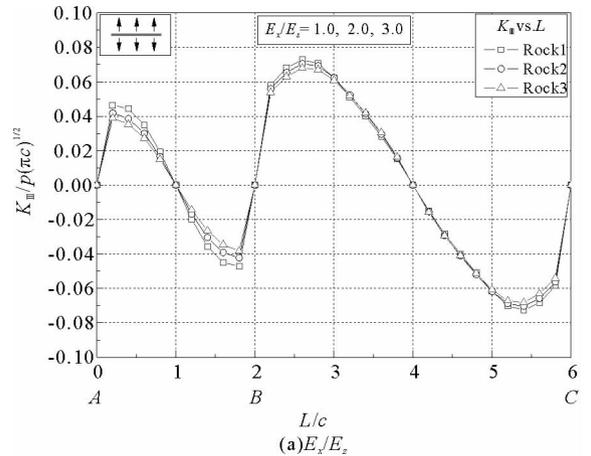
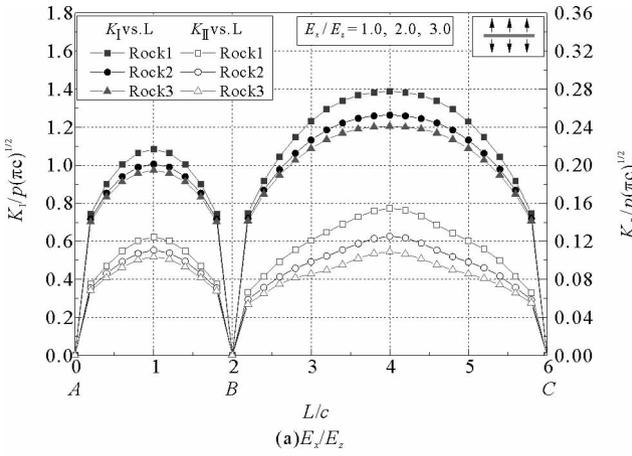


图6 法向均布力作用下矩形裂纹裂尖 I 型和 II 型 SIF 值随弹性系数的变化图

Fig. 6 Effect of elastic coefficients on type I and II SIF values due to uniformly distributed normal tractions

图7 法向均布力作用下矩形裂纹裂尖 III 型 SIF 值随弹性系数的变化图

Fig. 7 Effect of elastic coefficients on type III SIF values due to uniformly distributed normal tractions

图8和图9分别为 x 向和 y 向切向均布力作用下矩形裂纹裂尖 SIF 值随弹性系数的变化曲线。从图可知,在切向均布力作用下,除剪切模量的变化对裂尖 SIF 值有较小的影响外,弹性模量和泊松比的变化均对裂尖 SIF 值基本无影响。

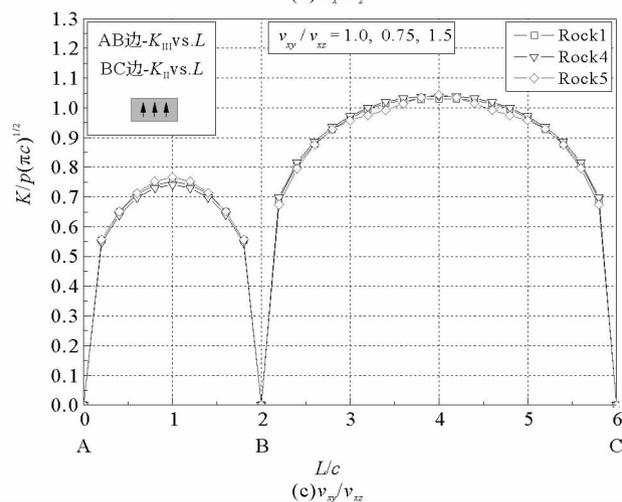
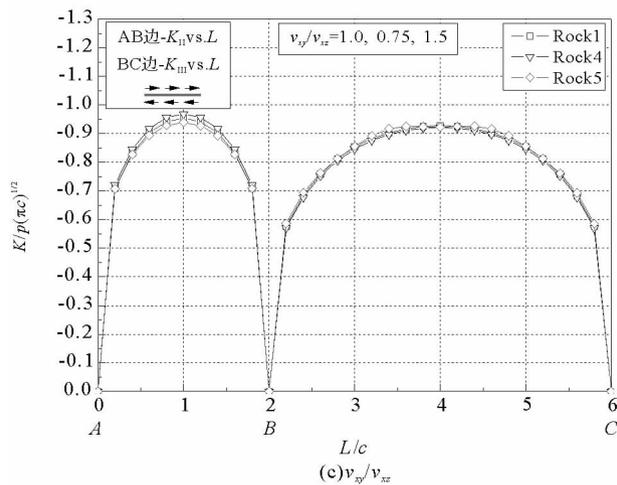
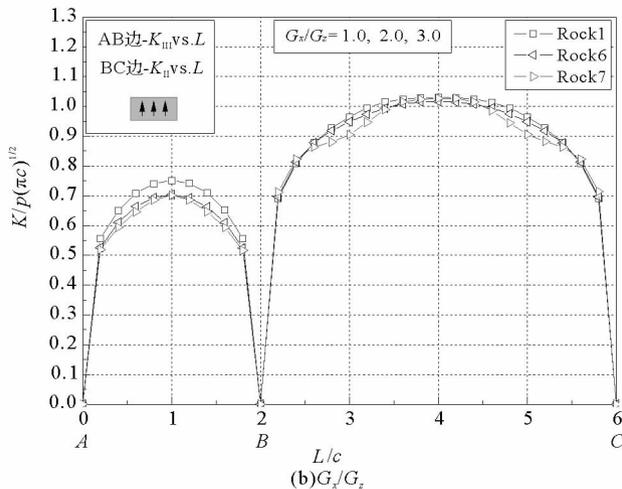
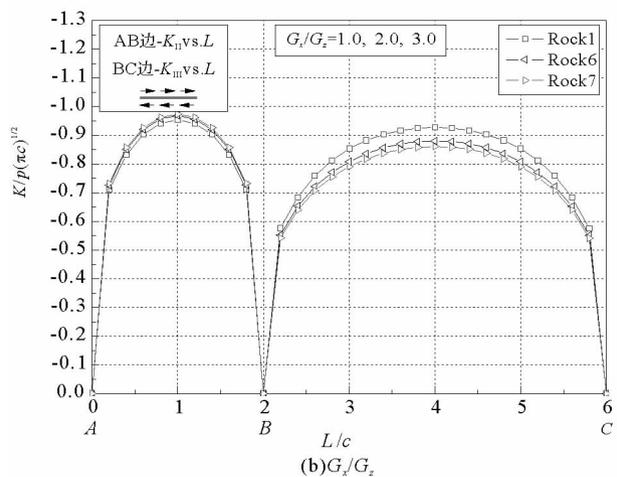
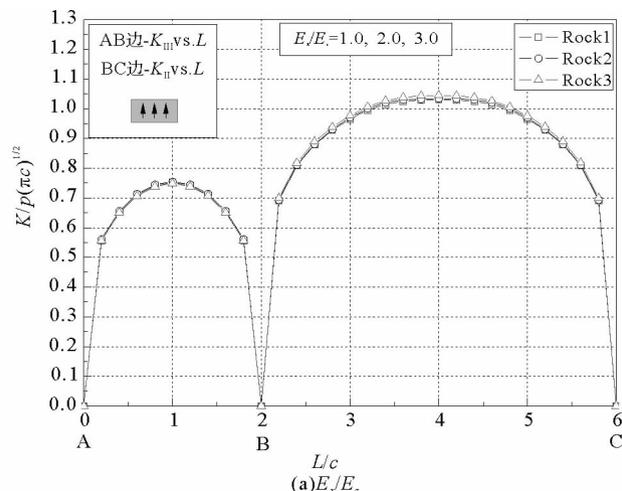
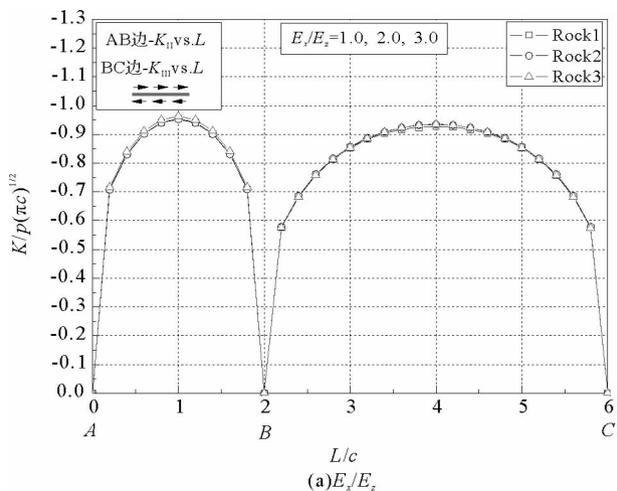


图 8 x 向切向均布力作用下矩形裂纹
裂尖 SIF 值随弹性系数的变化图

Fig. 8 Effect of elastic coefficients on SIF values due to uniformly distributed x tangential tractions

图 9 y 向切向均布力作用下矩形裂纹
裂尖 SIF 值随弹性系数的变化图

Fig. 9 Effect of elastic coefficients on SIF values due to uniformly distributed y tangential tractions

4 结论

针对半无限域横观各向同性介质中平行于自由面的矩形裂纹,采用双层材料对偶边界元方法进行了分

析,考虑法向和切向两种均布荷载。研究了半无限域中自由面、矩形裂纹边长比、横观各向同性介质弹性系数对裂尖 SIF 值的影响。主要结论如下:

1) 与无限域不同,半无限域中自由面的存在对作用法向荷载的该类矩形裂纹 SIF 值有明显影响,对作用切向荷载的该类矩形裂纹 SIF 值影响较小;自由面的这种影响主要与裂纹面到自由面距离有关,与矩形裂纹边长比基本无关。

2) 在法向均布力作用下,弹性模量的变化对矩形裂纹 SIF 值的影响最为明显;在切向均布力作用下,仅剪切模量的变化对矩形裂纹 SIF 值有较小的影响。泊松比的变化对作用法向或切向均布力的矩形裂纹 SIF 值均基本无影响。

参考文献:

- [1]WEAVER J. Three-dimensional crack analysis [J]. *International Journal of Solids and Structures*,1977,13:321-330.
- [2]PAN E, YUAN F G. Boundary element analysis of three dimensional crack in anisotropic solids[J]. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*,2000,48(2):211-237.
- [3]XIAO H T, YUE Z Q, THAM G L. Analysis of elliptical crack parallel to graded interface of bimetals under inclined tension[J]. *Mechanics of Materials*,2005,37:785-799.
- [4]YUE Z Q, XIAO H T, PAN E. Stress intensity factors of square crack inclined to interface of transversely isotropic bi-material[J]. *Engineering Analysis with Boundary Elements*,2007,31:50-56.
- [5]肖洪天,岳中琦. 梯度材料中矩形裂纹的对偶边界元方法分析[J]. *力学学报*,2008,40(1):840-848.
XIAO Hongtian, YUE Z Q. Dual boundary element analysis of rectangular-shaped crack in graded materials[J]. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*,2008,40(1):840-848.
- [6]XIAO H T, YUE Z Q. A three-dimensional displacement discontinuity method for crack problems in layered rocks[J]. *International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences*,2011,48:412-420.
- [7]陈梦成. 横观各向同性材料三维裂纹问题的数值分析[J]. *计算力学学报*,2009,26(1):109-119.
CHEN Mengcheng. Three-dimensional numerical analysis of cracks in transversely isotropic materials[J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*,2009,26(1):109-119.
- [8]王静,师俊平. 有限板中裂纹应力强度因子的计算[J]. *岩石力学与工程学报*,2005,24(6):963-968.
WANG Jing, SHI Junping. Calculation of stress intensity factor for crack in a finite plate[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*,2005,24(6):963-968.
- [9]闫相桥. 无限大板椭圆孔的分支裂纹的边界元分析[J]. *哈尔滨工业大学学报:自然科学版*,2007,39(7):1084-1087.
YAN Xiangqiao. A boundary element analysis for cracks emanating from an elliptical hole in an infinite plate[J]. *Journal of Harbin Institute of Technology: Natural Science*,2007,39(7):1084-1087.
- [10]YUE Z Q. Elastic fields in two joined transversely isotropic solids due to concentrated forces[J]. *International Journal of Engineering Science*,1995,33:351-369.
- [11]TING T C T. *Anisotropic elasticity: Theory and applications*[M]. New York:Oxford University Press,1996:3-15.
- [12]WANG C D, LIAO J J. Stress influence charts for transversely isotropic rocks[J]. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*,1998,35:771-785.
- [13]WANG C D, LIAO J J. Elastic solutions of displacements for a transversely isotropic half-space subjected to three-dimensional buried parabolic rectangular loads[J]. *International Journal of Solids and Structures*,2002,39:4805-4824.