

# 两轮自平衡机器人平衡控制仿真与研究

李世光, 王文文, 申梦茜, 高正中

(山东科技大学 电气与自动化工程学院, 山东 青岛 266590)

**摘要:** 针对两轮自平衡机器人的平衡不稳定问题, 建立了机器人动力学数学模型, 设计了一种基于变论域的模糊 PID 控制器, 以 ARM 的微控制器 STM32F103 为核心, 搭建硬件平台, 详细阐述两轮自平衡机器人控制参数整定的原理和方法, 实现了两轮自平衡机器人系统的平衡控制。仿真结果表明: 基于变论域模糊 PID 控制的两轮自平衡机器人响应速度快、抗干扰能力强, 能够更好的减小超调量, 提高系统的动静态特性和鲁棒性。

**关键词:** 两轮自平衡机器人; 数学建模; 变论域; 模糊 PID

中图分类号: TP242

文献标志码: A

文章编号: 1672-3767(2016)06-0076-06

## Balance Control Simulation and Research of Two-wheeled Self-balance Robot

LI Shiguang, WANG Wenwen, SHEN Mengxi, GAO Zhengzhong

(College of Electrical Engineering and Automation, Shandong University of Science and Technology, Qingdao, Shandong 266590, China)

**Abstract:** To solve the balance instability problem of the two-wheeled self-balance robot, this paper established a dynamics mathematical model of robot and designed a controller based on variable universe fuzzy-PID. With micro-controller ARM STM32F103 as its core, a hardware platform was built and the principle and method of controlling parameters for two-wheeled self-balance robot were described in detail to achieve the balance control of the two-wheeled self-balance robot system. The simulation results show that with faster response speed, higher regulating precision and strong anti-interference ability, the two-wheeled self-balance robot based on variable universe fuzzy-PID can improve the static and dynamic performance and robustness of the system.

**Key words:** two-wheeled self-balance robot; mathematical modeling; variable universe; fuzzy-PID

两轮自平衡机器人是移动机器人研究中的一个重要领域, 因其运动灵活、适应地形变化能力强等特点, 可胜任一些复杂环境的工作。现在也越来越多应用在勘探勘测、救灾防爆、医疗、军事等领域, 而目前影响智能移动机器人技术研究的主要因素有传感技术和运动控制策略等<sup>[1]</sup>。自平衡机器人是属于类倒立摆系统, 存在着多变量、非线性等控制特征, 所以传统的线性控制算法无法达到自平衡机器人稳定行驶的控制要求。文献[2]提出以角度环、角速度环、电流环三闭环 PID 控制方式, 但信号叠加之后会互相干扰, 造成抗干扰能力下降。文献[3]运用李雅普诺夫的反馈控制技术, 以 Filippov 解为判据, 实现自平衡系统的控制, 但需要较精确的数学模型。文献[4]构建了状态方程, 通过极点配置求得控制量, 采用传统的 PID 方式对驱动电机进行控制, 控制精度不高。针对上述问题, 本文采用牛顿力学的分析方法对两轮自平衡机器人进行数学建模, 结合传统 PID 控制与智能控制理论, 设计了一种变论域模糊 PID 控制器。

本系统把变论域思想引入机器人姿态平衡控制的模糊 PID 控制器中, 解决了模糊控制的控制精度不

收稿日期: 2015-12-08

基金项目: 博士后基金项目(2015780729); 青岛市博士后研究人员应用研究项目(2015190)

作者简介: 李世光(1962—), 男, 山东青岛人, 高级工程师, 硕士生导师, 主要从事计算机控制技术及其在工矿企业应用的研究。

E-mail: sdcplwww@163.com

高、调节死区等问题。采用加速度计与陀螺仪传感器检测机器人的倾斜角度与角速度,获得机器人的姿态信息,作为控制器的输入量,通过实时调整伸缩因子,不断自动修正 PID 参数,提高了机器人的自学习能力和控制精度。最后,采用不同控制方法对两轮自平衡机器人在不同条件的平衡情况进行仿真,仿真结果表明:基于变论域模糊 PID 控制的两轮自平衡机器人,具有自适应能力,在系统受到扰动时也有良好的动态特性和鲁棒性能。

### 1 两轮自平衡机器人硬件设计

机器人的控制系统包括微控制器电路模块、直流电机驱动模块、电源模块、倾角测量模块、人机交互模块、测速模块和其他接口电路等模块,两轮自平衡机器人的硬件结构框图如图 1 所示。

控制系统采用 STM32F103 作为核心处理器,该处理器使用高性能的 32 位 ARM Cortex-M3 内核,内置高达 128 KB 的 FLASH 和 20 KB 的 SRAM,工作频率最高可达 72 MHz,外设有定时器、ADC、I2C、SPI、USART 等,供电电压为 2.0~3.6 V,具有速度快、功耗低、可靠性高、实时性强等优点。

本系统采用加速度计 MMA7260 与陀螺仪传感器 ENC-03 来获得机器人的姿态信息。MMA7260 加速度计的灵敏度、线性度较高和抗干扰能力强,其内部还具有单极低通滤波器温度补偿等功能,适用于倾角测量;选用陀螺仪 ENC-03 来测量机器人的角速度,通过对角速度积分得到角度值,灵敏度 0.67 mV/dps,陀螺仪易受噪声干扰,会产生漂移误差,需用加速度计来矫正陀螺仪的积分漂移<sup>[5]</sup>。加速度计与陀螺仪硬件原理图分别如图 2(a)、(b)所示。

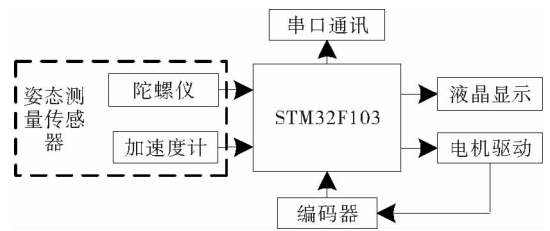


图 1 两轮自平衡机器人硬件结构框图

Fig. 1 Hardware architecture diagram of two-wheeled self-balance robot

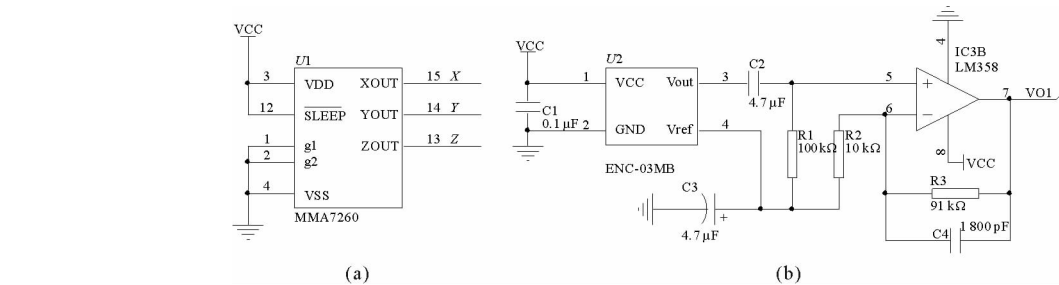


图 2 加速度计、陀螺仪电路原理图

Fig. 2 Circuit diagram of accelerometer and gyroscope

### 2 建立动力学模型

两轮自平衡机器人属于类倒立摆系统,其受力分析如图 3 所示。机器人结构主要由车身、车轮和电机组成,其平衡主要是靠车轮的动作补偿来实现的。依据牛顿定律进行力学分析<sup>[6]</sup>,两个车轮的质量  $m$ ,车身的质量为  $M$ ,车轮的水平位移为  $x$ ,  $J_c$ 、 $J_m$  分别为机器人转向的转动惯量和转子轴的转动惯量,  $F_y$  为车轮对车身的垂直作用力,  $\omega$  为转子转速,

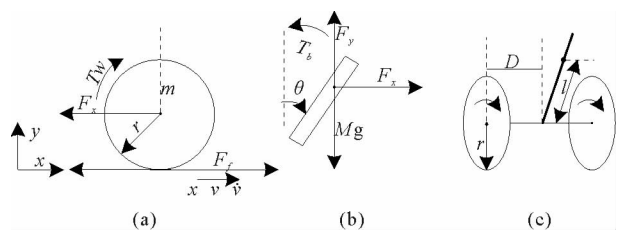


图 3 机器人受力分析

Fig. 3 Stress analysis of the robot

$\theta$  为车体与垂直向上方向的夹角,  $l$  为车轮轴心到车体质心的长度,  $D$  为车体中心到车轮的距离。

先对车轮的  $x$  轴方向进行受力分析, 车轮的水平加速度与地面对车轮摩擦力  $F_f$ 、车体对车轮作用力  $F_x$  相关, 因车轮是主动轮, 车轮受到地面的摩擦力与车轮运动的方向一致。车轮的转动惯量与角加速度的乘积等于电机产生的扭矩和摩擦力产生的扭矩值之和, 由牛顿力学定律得到如下运动方程为:

$$\begin{cases} m\dot{v} = -F_x + F_f \\ J_m\dot{\omega} = T_w - rF_f \end{cases} \quad (1)$$

对机器人的车体进行受力分析, 车体的扭矩方程为

$$J_m\ddot{\theta} = F_y l \sin\theta - F_x l \cos\theta - T_b \quad (2)$$

可知,  $T_w = -T_b = T$ ,  $F_f = F_y + (m+M)g$ , 得到如下关系式:

$$\ddot{\theta} J_m - Mgl \sin\theta + Ml^2 \sin\theta(\theta^2 \cos\theta + \dot{\theta} \sin\theta) + \ddot{X} Ml \cos\theta + Ml^2 \cos\theta(\dot{\theta} \cos\theta - \dot{\theta}^2 \sin\theta) = T \quad (3)$$

给定电枢电阻为  $R$ , 电机电磁转矩系数为  $k_m$ , 电机反电动势系数为  $k_e$ , 电枢电压为  $U$ , 则电机输出转矩  $T$  为

$$T = -\frac{k_m k_e}{R} \omega_m + \frac{k_m}{R} U \quad (4)$$

考虑车身倾角  $\theta$  在 5 度范围内,  $\sin\theta = \theta$ ,  $\cos\theta = 1$ ,  $\theta^2 = 0$ , 取  $X = [\theta, \dot{\theta}, x, \dot{x}]$  为系统状态, 系统输出为机器人车体与垂直向上方向的角度  $\theta$ , 整理可得到状态方程:

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \ddot{\theta} \\ \dot{x} \\ \ddot{x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{M^2 g D^2}{a} & 0 & 0 & d(MD(r-D) - J_c) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{M^2 g D b}{a} & 0 & 0 & d(rb - MD) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \\ x \\ \dot{x} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ c(J_c + MD(D-r)) \\ 0 \\ c(MD - rb) \end{bmatrix} U \quad (5)$$

其中:  $a = J_c b + 2mD^2(m + \frac{J_m}{r^2})$ ,  $b = 2M + \frac{2J_m M}{r^2}$ ,  $c = \frac{2k_m}{Rra}$ ,  $d = \frac{2k_m k_e}{Rr^2 a}$ 。

### 3 变论域模糊 PID 控制器

本文将模糊 PID 控制器应用于两轮自平衡机器人的动力学模型中, 为了提高机器人的控制精度, 把变论域理论引入到模糊 PID 控制器中, 通过变论域自适应特点调整模糊 PID 控制器的参数调整精度和范围<sup>[7]</sup>。

给定  $X = [-E, E]$  为变量  $x$  的论域, 变化后的论域可表示为  $X = [-\alpha(x)E, \alpha(x)E]$ , 其中  $\alpha(x)$  为论域  $X$  的一个伸缩因子, 原来的论域称初始论域。对控制精度要求较高的系统, 一般将模糊控制分为 7 个模糊集: NB、NM、NS、O、PS、PM、PB(负大、负中、负小、零、正小、正中、正大)。变论域模糊 PID 控制的结构框图如图 4 所示。

图 4 中, 控制器的输入变量为角度误差  $e$  和误差变化率  $ec$ , 均采用三角形隶属函数<sup>[8-9]</sup>, 如图 5 所示。输入变量论域均为  $\{-6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ,  $\alpha_1$  和  $\alpha_2$  分别为  $e$  和  $ec$  的伸缩因子, 其论域均为  $[0, 1]$ , 其模糊子集为 {B(大)、M(中)、S(小)、O(零附近)}。对于输入的伸缩因子选用  $\alpha(x) = 1 - \lambda \exp(-kx^2)$ , 式中,  $\lambda$  与

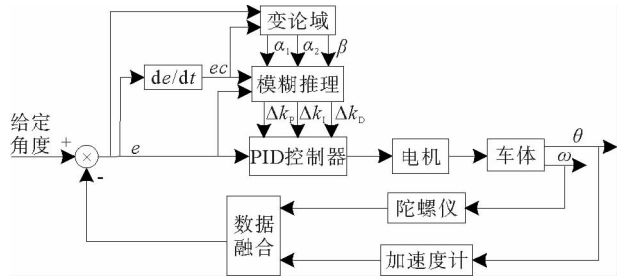


图 4 变论域模糊 PID 控制的结构框图

Fig. 4 Diagram of VUF-PID model

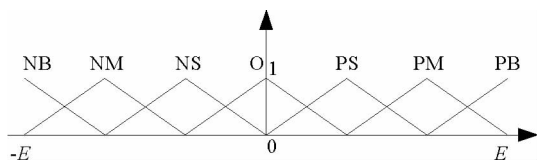


图 5 输入输出变量的隶属函数

Fig. 5 Fuzzy membership function of input and output variables

$k$  为常数,  $0 < \lambda < 1, k > 0$ 。

模糊控制器输出控制量为  $\Delta k_p, \Delta k_i, \Delta k_d$ , 模糊划分为 NB、NM、NS、O、PS、PM、PB 七个模糊集,  $\beta$  为输出论域的伸缩因子, 模糊也划分为 NB、NM、NS、O、PS、PM、PB 七个模糊集。对于输出的伸缩因子选用

$$\beta(t) = K_1 \sum_{i=1}^n p_i \int_0^t e_i(\tau) dt + \beta(0), \text{ 其中 } K_1, \beta(0) \text{ 均为常数。}$$

$\Delta k_p$  的论域范围是  $[-0.12, 0.12]$ ,  $\Delta k_i$  的论域范围是  $[-0.05, 0.05]$ ,  $\Delta k_d$  的论域范围是  $[-2, 2]$ 。应用 Mamdani 模糊推理, 根据大量经验和仿真实验, 得到  $\Delta k_p, \Delta k_i$  和  $\Delta k_d$  的模糊控制规则表。

表 1  $\Delta k_p/\Delta k_i/\Delta k_d$  的模糊控制规则表

Tab. 1 Rule base of fuzzy controller for  $\Delta k_p, \Delta k_i$  and  $\Delta k_d$

$ec$	$e$						
	NB	NM	NS	O	PS	PM	PB
NB	PB/NB/NB	PB/NB/NB	PM/NB/NM	PM/NM/NM	PM/NS/NS	PS/O/NS	O/O/O
NM	PB/NB/NM	PB/NM/NM	PM/NS/NS	PS/NS/NS	PS/O/O	PS/O/PS	NM/PS/O
NS	PM/NM/NS	PM/NS/NS	PS/NS/NS	PS/O/O	O/O/O	O/O/PS	NM/PS/PM
O	PM/NS/NS	PM/NS/NS	PS/O/O	O/O/O	NS/PS/O	O/O/PS	NM/PM/PB
PS	PS/NS/O	PS/O/O	O/PS/PB	O/PS/PB	NS/PS/PM	NB/PM/PM	NB/PB/PB
PM	PS/O/O	O/PS/O	O/PM/PM	NS/PM/PM	NM/PM/PB	NM/PB/PB	NB/PB/PB
PB	O/PB/PB	O/PS/PB	NS/PM/PM	NS/PM/PM	NM/PB/PS	NM/PB/PS	NB/PB/PB

### 4 仿真与分析

为了验证本文设计的变论域模糊 PID 控制器的有效性, 在 MATLAB 中 SIMULINK 环境下建立了控制系统仿真结构图, 进行仿真实验, 对变论域模糊 PID 控制和常规 PID 的控制仿真结果进行了对比分析<sup>[10]</sup>。变论域模块和模糊 PID 子模块分别如图 6 和 7 所示。

分别给定系统初始状态为  $[0.25 \ 0 \ 0 \ 0]$  和  $[0.20 \ 0 \ 2 \ 1.5]$ , 采样时间为 0.02 s, 变论域模糊 PID 控制器初始参数选取为:  $K_p = 20, K_i = 0.6, K_d = 6$ 。实验仿真结果, 如图 8 和图 9 所示。

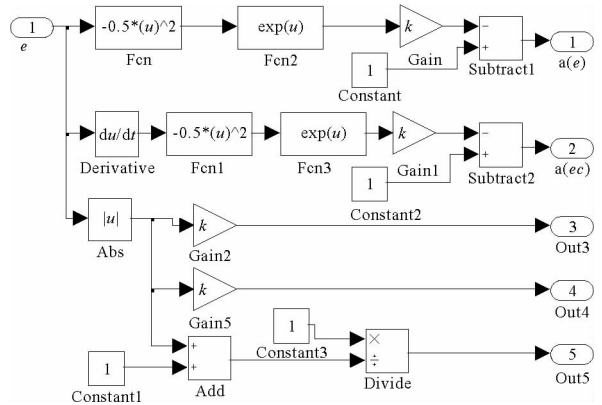


图 6 变论域模块

Fig. 6 Variable universe model

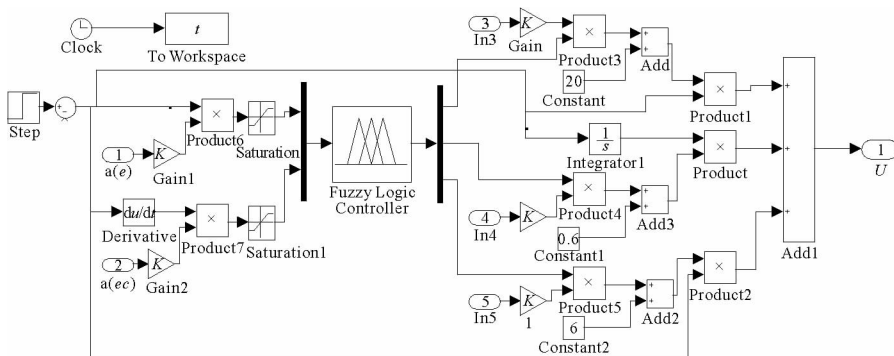


图 7 模糊 PID 模块

Fig. 7 Fuzzy-PID model

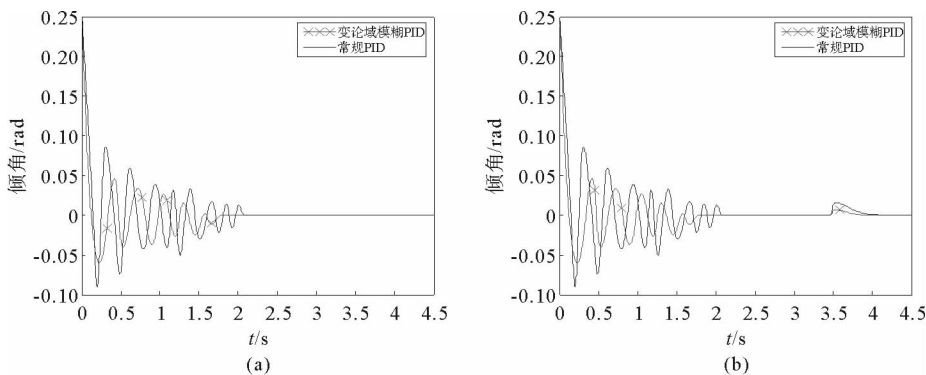


图 8 初始条件为(0.25 0 0 0)时的响应曲线比较

Fig. 8 Comparison between response curves with initial conditions of (0.25 0 0 0)

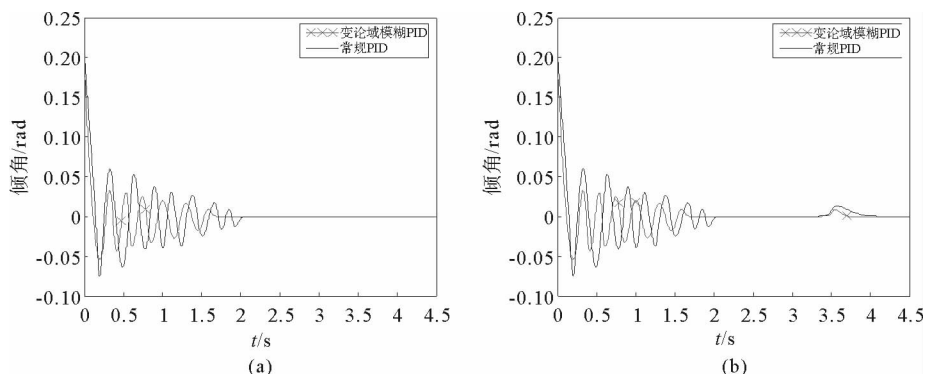


图 9 初始条件为(0.20 0 2 1.5)时的响应曲线比较

Fig. 9 Comparison between response curves with initial conditions of(0.20 0 2 1.5)

图 8(a)和图 9(a)为不同控制方法的响应曲线比较图,图 8(b)和图 9(b)为扰动下的响应曲线比较图。由图 8(a)和 9(a),可以看出在两种条件下常规 PID 控制算法都产生了较大的超调量,且波形震荡幅值较大,调节时间长;而变论域模糊 PID 超调量小,收敛速度快,控制曲线光滑。可以得出,变论域模糊 PID 算法使自平衡机器人的响应更加稳定,表明其反应迅速,动态性能好。图 8(b)和 9(b)是系统加入了随机干扰信号时的控制响应曲线的比较图。在 3.5 s 时加入较大强度的随机干扰信号,从图可以看出常规 PID 控制对随机信号的反应较大,震荡较强烈;而变论域模糊 PID 控制反应较平稳,对于干扰信号不敏感,没有不稳定和大震荡情况出现。说明变论域模糊 PID 控制在不同情况下都具有很好的抗干扰性能。

## 5 结论

利用牛顿力学建立了机器人系统的数学模型,对双轮自平衡机器人移动的平衡控制问题进行了研究,针对两轮机器人运动过程中参数变化、外部扰动大的特点设计了变论域模糊 PID 控制器,该控制器具有一定的学习和自适应能力,提高了控制器的抗干扰能力,增强了系统的鲁棒性。仿真结果表明采用变论域模糊控制算法能有效控制小车的平衡姿态,比常规 PID 控制调节时间短,超调量小,具有动态响应速度快、稳定性高和抗干扰能力强等特点。

### 参考文献:

[1]谭民,王硕. 机器人技术研究进展[J]. 自动化学报,2013,39(7):963-972.

TAN Min, WANG Shuo. Research progress on robotics[J]. Acta Automatica Sinica, 2013, 39(7): 963-972.

- [2]傅忠云,陈秋阳,刘文波.基于直接转矩控制的两轮自平衡车系统设计[J].压电与声光,2014,36(6):968-971.  
FU Zhongyun, CHEN Qiuyang, LIU Wenbo. The design of two-wheel self-balanced vehicle system based on direct torque control[J]. Piezoelectrics and Acoustooptics, 2014, 36(6):968-971.
- [3]MADDAHI A, SHAMEKHI A H, GHAFFARI A. A Lyapunov controller for self-balancing two-wheeled vehicles[J]. Robotica, 2015, 33(1):225-239.
- [4]梁华,李晓虹,杨光祥.两轮自平衡机器人动力学模型分析及控制方法研究[J].重庆师范大学学报(自然科学版),2016,33(1):163-167.  
LIANG Hua, LI Xiaohong, YANG Guangxiang. Dynamic model analyzing and PID control for a two-wheeled self-balancing robot[J]. Journal of Chongqing Normal University (Natural Science Edition), 2016, 33(1):163-167.
- [5]冯智勇,曾瀚,张力,等.基于陀螺仪及加速度计信号融合的姿态角度测量[J].西南师范大学学报(自然科学版),2011,36(4):137-141.  
FENG Zhiyong, ZENG Han, ZHANG Li, et al. Angle measurement based on gyroscope and accelerometer signal fusion[J]. Journal of Southwest China Normal University (Natural Science Edition), 2011, 36(4):137-141.
- [6]XU J X, GUO Z Q, LEE T H. Design and implementation of a takagi-sugeno-type fuzzy logic controller on a two-wheeled mobile robot[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2013, 60(12):5717-5728.
- [7]朱岩,郭军平.变论域自适应模糊PID方法的研究与仿真[J].空军工程大学学报(自然科学版),2005,6(5):11-13.  
ZHU Yan, GUO Junping. The Study and simulation of fuzzy PID based on mutative field[J]. Journal of Air Force Engineering University (Natural Science Edition), 2005, 6(5):11-13.
- [8]陈焰,张矿伟,赵晓侠,等.模糊参数自整定PID控制算法在真空冶炼中的应用[J].真空科学与技术学报,2014,34(5):528-532.  
CHEN Yan, ZHANG Kuangwei, ZHAO Xiaoxia, et al. Design of parameter self-tuning fuzzy PID controller for vacuum metallurgy[J]. Chinese Journal of Vacuum Science and Technology, 2014, 34(5):528-532.
- [9]李世光,申梦茜,王文文,等.一种Mecanum轮式移动平台增量PID控制系统设计[J].山东科技大学学报(自然科学版),2016,35(1):86-90.  
LI Shiguang, SHEN Mengxi, WANG Wenwen, et al. Mobile platform incremental PID control system design based on Mecanum wheels[J]. Journal of Shandong University of Science and Technology (Natural Science), 2016, 35(1):86-90.
- [10]杨正才,吕科.基于模糊PD控制方法的两轮直立自平衡电动车研究[J].控制工程,2016,23(3):366-370.  
YANG Zhengcai, LÜ Ke. Study on two-wheeled self-balancing electric vehicle based on fuzzy PD control method[J]. Control Engineering of China, 2016, 23(3):366-370.

(责任编辑:李磊)