

# 埋入式基础地基阻抗函数分析

曹新风, 范存新, 闫 静

(苏州科技学院 江苏省结构工程重点实验室, 江苏 苏州 215011)

**摘 要:**为简化现有地基动力阻抗分析和计算方法,采用埋入式基础的简化计算模型,推导了有利于工程推广应用的阻抗函数表达式,并借助 Matlab 软件对考虑土-结构动力相互作用时地基阻抗的振动特性进行了详细分析。研究表明:基础埋深比及土层的剪切波速、泊松比等参数对地基水平、摇摆及水平-摇摆耦合振动阻抗均有一定影响,且土层参数越小,埋深比越大,阻抗函数的变化就越显著。

**关键词:**埋入式基础;振动;土-结构相互作用;阻抗函数

中图分类号: TU398.9

文献标志码: A

文章编号: 1672-3767(2013)02-0071-08

## Analysis of Impedance Function of Embedded Foundation

Cao Xinfeng, Fan Cunxin, Yan Jing

(Jiangsu Key Laboratory of Structure Engineering, Suzhou University of Science and Technology,  
Suzhou, Jiangsu 215011, China)

**Abstract:** In order to simplify the present foundation dynamic impedance analysis and calculation methods, a simplified calculation model is used to deduce the impedance function expressions in this paper. With the help of Matlab software, the vibration characteristics of the foundation impedance are analyzed in detail considering soil-structural dynamic interaction. Results show that such parameters as the depth of foundation, the soil shear wave velocity, and Poisson's ratio all have some effects on the impedance of rocking, horizontal and coupled horizontal-rocking vibrations, with the smaller parameters of the soil, the bigger depth of foundation and then the more striking changes of the impedance function.

**Key words:** embedded foundation; vibration; soil-structural interaction; impedance function

具有较好天然地基的建筑物多采用箱基础或刚性较好的筏基础,地基既承担着上部结构的荷载,又与下层的土体相连接,在土与基础结构的动力响应中起着十分关键的作用。而这种承上启下的特性也使得描述土与结构的计算过程变得十分复杂,不便直接应用于实际工程中。采用简化计算方法探讨地基与结构的动力相互作用,一直是工程界研究者感兴趣的课题之一。对这种动力相互作用效应研究的基础是地基阻抗函数的求解<sup>[1]</sup>,最初 Meek 等<sup>[2]</sup>针对刚性圆盘基础的水平和摇摆振动首次提出了一种简单的力学模型,详细论证了利用简单力学模型代替复杂数值计算的物理意义;Beredugo 等利用 Baranov 的研究成果<sup>[3]</sup>,鉴于基础的埋深给出了埋入式圆形基础的平移和转动耦合振动的近似解<sup>[4-5]</sup>,使得地基的阻抗函数开始具有解析解的表达形式;王开顺等<sup>[6]</sup>结合地基阻抗计算中常遇到的问题,提出了一个地基阻抗的实用计算方法,并初步研究了地基阻抗对结构地震反应的作用;蒋通等<sup>[7-8]</sup>采用薄层法对层状地基上块式基础的地基阻抗函数也做了一些简化分析。

近年来,在土-结构相互作用的研究领域中,桩基阻抗的研究成果已较为丰富,许多学者分析了桩的长径

收稿日期: 2012-04-25

作者简介: 曹新风(1988—),男,江苏泰州人,硕士研究生,主要从事工程结构力学分析方面的研究。

E-mail: xinfeng0926@126.com

通讯作者: 范存新(1968—),男,江苏苏州人,教授,博士,主要从事工程结构振动方面的研究。E-mail: xinfeng0926@126.com

比、土层剪切波速、泊松比等参数对桩基阻抗函数的影响<sup>[9-12]</sup>。与桩基础的研究特性不同,箱基础中外部荷载对地基振动的影响规律还不是很明确<sup>[6-9]</sup>。为此,本研究在相关文献的基础上,详细分析了考虑土-结构动力相互作用时,影响地基阻抗函数的各种主要参数以及箱型基础中的地基振动特性,为深化研究结构在 seismic 或风荷载作用中的动力响应提供了指导。

## 1 地基阻抗的基本假设

考虑到埋入式基础的受力和土层呈现的力学特性,基础振动阻抗由基底土阻抗和基侧土阻抗两部分构成,计算简化模型见图 1,为便于分析,引入以下基本假定:

- 1) 基础形状假定为刚性圆柱体;
- 2) 基底土层为一弹性半空间,基侧土层由一系列极薄且相互独立的弹性材料组成;
- 3) 土层与基础之间完全接触,即没有滑移,整个地基土为均匀、各向同性的黏弹性介质;
- 4) 土层对基础的总反力由作用于基础底面与侧面的反力之和构成。

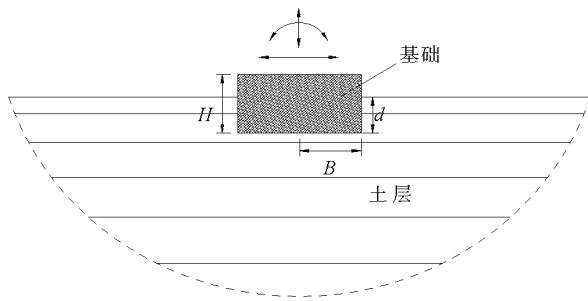


图 1 层状地基中的埋置基础示意图

Fig. 1 Embedded foundation in stratified soils

## 2 埋入式地基阻抗分析

### 2.1 基础底面与侧面的反力计算

设在圆柱形基础表面作用一简谐水平外力  $Q_0$  和弯矩  $M_0$ , 产生基底水平位移  $u_0$  和转角  $\theta$ 。根据文献<sup>[5]</sup>, 它们满足下列关系:

$$Q_0 = Gr_0 k_h (1 + i\alpha_0 k_{11}) u_0; \quad (1)$$

$$M_0 = Gr_0^3 k_\theta (k_{21} + i\alpha_0 k_{22}) \theta. \quad (2)$$

其中:  $G$  为弹性半空间介质的剪切模量;  $r_0$  为基底面积的半径;  $k_h, k_\theta$  为地基土的无量纲系数, 且  $k_h = \frac{8}{2-\nu}$ ,

$$k_\theta = \frac{8}{3(1-\nu)}; \alpha_0 \text{ 为无量纲频率, 且 } \alpha_0 = \frac{r_0 \omega}{v_s}; \omega \text{ 为扰动力圆频率; } k_{11} = b_0, k_{21} = 1 - b_1 \frac{(b_2 \alpha_0)^2}{1 + (b_2 \alpha_0)^2} - b_3 \alpha_0^2,$$

$$k_{22} = b_1 b_2 \frac{(b_2 \alpha_0)^2}{1 + (b_2 \alpha_0)^2}, b_0, b_1, b_2, b_3 \text{ 是与泊松比有关的系数}^{[5]}。$$

假设圆柱形刚性基础的有效埋置深度为  $d$ , 土的阻抗在规定埋置深度范围内不变。对基础侧向土, 根据假设条件, 由 Baranov 理论可求得侧向土层对基础产生的反力由水平力  $R_h$  和合力矩  $R_\theta$  两部分组成<sup>[3]</sup>:

$$R_h = G_s d (S_h + iS_{h2}) u_h; \quad (3)$$

$$R_\theta = G_s r_0^2 d (S_\theta + iS_{\theta 2}) \theta + \frac{1}{12} d^3 G_s (S_h + iS_{h2}) \theta. \quad (4)$$

其中:  $G_s$  为侧向土的剪切模量;  $r_0$  为基础底面积的等效半径;  $u_h$  为埋入部分基础中心处的水平位移, 且  $u_h = u_0 + \frac{1}{2} d \theta$ ;  $S_h, S_{h2}$  为侧向土的无量纲刚度阻抗。

### 2.2 地基的动力阻抗函数

地基的阻抗函数可看作基础在某一指定方向上发生谐振运动后, 产生单位幅值所需施加的谐振力 (或力矩)。阻抗函数通常也被称为复刚度, 它具有实部和虚部, 实部表示动力刚度, 虚部表示等效粘滞阻尼, 即:

$$K = K_1 + iK_2 = K + i\omega C。$$

根据上述条件, 埋入式基础受到的阻抗力  $Q, M$  与基底位  $u_0$  和  $\theta$  的关系为:

$$Q = Q_0 + R_h, \quad M = M_0 + R_\theta. \quad (5)$$

把式(1)、(3)和式(2)、(4)分别代入式(5)后,可以将式(5)表示为:

$$\begin{bmatrix} Q \\ M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{K}_{hh} & \bar{K}_{h\theta} \\ \bar{K}_{\theta h} & \bar{K}_{\theta\theta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ \theta \end{bmatrix} \quad (6)$$

其中,  $\bar{K}_{hh} = K_{hh} + i\omega C_{hh}$ ,  $\bar{K}_{h\theta} = K_{h\theta} + i\omega C_{h\theta}$ ,  $\bar{K}_{\theta\theta} = K_{\theta\theta} + i\omega C_{\theta\theta}$ 。

由力的互等定理可知,  $\bar{K}_{h\theta} = \bar{K}_{\theta h}$ , 得到地基的阻抗函数表达式为:

$$K_{hh} = Gr_0 k_h + G_S d S_h, \quad C_{hh} = \frac{1}{\omega} (Gr_0 k_h \alpha_0 k_{11} + G_S d S_{h2}); \quad (8)$$

$$K_{h\theta} = \frac{1}{2} G_S d^2 S_h, \quad C_{h\theta} = \frac{1}{2} G_S d^2 S_{h2}; \quad (9)$$

$$K_{\theta\theta} = Gr_0^3 k_\theta k_{21} + G_S r_0^2 S_\theta + \frac{1}{3} G_S d^3 S_h, \quad C_{\theta\theta} = \frac{1}{\omega} (Gr_0^3 k_\theta \alpha_0 k_{22} + G_S r_0^2 d S_{\theta 2} + \frac{1}{3} G_S d^3 S_{h2}). \quad (10)$$

其中:  $\bar{K}_{hh}$  为水平侧移阻抗函数,  $\bar{K}_{h\theta}$  为水平侧移与摇摆耦合阻抗函数,  $\bar{K}_{\theta\theta}$  为摆动阻抗函数。

上述阻抗函数是假定刚性圆柱体基础在均匀、弹性的半空间土层中推导得到的,但实际工程中常见的多为长宽比不相等的矩形基础,且地基的土层有一定厚度,并呈现非均匀和非弹性特性,对此分别研究,并进行一些修正。

矩形基础可折算为等效圆形基础,可将等效圆柱体基础的刚度乘以矩形系数  $\gamma_h$  和  $\gamma_\theta$ ,求得矩形基础的阻抗函数,矩形系数取值见表1。

表1 矩形系数的近似值表

Tab.1 The approximate values of rectangle coefficients

参数	数值									
$B/L$	0.2	0.3	0.4	0.5	1.0	2.0	4.0	6.0	8.0	10.0
$\gamma_h$	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.03	1.08	1.20
$\gamma_\theta$	1.2	1.08	1.01	1.0	1.0	1.01	1.13	1.21	1.31	1.41

对于非均质分层地基,运用等效刚度的原则求得等效弹性层,使得刚性基础在层状地基中与在等效弹性层表面上受到同一外荷载作用时,产生的位移一致。在水平振动和摇摆振动下通过等效弹性土层的剪切模量  $G_h, G_\theta$  来表征地基土的非均匀性,具体表达式参见文献[6]。

因地貌特性,一般地基土层的厚度是有限的,覆盖土层的厚度  $L$  对地基阻抗的影响也可通过乘以修正系数  $\alpha_h, \alpha_\theta$  来表示:

$$\alpha_h = 1 + \frac{1}{2} \frac{\gamma_h}{L}, \quad \alpha_\theta = 1 + \frac{1}{2} \frac{\gamma_\theta}{L} \quad (11)$$

水平振动时,基础底面积的等效半径  $r_h = r_0 = \sqrt{BL/\pi}$ ; 摇摆振动时  $r_\theta = r_0 = \sqrt[4]{LB^3/(3\pi)}$ ,  $B, L$  分别为沿基础振动的长度和宽度。

综合考虑上述因素后,地基阻抗函数的最终计算公式可修正为

$$K_{hh} = \gamma_h (\alpha_h G_h r_h k_h + G_S d S_h), \quad C_{hh} = \frac{1}{\omega} (G_h r_h k_h \alpha_0 k_{11} + G_S d S_{h2}); \quad (12)$$

$$K_{h\theta} = \frac{1}{2} \gamma_\theta \alpha_\theta G_S d^2 S_h, \quad C_{h\theta} = \frac{1}{2} G_S d^2 S_{h2}; \quad (13)$$

$$K_{\theta\theta} = \gamma_\theta (\alpha_\theta G_\theta r_\theta^3 k_\theta k_{21} + G_S r_\theta^2 d S_\theta + \frac{1}{3} G_S d^3 S_h), \quad C_{\theta\theta} = \frac{1}{\omega} (G_\theta r_\theta^3 k_\theta \alpha_0 k_{22} + G_S r_\theta^2 d S_{\theta 2} + \frac{1}{3} G_S d^3 S_{h2}). \quad (14)$$

### 3 阻抗函数的特性分析

地基阻抗函数是土-结构相互作用研究中的重要分析方法,在水平动力荷载作用下,地基振动阻抗的实

部刚度  $K$  和虚部阻尼  $C$  随外荷载的干扰频率  $\omega$  而变化,研究地基阻抗的特性并分析影响阻抗函数的参数,对认识和解决实际结构的动力响应具有重要意义<sup>[1]</sup>。本文利用 Matlab 软件对地基阻抗函数的几个主要特性进行对比分析。

### 3.1 土层剪切波速的影响

图 2—图 4 中的图例给出了不同剪切波速  $V_s$  的取值,单位为  $m/s^2$ 。由图中可看出,地基的水平振动阻抗和水平-摇摆振动阻抗随振动频率的变化形式相似,当干扰频率小于约  $4 \text{ rad} \cdot \text{Hz}$  时,水平和水平-摇摆阻抗函数的实部随干扰频率的增大而增大,当外部干扰频率逐渐增加,三种阻抗函数的实部又呈现相反特性,即随振动频率增大而减小,实部刚度的这种先增后减性,也使得基础的运动状态在干扰频率较小时不易发生改变。

图 2—图 4 还显示了虚部阻尼随干扰频率的变化情况,在没有外部干扰力时,阻尼幅值很大,当干扰频率小于约  $2 \text{ rad} \cdot \text{Hz}$  时,虚部阻尼急剧减小,随着频率的增大,水平和水平-摇摆阻抗函数的虚部减小至趋于稳定,而摆动阻抗函数在频率增加时又逐渐增大,这一现象在土层剪切波速较小时更加明显。

从三种阻抗函数随剪切波速的变化图可以看出,三种阻抗函数的实部刚度总体随剪切波速的增大而增大,但由于水平和水平-摇摆耦合阻抗函数实部的先增后减性,在干扰频率处于  $8 \sim 14 \text{ rad} \cdot \text{Hz}$ ,取不同剪切波速时阻抗函数的实部会产生交叉,且波速越大,实部刚度变化越小,当剪切波速大于  $350 \text{ m/s}^2$  时,阻抗函数的实部基本重合。

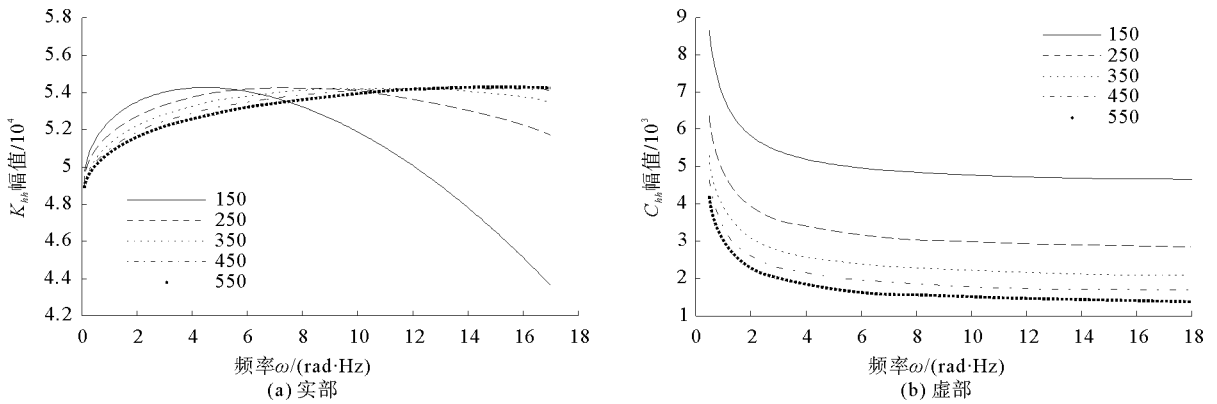


图 2 水平侧移阻抗函数实部和虚部随剪切波速  $V_s$  的变化图

Fig. 2 Real and imaginary parts of  $K_{hh}$  with different  $V_s$

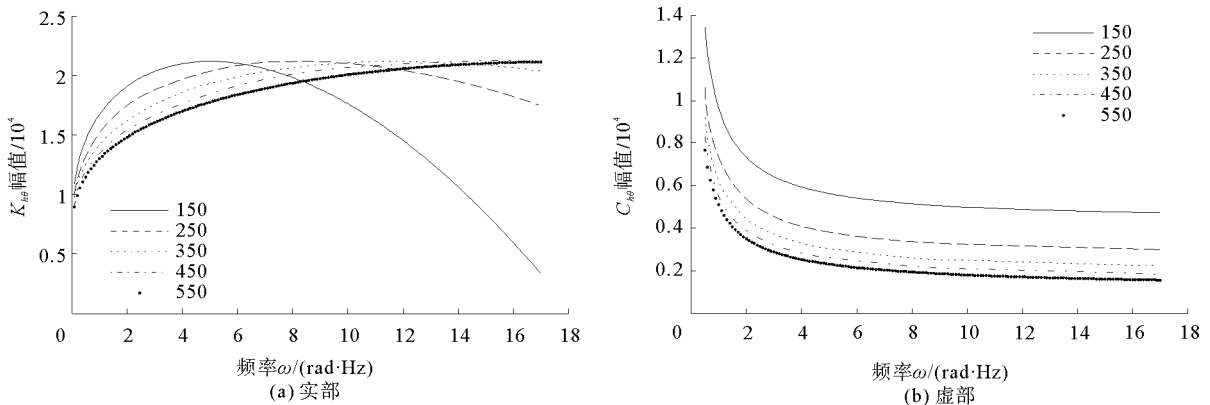


图 3 水平-摇摆耦合阻抗函数实部和虚部随剪切波速  $V_s$  的变化图

Fig. 3 Real and imaginary parts of  $K_{hl}$  with different  $V_s$

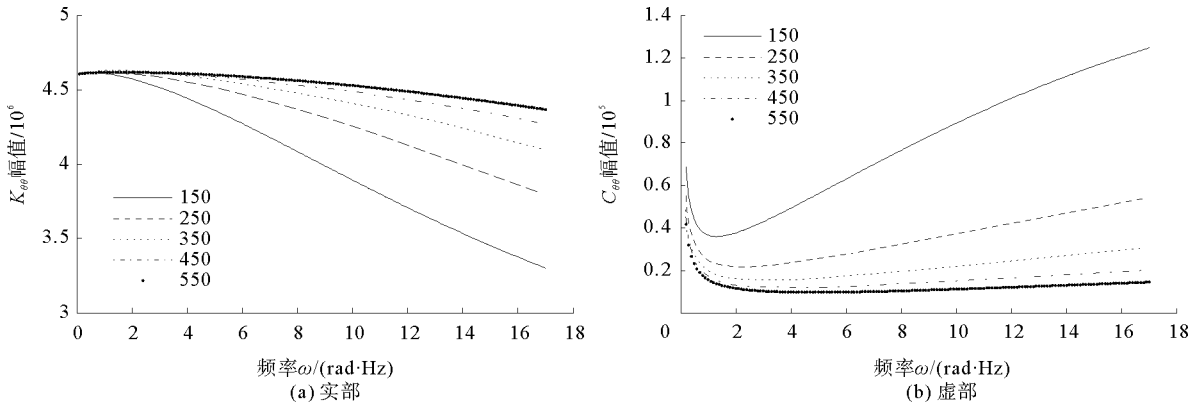


图 4 摆动阻抗函数实部和虚部随剪切波速  $V_s$  的变化图

Fig. 4 Real and imaginary parts of  $K_{\theta}$  with different  $V_s$

阻抗函数的虚部随剪切波速的增大而减小,变化特性与实部基本相同,当剪切波速大于  $350 \text{ m/s}^2$  时,虚部阻尼也基本重合,但在波速小于  $350 \text{ m/s}^2$  时,刚度和阻尼的幅值变化差别又较大,一般不能忽略。

### 3.2 土层泊松比的影响

图 5—图 7 给出了水平、水平-摇摆耦合和摆动阻抗函数对应不同泊松比的幅值变化。由图中可见,土的泊松比对三种动力阻抗有较大的影响。随着泊松比的增加,三种阻抗函数的实部和虚部都将增加,相对地,动力阻抗的实部刚度增加更为显著。在频率很低,泊松比接近零时,阻抗函数的虚部趋于一极大值。

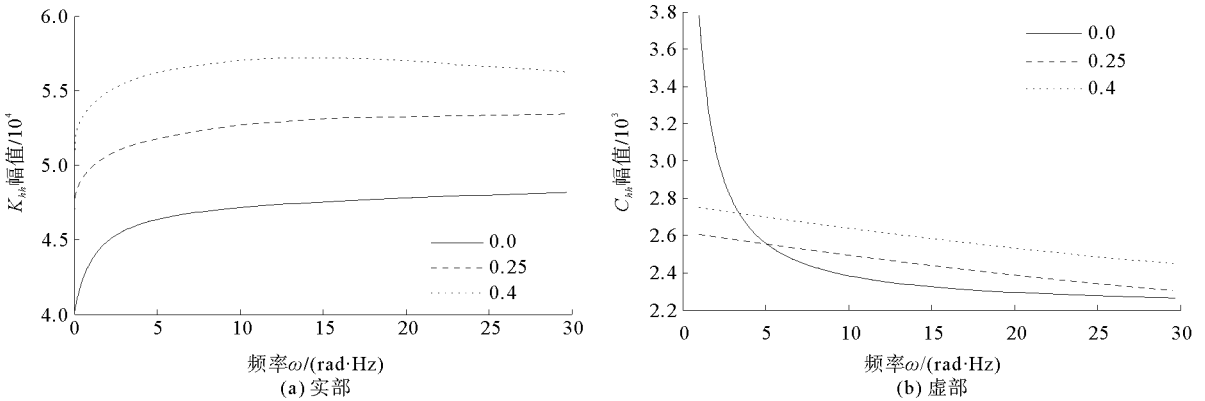


图 5 水平侧移阻抗函数实部和虚部随泊松比  $\nu$  的变化图

Fig. 5 Real and imaginary parts of  $K_{hh}$  with different  $\nu$

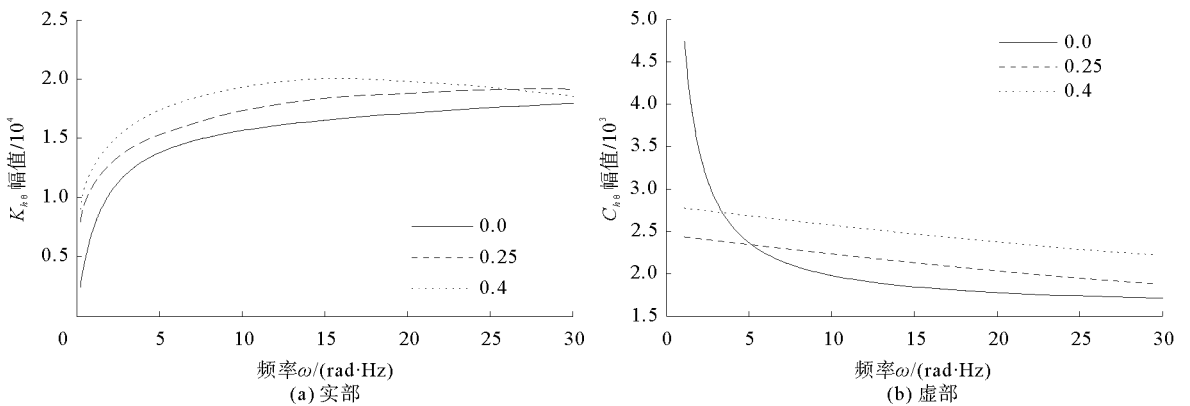


图 6 水平-摇摆耦合阻抗函数实部和虚部随泊松比  $\nu$  的变化图

Fig. 6 Real and imaginary parts of  $K_{h\theta}$  with different  $\nu$

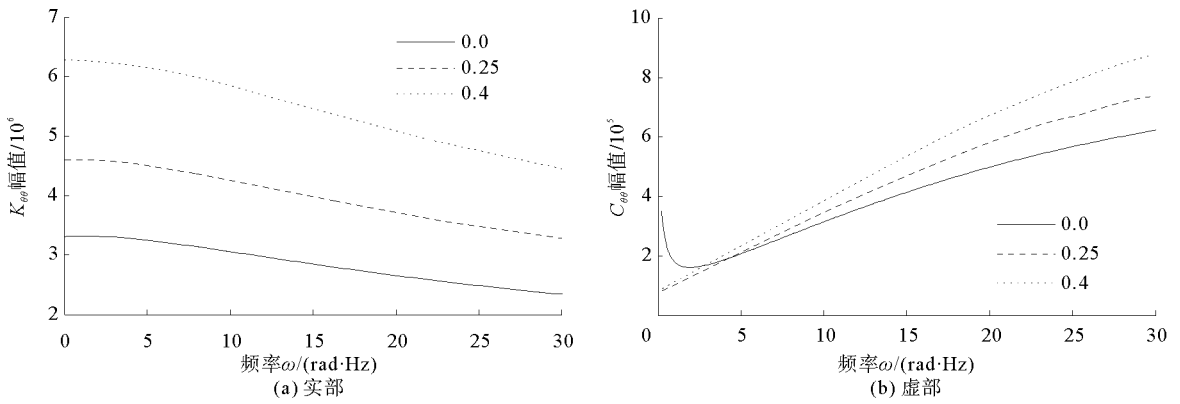


图 7 摆动阻抗函数实部和虚部随泊松比  $\nu$  的变化图

Fig. 7 Real and imaginary parts of  $K_{\theta}$  with different  $\nu$

### 3.3 基础埋深比的影响

图 8—图 10 体现的是基础埋置深度对三种动力阻抗的影响。可以看出,埋深比对地基动力特性的影响非常显著,埋深比越大,即基础埋置深度越深,地基振动阻抗的实部和虚部都变大。其中由于摆动阻抗虚部阻尼的收敛性,当振动频率变化时,基础埋深对地基阻抗的虚部影响将更为明显。

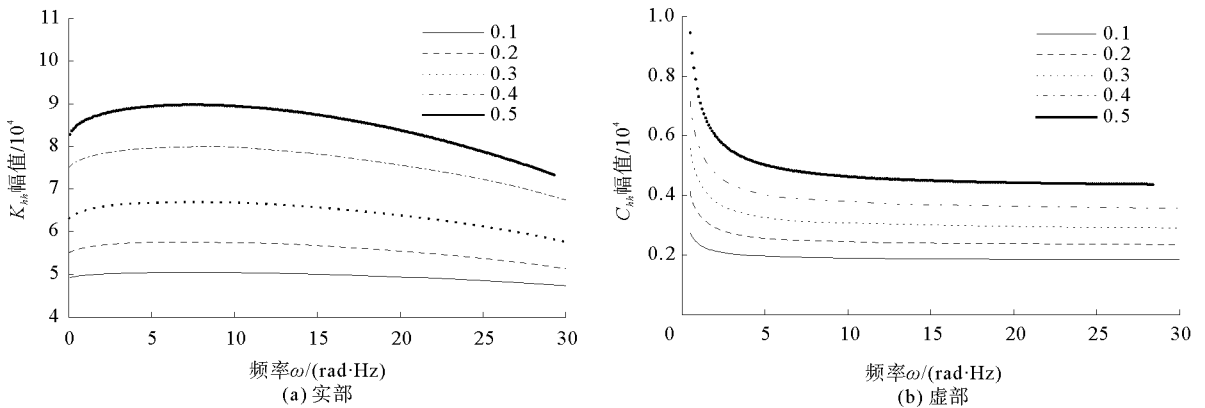


图 8 水平侧移阻抗函数实部和虚部随埋深比  $\delta(=d/r_0)$  的变化图

Fig. 8 Real and imaginary parts of  $K_{hh}$  with different  $\delta$

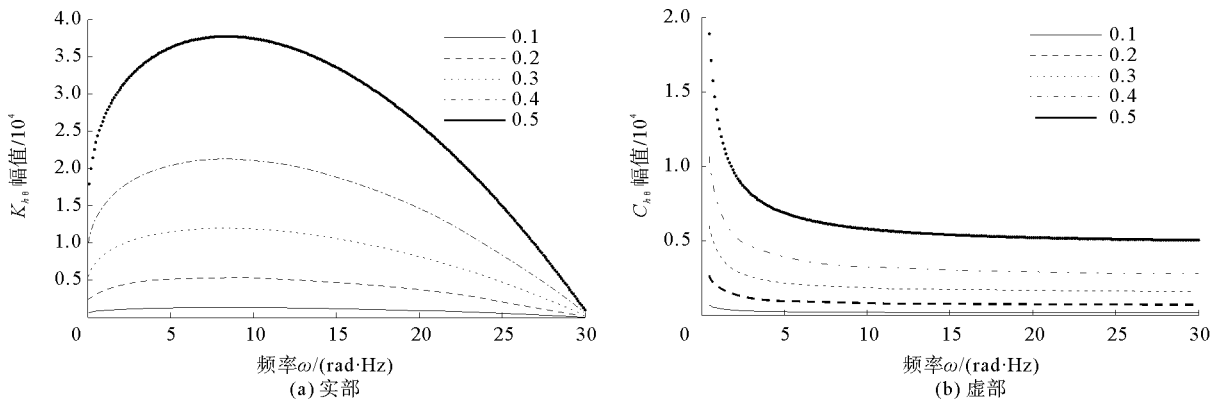


图 9 水平-摇摆耦合阻抗函数实部和虚部随埋深比  $\delta(=d/r_0)$  的变化图

Fig. 9 Real and imaginary parts of  $K_{h0}$  with different  $\delta$

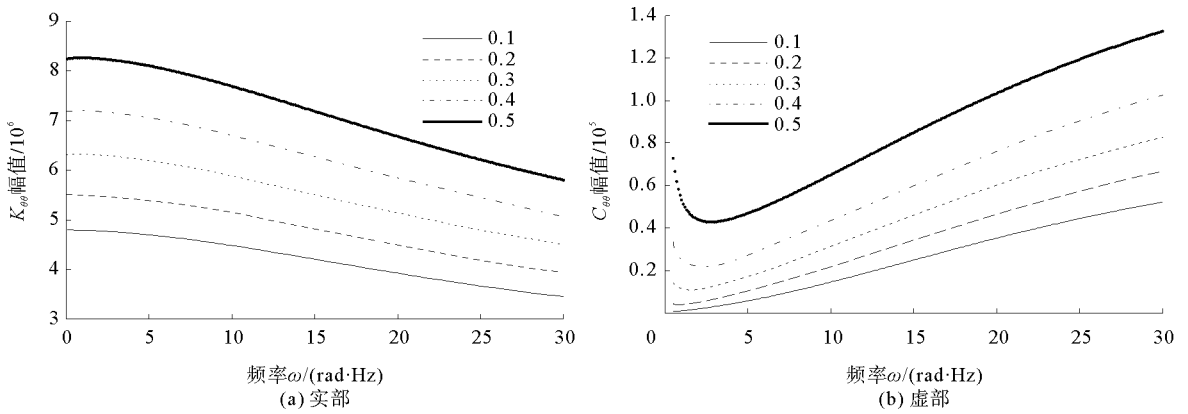


图 10 摆动阻抗函数实部和虚部随埋深比  $\delta (=d/r_0)$  的变化图

Fig. 10 Real and imaginary parts of  $K_{\theta}$  with different  $\delta$

### 3.4 其他参数对阻抗的影响

地基的振动阻抗还与基础形式、地震烈度,以及上部结构的高细比等参数有关,由于本文主要研究土层等特性对地基阻抗的影响,在这里不再一一详细分析。

## 4 结论

1)通过计算,分析了土层的剪切波速、泊松比对水平、摇摆及水平-摇摆耦合阻抗函数的影响,随着泊松比的增加,三种阻抗函数的实部和虚部都增加,相对而言,在频率较低时阻抗幅值变化更加明显。

2)土层剪切波速越大,地基阻抗变化越小,当波速大于  $350 \text{ m/s}^2$  时,地基的振动阻抗基本趋于重合,影响较小,但当剪切波速取较小值时,振动阻抗变化又很大,不能忽略。

3)当基础埋深发生变化时,地基振动阻抗随埋深比的增加而增大,其中由于摆动阻抗函数虚部阻尼的离散性,基础埋深比对阻尼阻抗的影响将更为显著。

4)通过 Matlab 软件对地基阻抗函数的特性进行了细致分析,明确了各个影响参数对地基振动阻抗的不同贡献,为进一步研究土-结构动力相互作用下结构的动力响应提供了参考。

### 参考文献:

[1] 栾茂田,林皋.非均质地基上条形基础动力阻抗函数的简化分析模型[J].振动工程学报,1993,6(3):263-268.  
Luan Maotian, Lin Gao. A simplified model for determining dynamic impedance of strip-footing on inhomogeneous multilayered halfspace[J]. Journal of Vibration Engineering, 1993, 6(3): 263-268.

[2] Meek J W, Veletsos A S. Simple models for foundations in lateral and rocking motion[C]// 5<sup>th</sup> World Conference on Earthquake Engineering, Rome, Italy, Feb., 1974:2610-2613.

[3] Baranov V A. On the calculation of excited vibrations of embedded foundations[J]. Dynamic Prochnosti, 1967, 14:195-209.

[4] Beredugoy O, Novak M. Couple horizontal and rocking vibration of embedded footings[J]. Canadian Geotechnical, 1972, 19: 477-497.

[5] Veletsos A S, Varbic B. Vibration of viscoelastic foundations[J]. Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 1973, 2 (1):87-102.

[6] 王开顺.地基阻抗与结构地震反应[J].地震工程与工程振动,1985,5(2):87-102.  
Wang Kaishun. Impedance of subsoil and seismic response of structures[J]. Earthquake Engineering and Engineering Vibration, 1985, 5(2): 87-102.

[7] 蒋通, 宋晓星.用薄层法分析层状地基中条形基础的阻抗函数[J].力学季刊,2009,30(1):62-70.  
Jiang Tong, Song Xiaoxing. Analysis of impedance functions of strip foundations embedded in stratified soils by using thin layer method[J]. Chinese Quarterly of Mechanics, 2009, 30(1): 62-70.

[8] 胡灿阳,陈清军,徐庆阳,等.埋置块式基础地基阻抗函数的简化计算方法研究[J].振动与冲击,2011,30(5):252-256.

- Hu Canyang, Chen Qingjun, Xu Qingyang, et al. Simplified calculation method for impedance function of embedded block foundation[J]. Journal of Vibration and Shock, 2011, 30(5): 252-256.
- [9] 侯春林, 李小军, 潘蓉. 核电厂结构地基阻抗函数不同规范采用的计算方法分析[J]. 核动力工程, 2009, 30(3): 7-12.  
Hou Chunlin, Li Xiaojun, Pan Rong. Comparison and analysis of calculation methods used in different codes concerning impedance function of foundation for nuclear power plants[J]. Nuclear Power Engineering, 2009, 30(3): 7-12.
- [10] 范存新, 张毅, 薛松涛, 等. 考虑桩土动力相互作用时阻抗函数分析[J]. 辽宁工程技术大学学报, 2005, 24(5): 686-688.  
Fan Cunxin, Zhang Yi, Xue Songtao, et al. Analysis of impedance function considering soil-pile dynamic interaction[J]. Journal of Liaoning Technical University, 2005, 24(5): 686-688.
- [11] 尚守平, 余俊, 王海东, 等. 饱和土中桩水平振动分析[J]. 岩土工程学报, 2007, 29(11): 1696-1702.  
Shang Shouping, Yu Jun, Wang Haidong, et al. Horizontal vibration of saturated soil[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2007, 29(11): 1696-1702.
- [12] 孔德森, 栾茂田, 杨庆. 非均质土层中单桩水平动力阻抗计算及影响因素分析[J]. 大连理工大学学报, 2004, 44(4): 560-565.  
Kong Desen, Luan Maotian, Yang Qing. Simplified computational model and parametric studies of later dynamic impedance of single pile in non-homogeneous strata[J]. Journal of Dalian University of Technology, 2004, 44(4): 560-565.

(责任编辑: 吕海亮)

---

(上接第 48 页)

- [11] 赵明生, 朴志友, 梁开水, 等. 爆破地震波时域分析方法及应用[J]. 山东科技大学学报: 自然科学版, 2011, 30(4): 22-28.  
Zhao Mingsheng, Piao Zhiyou, Liang Kaishui, et al. Method and application of blasting vibration signal time-frequency domain analysis[J]. Journal of Shandong University of Science and Technology: Natural Science, 2011, 30(4): 22-28.
- [12] 任自铭, 姚令侃. 坡面形态对地震作用下土质边坡稳定性影响[J]. 路基工程, 2008(5): 5-7.  
Ren Ziming, Yao Lingkan. Stability of soil slope on the influence of the slope shape under seismic[J]. Subgrade Engineering, 2008(5): 5-7.
- [13] 祈生文, 伍法权, 刘春玲, 等. 地震边坡稳定性的工程地质分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2004, 23(16): 2792-2797.  
Qi Shengwen, Wu Faquan, Liu Chunling, et al. Engineering geology analysis on stability of slope under earthquake[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2004, 23(16): 2792-2797.
- [14] 刘和平, 郭永刚. 岩质边坡在不同地震波入射方向下的动力响应分析[J]. 水电能源科学, 2010, 28(1): 77-79.  
Liu Heping, Guo Yonggang. Dynamic response analysis of rocky side slope under different incidence angles of seismic waves[J]. Water Resources and Power, 2010, 28(1): 77-79.

(责任编辑: 吕海亮)