

# I 型裂纹断裂韧性数值与理论计算比较分析

徐志强, 黎立云, 刘 一, 韩智超, 付小明

(中国矿业大学(北京)力学与建筑工程学院, 北京 100083)

**摘 要:**通过对三种不同的材料进行三点弯实验, 获得裂纹尖端附近的应力场, 结合 ANSYS 数值模拟获得 I 型裂纹的断裂韧度。将数值模拟获得的断裂韧度与理论分析获得的断裂韧度值进行比较研究, 可以看出模拟获得的断裂韧度与理论值总体上比较吻合。模拟值比理论值稍微偏大, 原因是数值分析时考虑了试件在加载受力时, 裂纹尖端附近产生的应力集中, 故得到的数值解比计算得出的理论解偏大。

**关键词:**I 型裂纹; 有限元计算; 断裂韧度; 相对误差

中图分类号: TU452

文献标志码: A

文章编号: 1672-3767(2013)02-0061-05

## Comparative Analysis of Numerical and Theoretical Calculation of Fracture Toughness Model I Fracture

Xu Zhiqiang, Li Liyun, Liu Yi, Han Zhichao, Fu Xiaoming

(School of Mechanics and Civil Engineering, China University of Mining and Technology, Beijing 100083)

**Abstract:** The stress field near the crack tip was obtained by three-point bending experiments on three different materials, and then combined with ANSYS numerical simulation, the fracture toughness of I-type crack was gotten. When the two types of fracture toughness were compared, it could be seen that the fracture toughness by numerical simulation had a good agreement with the theoretical value, while the numerical value was a little bigger than the theoretical value because when the force was loaded on the specimen, stress concentration would appear near the crack tip.

**Key words:** model I fracture; finite element calculation; fracture toughness; relative error

裂纹扩展过程是目前弹塑性断裂力学的中心研究课题之一<sup>[1]</sup>, 关于三种基本型式裂纹的扩展研究目前已有比较多的文献报道<sup>[2-3]</sup>。而对于复合型裂纹, 理论计算<sup>[4]</sup>和实验结果<sup>[5-7]</sup>表明, I + II + III 和 I + III 型裂纹最后都转成 I 型裂纹扩展<sup>[8]</sup>。因此 I 型裂纹断裂的研究具有特殊的意义。本研究通过对三种不同的材料进行三点弯实验, 并采用 ANSYS 数值模拟测得 I 型裂纹的断裂韧度, 然后将所得的数值解与理论解进行比较和分析。

## 1 试验部分

实验选用的材料为 45 号钢、铝及有机玻璃, 采用国际标准试件, 即试件尺寸为 180 mm × 20 mm × 40 mm, 中间含有宽约 1 mm、深度为 20 mm 裂纹, 如图 1 所示。3 种材料的力学常数见表 1。对试件进行如图 2 所示三点弯试验, 底座跨度约为 160 mm, 采用位移加载法, 加载速度为 1 mm/min, 电脑自动生成数据, 试验精度高。

收稿日期: 2012-09-05

基金项目: 国家自然科学基金项目(41072242)

作者简介: 徐志强(1987—), 男, 山东曲阜人, 硕士研究生, 主要从事岩石断裂与强度方面的研究。

E-mail: xuzqxuzq@163.com

黎立云(1959—), 女, 湖南长沙人, 教授, 主要从事岩石断裂与强度方面的研究. E-mail: lly@cumt.edu.cn

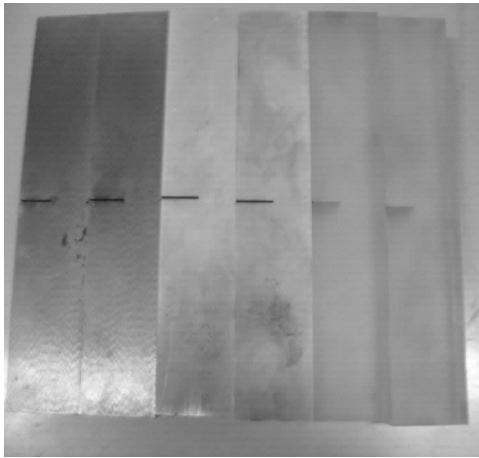


图 1 标准试件

Fig. 1 Standard specimen

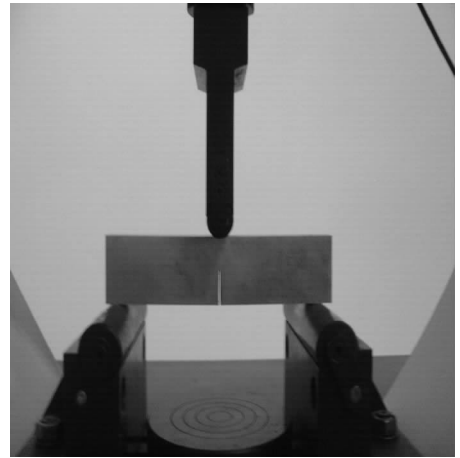


图 2 三点弯实验示意图

Fig. 2 Three-point bending experiments

## 2 有限元模拟

### 2.1 ANSYS 建模

本研究按试件实际尺寸建模,由于试件所承受的载荷位于长宽方向所构成的平面内,可简化为平面应力并有一定的厚度问题进行求解<sup>[9]</sup>。建模时选择 8node 82 单元进行建模并定义材料的厚度。接着进行网格划分,由于裂纹尖端附近存在应力集中,因此对裂纹尖端进行细划分,具体划分情况如图 3 所示,然后施加约束。由于试件及加载方式完全对称,所以在施加位移约束时,分为两部分,分别是下底边的左右两个结点施加 Y 方向的零位移约束,以及上边界的中间点施加 X 方向的零位移约束,最后进行求解,结果如图 4 所示。

表 1 各材料的力学常数表

Tab. 1 The mechanics constant of the materials

试件名称	弹性模量 $E/\text{GPa}$	泊松比 $\mu$	载荷 $P/\text{kN}$
钢	210	0.25	30.200
铝	75	0.35	10.300
有机玻璃	72	0.20	0.825

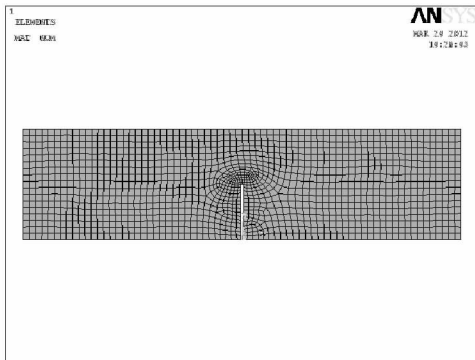


图 3 网格划分

Fig. 3 Grid division

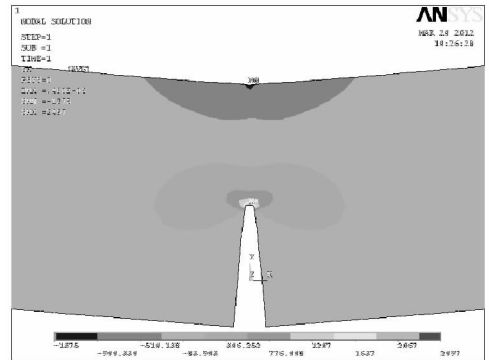


图 4  $\sigma_x$  云图

Fig. 4 Nephogram of  $\sigma_x$

### 2.2 有限元计算结果

将起裂的压力载荷  $P$  放入有限元计算中,得出裂纹尖端附近的应力场,将裂纹尖端附近节点处的应力  $\sigma_x$  与距裂纹尖端距离  $r$  的值(图 5)代入到公式(1),得出 I 型裂纹的应力强度因子  $K_I$  值。

$$K_I = \lim_{r \rightarrow 0} \sqrt{2\pi r} \sigma_x \quad (1)$$

计算出的各点的应力强度因子值在  $K_I-r$  平面中几乎在一条直线上,如图6—图8所示,通过线性拟合,使得拟合直线与Y轴交与一点,此点即为试件的断裂韧度  $K_{IC}$  值,具体值见表2。

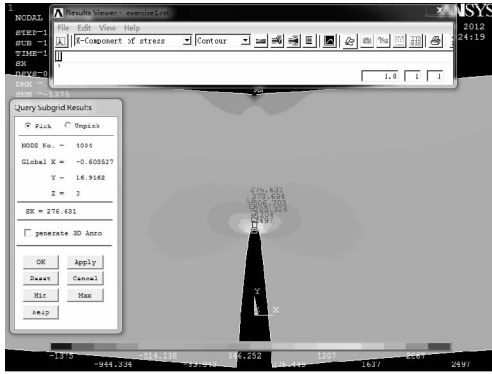


图5 裂纹尖端附近的  $\sigma_x$  值

Fig. 5 The value of  $\sigma_x$  near the crack tip

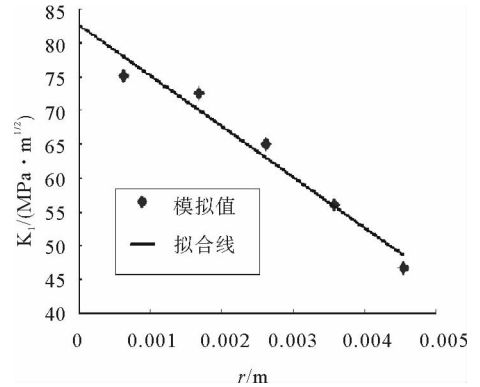


图6 钢  $K_I-r$  曲线

Fig. 6  $K_I-r$  curve of the steel

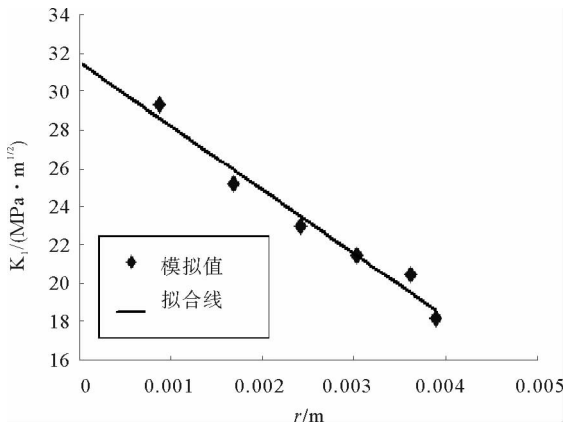


图7 铝  $K_I-r$  曲线

Fig. 7  $K_I-r$  curve of the aluminum

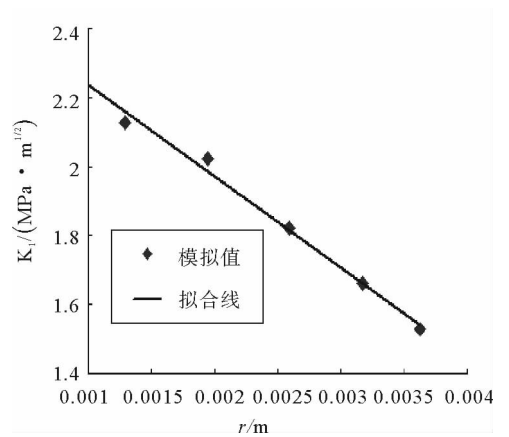


图8 有机玻璃  $K_I-r$  曲线

Fig. 8  $K_I-r$  curve of the organic glass

表2 各材料断裂韧度值与相对误差表

Tab. 2 The fracture toughness value and the relative error of the materials

试件名称	数值解 $K_{IC}/(\text{MPa} \cdot \text{m}^{1/2})$	式(2)中 $K_{IC1}/(\text{MPa} \cdot \text{m}^{1/2})$	式(5)中 $K_{IC2}/(\text{MPa} \cdot \text{m}^{1/2})$	相对误差/%	
				$\delta_1$	$\delta_2$
钢	82.632	80.480	80.181	2.67	3.06
铝	31.438	27.449	27.347	14.53	14.96
有机玻璃	2.500	2.199	2.190	13.69	14.16

### 3 理论计算

根据断裂力学原理<sup>[10-11]</sup>可知,对于尺寸标准的试件,有应力强度因子

$$K_{I1} = \frac{PS}{BW^{\frac{3}{2}}} f\left(\frac{a}{W}\right) \quad (2)$$

其中:  $S$ —试件的长度;  $B$ —试件的厚度;  $W$ —试件的宽度;  $a$ —裂缝的深度;  $f(a/W)$  是几何修正因子, 按 ASTM E-399 标准<sup>[11]</sup>:

$$f\left(\frac{a}{W}\right) = 2.9\left(\frac{a}{W}\right)^{\frac{1}{2}} - 4.6\left(\frac{a}{W}\right)^{\frac{3}{2}} + 21.8\left(\frac{a}{W}\right)^{\frac{5}{2}} - 37.6\left(\frac{a}{W}\right)^{\frac{7}{2}} + 38.7\left(\frac{a}{W}\right)^{\frac{9}{2}} \quad (3)$$

其中,  $0.45 \leq \frac{a}{W} \leq 0.55$ 。将试验得到的破坏载荷  $P$  代入上述公式, 可得到断裂韧度的理论值  $K_{IC1}$ , 计算结果见表 2。

另外, 应力强度因子手册<sup>[12]</sup>还给出了另一种计算  $K_{IC}$  的表达方法, 即采用无量纲表达形式  $\frac{K_{IC} B (\sqrt{W})^3}{M}$ 。

其中,

$$M = \frac{1}{4} P \cdot S \quad (4)$$

针对本文所采用的试件尺寸, 通过查应力强度因子手册, 可知

$$\frac{K_{IC} B (\sqrt{W})^3}{M} = 10.62 \quad (5)$$

将实验得到的载荷  $P$  以及试件的各个尺寸代入式(4)、式(5), 解出  $K_{IC2}$  值, 计算结果见表 2。

#### 4 数值模拟与理论计算结果对比

数值解与理论解的相对误差  $\delta_i$  为

$$\delta_i = \frac{K_{IC} - K_{ICi}}{K_{ICi}} \times 100\% \quad (6)$$

其中:  $K_{IC}$  为本文得到的断裂韧度的数值解;  $K_{ICi}$  为理论解, 其中  $i$  对应两种不同计算理论方法, 取  $i = 1, 2$ 。

由式(6)可以得出相对误差  $\delta_i$ , 具体值见表 2。

表 2 中的三种试件结果都显示数值解比理论解稍微大一些, 分析原因, 可能是由于在实际过程中, 对试件进行三点弯加载试验, 裂纹尖端附近的应力场会产生应力集中, 当载荷增加时, 应力集中处的最大应力  $\sigma_{\max}$  一直超前, 首先达到强度极限  $\sigma_b$ , 而对于距离裂纹尖端比较远处的地方, 根据圣维南原理, 裂纹尖端对其应力分布的影响可以忽略不计。所以在进行数值模拟时, 考虑到裂纹尖端对应力的影响, 对裂纹尖端进行了网格细化, 使计算结果更加精密, 因此得出的裂纹尖端的应力会比较大。

从表 2 中可以看出, 三种试件的两种计算结果相对误差都在 15% 以内, 说明通过模拟获得的断裂韧度与理论值整体上比较吻合。

#### 5 结论

- 1) 通过 ANSYS 数值模拟分析和理论计算得出了三种不同材料试件 I 型断裂韧度的数值解与理论解。
- 2) 由于试件在加载时, 裂纹尖端附近将产生应力集中, 因此在数值模拟时对裂纹尖端进行了网格细化, 得到的数值解比计算得出的理论解偏大。
- 3) 通过分别计算三种试件的数值解与理论解之间的相对误差值, 得出三种材料数值解与理论解的相对误差值均在 15% 以内, 整体上比较吻合, 具有一致性。

#### 参考文献:

[1] 左宇军, 李夕兵, 赵国彦. 受静载荷作用的岩石动态断裂的突变模型[J]. 煤炭学报, 2004, 29(6): 654-658.  
Zuo Yujun, Li Xibing, Zhao Guoyan. Static loaded rock dynamic fracture mutation model[J]. Coal Society, 2004, 29(6): 654-658.

[2] Erdogan F, Sih G C. On crack extension in plates under plane loading and transverse shear[J]. Journal of Basic Engineering, 1963, 85: 519-527.

- [3] Nuismer R J. An energy release rate criterion for mixed mode fracture[J]. International Journal of Fracture, 1975, 11(2): 245-250.
- [4] 田常海, 陈浩然, 苏洪英, 等. 复合型裂纹面扭转角[J]. 应用力学学报, 1999, 16(4): 89-93.  
Tian Changhai, Chen Haoran, Su Hongying, et al. Crack plane twist for mixed mode crack[J]. Chinese Journal of Applied Mechanics, 1999, 16(4): 89-93.
- [5] Yates J R, Zanganeh M, Tomlinson R A, et al. Crack paths under mixed mode loading[J]. Engineering Fracture Mechanics, 2008, 75: 319-330.
- [6] 田常海. 复合型裂纹扩展的主应力因子模型及 I-III 复合型裂纹扩展[J]. 应用力学学报, 2004, 21(1): 84-88.  
Tian Changhai. Mixed crack propagation principal stress factor model and I-III mode crack propagation[J]. Chinese Journal of Applied Mechanics, 2004, 21(1): 84-88.
- [7] 马世骧, 胡涨. CTS 试件中复合型疲劳裂纹扩展[J]. 力学学报, 2006, 38(5): 698-704.  
Ma Shizhou, Hu Zhang. The mixed-mode propagation of fatigue crack in CTS specimen[J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2006, 38(5): 698-704.
- [8] 李慧芳, 钱才富. 45# 钢中 I + III 复合型疲劳裂纹的转型扩展及断口分析[J]. 南京工业大学学报: 自然科学版, 2009, 31(5): 20-24.  
Li Huifang, Qian Caifu. Mode transformation and fractography analysis of I + III mixed mode fatigue crack propagation in 45# steel[J]. Journal of Nanjing University of Technology: Natural Science Edition, 2009, 31(5): 20-24.
- [9] 张朝晖. ANSYS11.0 结构分析工程应用实例解析[M]. 北京: 机械工业出版社, 2008: 525.
- [10] 陆毅中. 工程断裂力学[M]. 西安: 西安交通大学, 1989: 131-139.
- [11] 王铎. 断裂力学[M]. 桂林: 广西人民教育出版社, 1982: 260.
- [12] 中国航空研究院. 应力强度因子手册[M]. 北京: 科学出版社, 1981: 188-189.

(责任编辑: 吕海亮)

## “矿山灾害预防与控制”研究专栏征稿

### 征稿范围:

- ◇ 矿山岩层控制
- ◇ 采动岩体力学
- ◇ 资源规划与绿色开采
- ◇ 矿井瓦斯与火灾治理
- ◇ 矿山震动与冲击地压
- ◇ 煤炭科学开采理论、方法与技术
- ◇ 安全监测监控与信息化
- ◇ 井下充填开采
- ◇ 现代化矿井生产技术
- ◇ 瓦斯的抽采与利用

欢迎相关领域专家学者和工程技术人员踊跃投稿, 来稿请注明“矿山灾害预防与控制”专栏。稿件通过专家评审后优先发表, 并实行优稿优酬。

投稿平台: [http://xuebao.sdust.edu.cn/index\\_z.asp](http://xuebao.sdust.edu.cn/index_z.asp)

电子邮箱: [zkchem@sdust.edu.cn](mailto:zkchem@sdust.edu.cn); [sdustzkb@163.com](mailto:sdustzkb@163.com)

联系电话: 0532-86057859

山东科技大学学报(自然科学版)编辑部