

引用格式:张士舰, 刘春杰, 孟令河, 等. 同心圆拟合法在海洋钢结构测量中的应用[J]. 山东科技大学学报(自然科学版); 93-98.

ZHANG Shijian, LIU Chunjie, MENG Linghe, et al. Application of concentric circle fitting method in offshore steel structure surveying[J]. Journal of Shandong University of Science and Technology(Natural Science); 93-98.

# 同心圆拟合法在海洋钢结构测量中的应用

张士舰, 刘春杰, 孟令河, 李小红, 秦野, 王永伟, 王建喜

(海洋石油工程股份有限公司, 天津 300452)

**摘要:**在海洋钢结构测量中,圆管端部坐标是需要精确控制的重要位置之一。为提高圆管杆件的端面圆心的测量精度,提出一种同心圆拟合法。算法同时加入圆管内皮和外皮测量点坐标数据,较传统方法增加了测量点数量,而且测量点分布更广更合理,大大提高了圆心的精度。

**关键词:**同心圆拟合; 导管架; 圆心三维坐标; 海洋钢结构测量; 绕向量旋转; 圆管

**中图分类号:**P258      **文献标志码:**A      **文章编号:**1672-3767(2018)02-0093-06

**DOI:**10.16452/j.cnki.sdkjzk.2018.02.014

## Application of Concentric Circle Fitting Method in Offshore Steel Structure Surveying

ZHANG Shijian, LIU Chunjie, MENG Linghe,  
LI Xiaohong, QIN Ye, WANG Yongwei, WANG Jianxi  
(China Offshore Oil Engineering Co. Ltd, Tianjin 300452, China)

**Abstract:** In offshore steel structure surveying, the coordinate of pipe end is one of the most important positions which should be controlled accurately. In order to improve the accuracy of the circle center at the pipe end, a new method, the concentric circle fitting method, is introduced in this paper. With the coordinate data of survey points both inside and outside the pipe wall added to the algorithm, the method has more survey points with more extensive and reasonable distribution than the traditional method, thus greatly improving the accuracy of the circle center.

**Key words:** concentric circle fitting; jacket; three dimensional coordinate of circle center; offshore steel structure survey; rotating round vector; pipe

海洋钢结构大部分都由圆钢管组成。圆管端部圆心坐标精度至关重要,是控制海洋钢结构精度的重要环节,其中的导管架顶部导管跨距、井口导向管空间位置等关键位置关系到海上安装能否顺利进行。因此,精确测量并计算这些关键位置的管端坐标非常必要。文献[1-2]只测量圆周外侧若干点,点数少而且只分布在圆周一侧上,计算圆心精度较低,文献[3-6]采用带理论约束半径的算法,提高了部分圆管圆心精度,但是,由于圆管在加工制造过程中,存在一定的圆度误差及半径误差,导致圆管的真实半径和理论半径并不一样,因此带理论约束半径的算法并不是最精确的方法。运用自由设站法可以测量整个圆周上的测量点,但是自由设站过程比较耗时,效率低下,而且在转站过程中还存在公共标靶坐标的匹配误差<sup>[7-8]</sup>,也不是最好的方法。

基于上述问题,本文提出一种新方法——三维空间圆管端部同心圆拟合法,该方法可使测量点数增加一倍,

收稿日期:2017-04-26

基金项目:国家重大科技专项课题(2011ZX05027-002)

作者简介:张士舰(1980—),男,吉林榆树人,高级工程师,主要从事海洋钢结构测量技术研究。

E-mail:zhangsj@mail.cooec.com.cn

测量范围扩大一倍,如图 1 所示,采用全站仪无棱镜模式首先测量圆管端面上的若干点,再测量圆管端面附近的内皮和外皮若干点,运用坐标转换法和最小二乘法拟合同心圆圆心坐标。该方法较传统方法的圆心计算精度大幅提高,对于海洋钢结构圆管端部的准确控制具有重要作用。

## 1 测量点坐标转换过程

全站仪测量圆管端面上一些点的三维坐标(多余 3 个点以上)以及端面附近内皮、外皮若干点的三维坐标。外皮上测量点坐标为( $x_{1i}, y_{1i}, z_{1i}$ ), $(i = 1, 2, \dots, m)$  $(m > 3)$ , 内皮测量点坐标为( $x_{2i}, y_{2i}, z_{2i}$ ), $(i = 1, 2, \dots, n)$ , 如图 2 所示。

为计算圆管端面圆心坐标,需要将空间同心圆离散点转化为平面点再进行最小二乘计算<sup>[1,10]</sup>, 设圆管端面方程为  $z + ax + by + c = 0$ , 通过端面上的点可以拟合计算端面方程三参数  $a, b, c$ , 由此可知, 坐标原点相对于端面的高程数据  $H = -c / \sqrt{1 + a^2 + b^2}$ 。

圆管端面的法向量为  $\mathbf{T} = (a, b, 1)$ , 坐标系的  $z$  轴单位向量  $\mathbf{T}_2 = (0, 0, 1)$ , 则端面法向量与  $z$  轴夹角  $\beta = \arccos(1 / \sqrt{1 + a^2 + b^2})$ , 外皮和内皮测量点集绕一向量  $\mathbf{T}$  旋转  $\beta$  角, 则在  $xy$  平面内形成同心圆点集,  $\mathbf{T}$  等于  $\mathbf{T}_2$  与  $\mathbf{T}_1$  的向量积:  $\mathbf{T} = \mathbf{T}_2 \times \mathbf{T}_1 = -bi + aj$ , 其单位向量为  $\mathbf{L} = \mathbf{L}_x i + \mathbf{L}_y j + \mathbf{L}_z k = -b / \sqrt{a^2 + b^2} i + a / \sqrt{a^2 + b^2} j$ 。

其中,  $\mathbf{L}_x = -b / \sqrt{a^2 + b^2}$ ,  $\mathbf{L}_y = a / \sqrt{a^2 + b^2}$ ,  $\mathbf{L}_z = 0$ 。

设外皮和内皮测量点集绕单位向量  $\mathbf{L}$  旋转  $\beta$  角后的坐标为( $x'_{1i}, y'_{1i}, z'_{1i}$ ), $(i = 1, 2, \dots, m)$  和 ( $x'_{2i}, y'_{2i}, z'_{2i}$ ), $(i = 1, 2, \dots, n)$ , 测量点绕单位向量  $\mathbf{L}$  旋转  $\beta$  角的公式如下<sup>[9]</sup>:

$$\begin{bmatrix} x'_{1i} & x'_{2i} \\ y'_{1i} & y'_{2i} \\ z'_{1i} & z'_{2i} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} x_{1i} & x_{2i} \\ y_{1i} & y_{2i} \\ z_{1i} & z_{2i} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \cos\beta + \mathbf{L}_x^2(1 - \cos\beta) & \mathbf{L}_x \mathbf{L}_y (1 - \cos\beta) - \mathbf{L}_z \sin\beta & \mathbf{L}_x \mathbf{L}_z (1 - \cos\beta) + \mathbf{L}_y \sin\beta \\ \mathbf{L}_x \mathbf{L}_y (1 - \cos\beta) + \mathbf{L}_z \sin\beta & \cos\beta + \mathbf{L}_y^2(1 - \cos\beta) & \mathbf{L}_y \mathbf{L}_z (1 - \cos\beta) - \mathbf{L}_x \sin\beta \\ \mathbf{L}_x \mathbf{L}_z (1 - \cos\beta) - \mathbf{L}_y \sin\beta & \mathbf{L}_y \mathbf{L}_z (1 - \cos\beta) + \mathbf{L}_x \sin\beta & \cos\beta + \mathbf{L}_z^2(1 - \cos\beta) \end{bmatrix}$$

至此,坐标转换后的测量点在  $xy$  平面内分布形状为一组同心圆离散点,如图 3 所示。

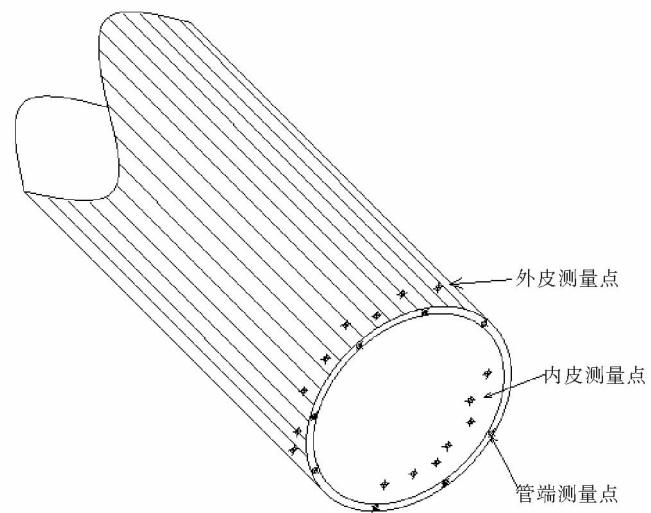


图 1 测量点在圆管上分布示意图

Fig. 1 Survey points distribution on the circular tube

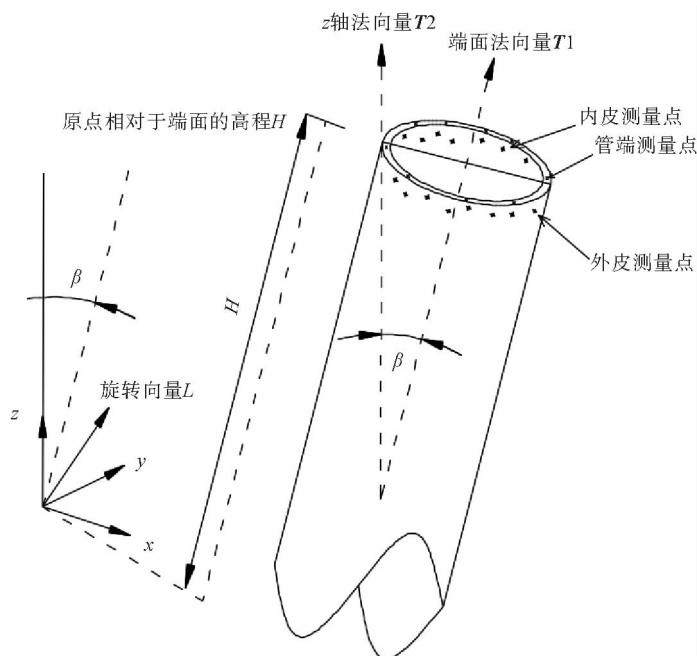


图 2 圆管测量点坐标变换示意图

Fig. 2 Survey points coordinates alternation

## 2 同心圆拟合数学计算

设同心圆在  $xy$  平面的圆心坐标初始值为  $(p_0, q_0)$ , 外圆的初始半径为  $r_0$ , 任意选择 3 个坐标转换后的外皮测量点坐标为  $(x1'_a, y1'_a, z1'_a)$ 、 $(x1'_b, y1'_b, z1'_b)$ 、 $(x1'_c, y1'_c, z1'_c)$ 。

为计算参数初始值, 由外设圆方程  $x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$ , 通过三点平面坐标可以计算参数  $D, E$  和  $F$ , 由此可知:  $p_0 = -0.5D, q_0 = -0.5E$ ,

$$r_0 = \sqrt{0.25D^2 + 0.25E^2 - F}.$$

圆管的厚度已知为  $h$ , 设同心圆的圆心坐标为  $(p, q)$ , 外圆半径为  $r$ , 可知:

外圆方程为:

$$(x1' - p)^2 + (y1' - q)^2 = r^2; \quad (1)$$

内圆方程为:

$$(x2' - p)^2 + (y2' - q)^2 = (r - h)^2. \quad (2)$$

将式(1)与式(2)方程用泰勒公式展开得误差方程:

$$\begin{aligned} u_i &= (2p_0 - 2x1'_i)\hat{p} + (2q_0 - 2y1'_i)\hat{q} - 2r_0\hat{r} - (r_0^2 + 2p_0x1'_i + 2q_0y1'_i - p_0^2 - q_0^2 - x1'^2_i - y1'^2_i), \\ v_i &= (2p_0 - 2x2'_i)p + (2q_0 - 2y2'_i)q + (2h - 2r_0)r - (r_0^2 + h^2 + 2p_0x2'_i + 2q_0y2'_i - x2'^2_i - y2'^2_i - p_0^2 - q_0^2 - 2hr_0). \end{aligned}$$

平差方程的矩阵形式函数模型为

$$\mathbf{V} = \hat{\mathbf{B}}\hat{\mathbf{x}} - \mathbf{l}.$$

令

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 2p_0 - 2x1'_1 & 2q_0 - 2y1'_1 & -2r_0 \\ \dots & \dots & \dots \\ 2p_0 - 2x1'_m & 2q_0 - 2y1'_m & -2r_0 \\ 2p_0 - 2x2'_1 & 2q_0 - 2y2'_1 & 2h - 2r_0 \\ \dots & \dots & \dots \\ 2p_0 - 2x2'_n & 2q_0 - 2y2'_n & 2h - 2r_0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{l} = \begin{bmatrix} r_0^2 + 2p_0x1'_1 + 2q_0y1'_1 - p_0^2 - q_0^2 - x1'^2_1 - y1'^2_1 \\ \dots \\ r_0^2 + 2p_0x1'_m + 2q_0y1'_m - p_0^2 - q_0^2 - x1'^2_m - y1'^2_m \\ r_0^2 + h^2 + 2p_0x2'_1 + 2q_0y2'_1 - x2'^2_1 - y2'^2_1 - p_0^2 - q_0^2 - 2hr_0 \\ \dots \\ r_0^2 + h^2 + 2p_0x2'_n + 2q_0y2'_n - x2'^2_n - y2'^2_n - p_0^2 - q_0^2 - 2hr_0 \end{bmatrix},$$

$$\hat{\mathbf{x}} = [\hat{p} \quad \hat{q} \quad \hat{r}]^T.$$

根据间接平差原理<sup>[13-16]</sup>, 可知

$$\hat{\mathbf{x}} = (\mathbf{B}^T \mathbf{B})^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{l}$$

由此可得同心圆在  $xy$  面的圆心坐标为  $(p_0 + \hat{p}, q_0 + \hat{q})$ , 外圆的半径为  $r = r_0 + \hat{r}$ , 将计算后的同心圆参数  $p, q, r$  再作为初始值进行迭代循环, 可更精准地计算 3 个参数, 同时, 令该同心圆的圆心高程数据为  $H$ , 如图 4 所示: 此时坐标旋转后的同心圆圆心三维坐标为  $(p, q, H)$ , 运用坐标反变换, 绕向量  $\mathbf{T}$  旋转  $-\beta$  角即可得到同心圆最终的空间三维坐标。

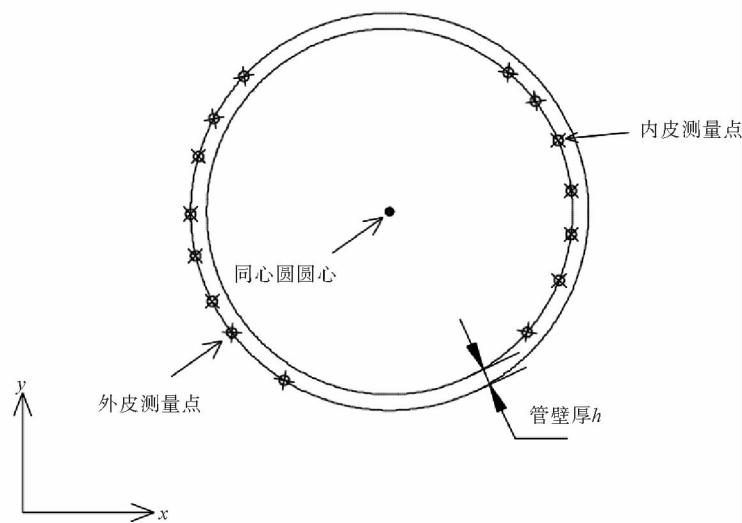


图 3 测量点坐标变换后在 XY 平面上形成同心圆分布图

Fig. 3 Survey points in XY plane after coordinates alternation

### 3 实验数据及分析

现场测量渤中 34—9 项目 WHPB 导管架预制导管端面及内外皮上若干数据三维坐标,已知导管理论外半径为 1 185 mm,理论内半径 1 105 mm,管厚度为 80 mm。测量数据如表 1 所示。

分别运用本文同心圆拟合方法、单独外皮数据拟合方法、单独内皮数据拟合方法、单独外皮数据加约束半径拟合方法、单独内皮数据加约束半径拟合方法，计算圆管端部圆心坐标，计算结果如表 2 所示。

由表 2 可以看出,由于同心圆拟合法测量的点数更多,且较均匀地分布在内外圆周上,计算圆心的点位中误差最小,计算的内外半径比较贴近理论半径,精度最高。单独计算内外皮数据法的圆心点位中误差最大,计算的半径偏离真实半径较大,精度最低<sup>[11-12]</sup>。加理论约束半径法计算的圆心点位中误差较小<sup>[3-6]</sup>,但由于圆管加工制造存在误差,其真实的半径与理论半径并不相等,用理论半径作为约束条件也存在一定的误差。因为同心圆拟合法比其他方法测量的数据更多,精度更高是必然的,为了证明测量相同点数情况下其精度更高,现同心圆拟合法的数据采用外皮的 P1、P3、P5、P7、P9 点与内皮的 P10、P12、P14、P16 点,这样测量点数与其他方法相同,计算结果见表 2 最后一行。结果显示其计算的半径与圆心点位中误差较其他方法更合理。说明除了测量点数量外,测量点的分布范围也是影响圆心精度的重要因素,分布范围越大,计算精度越高。各算法的圆心分布俯视图如图 5 所示,可以看出同心圆算法的圆心位置大致在中间位置。

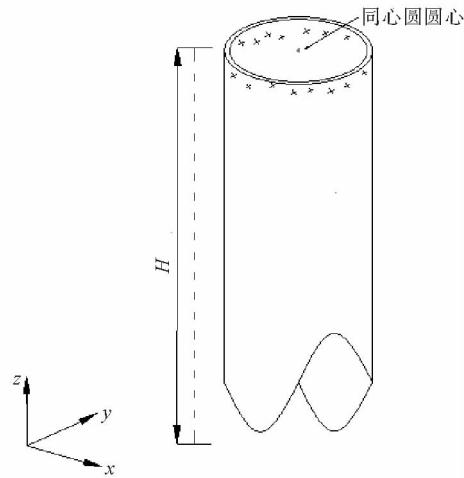


图 4 坐标变换后的同心圆圆心三维坐标

Fig. 4 3 D coordinate of circle center  
after coordinates alternation

表 1 测量点数据表

Tab. 1 Survey points data

表2 几种方法计算的数据结果  
Tab. 2 Result of various calculating methods

mm

计算方法	圆心坐标			外半径	内半径	圆心点位中误差
	<i>z</i>	<i>x</i>	<i>y</i>			
同心圆拟合法	3 507.60	-9 671.10	468.20	1 183.52	1 103.52	0.40
单独外皮数据拟合	3 507.00	-9 670.20	467.40	1 182.60		1.22
单独内皮数据拟合	3 508.70	-9 672.50	469.20		1 102.15	0.98
外皮加约束半径拟合	3 508.60	-9 672.50	467.60	(1 185.00)		0.55
内皮加约束半径拟合	3 506.60	-9 669.60	468.80		(1 105.00)	0.76
同心圆拟合法(半数点)	3 507.60	-9 671.00	468.00	1 183.50	1 103.50	0.45

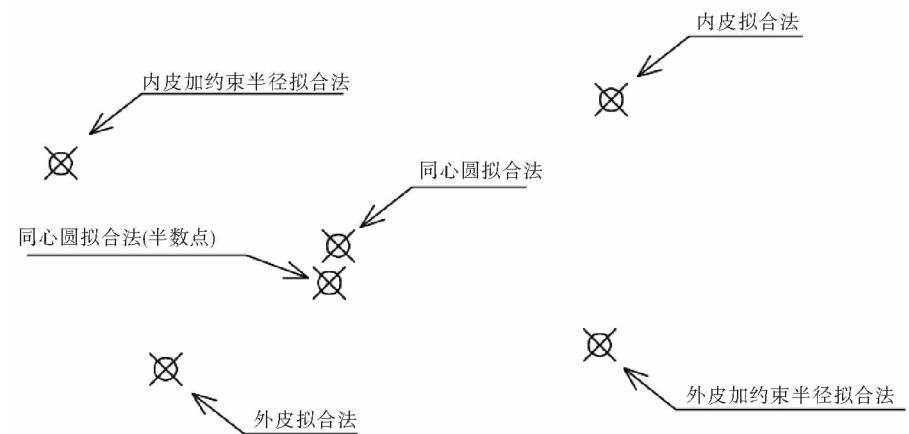


图5 各算法圆心分布示意图  
Fig. 5 Circle center position of various methods

#### 4 结论

通过数据实验分析可知,同心圆拟合法得到的圆管端部圆心的计算精度高于其他方法,因为计算中既增加了测量点数量,又扩大了测量点的分布范围。因全站仪一站就可以同时测量圆管内外皮,较自由设站法测量整个圆周的效率更高,且避免了自由设站公共标靶的匹配误差问题。算法中加入了坐标转换过程,可以实现对任意倾度圆管端部圆心的计算。

#### 参考文献:

- [1] 张士舰,刘春杰,肖立权,等.一种导管架钢桩跨距精确测量的新方法[J].中国海上油气,2014,26(5):92-95.  
ZHANG Shijian, LIU Chunjie, XIAO Liquan, et al. A new method for accurate measurement of spans among jacket piles [J]. China Offshore Oil and Gas, 2014, 26(5):92-95.
- [2] FITZGIBBON A, PILU M, FISHER R B. Direct least square fitting of ellipses[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1999, 21(5):476-480.
- [3] 刘元朋,张定华,桂元坤,等.用带约束的最小二乘法约束平面圆曲线[J].计算机辅助设计与图形学学报,2004,16(10):1382-1385.

- LIU Yuanpeng, ZHANG Dinghua, GUI Yuankun, et al. Fitting planar circles with constrained least squares[J]. Journal of Computer Aided Design and Computer Graphics, 2004, 16(10):1382-1385.
- [4]朱嘉,李醒飞,谭文斌,等. 基于圆心约束最小二乘圆拟合的短圆弧测量[J]. 光学精密工程,2009,17(10):2486-2492.  
ZHU Jia, LI Xingfei, TAN Wenbin, et al. Measurement of short arc based on center constraint least-square circle fitting[J]. Optic and Precision Engineering, 2009, 17(10):2486-2492.
- [5]刘珂,周富强,张广军. 半径约束最小二乘圆拟合方法及其误差分析[J]. 光电子·激光,2006,17(5):604-607.  
LIU Ke, ZHOU Fuqing, ZHANG Guangjun. Radius constraint least square circle fitting method and error analysis[J]. Journal of Optoelectronics · Laser, 2006, 17(5):604-607.
- [6]刘春杰,张士舰,李小红,等. 一种导管架整体尺寸的检测方法[J]. 测绘工程,2014,23(2):39-44.  
LIU Chunjie, ZHANG Shijian, LI Xiaohong, et al. A method of surveying Jacket's whole dimensions[J]. Engineering of Surveying and Mapping, 2014, 23(2):39-44.
- [7]刘春杰,张士舰,孙云虎. 三维坐标系下检测导管架圆形杆件空间位置状态的方法:ZL201010115279X[P]. 2012-11-28.
- [8]李继忠. 野外自由设站的粗差探讨[J]. 科技情报开发与经济,2003,13(4):137-138.  
LI Jizhong. Discussion on the gross errors of field free stations[J]. Journal of Library and Information Science, 2003, 13(4):137-138.
- [9]王洪. 全站仪自由设站法精度分析及应用研究[J]. 测绘与空间地理信息,2016,39(4):82-85.  
WANG Hong. Free station's accuracy analysis and research of its application[J]. Geomatics and Spatial Information Technology, 2016, 39(4):82-85.
- [10]张士舰,刘春杰,李金富,等. 投影圆度判别法的圆柱拟合[J]. 测绘科学技术学报,2014,31(4):355-358.  
ZHANG Shijian, LIU Chunjie, LI Jinfu, et al. Cylinder fitting with roundness estimate method[J]. Journal of Geomatics Science and Technology, 2014, 31(4):355-358.
- [11]蒲竟秋. 短圆弧测试方法与误差分析[J]. 机械,2002,29(增):35-36.  
PU Jingqiu. Short arc measure method and error analysis[J]. Mechanical, 2002, 29(S):35-36.
- [12]杜存飞,王康伟. 大半径小圆弧测量方法及误差分析[J]. 科技信息,2008,22(5):18-19.  
DU Cunfei, WANG Kangwei. Measurement of large radius small arc and error analysis[J]. Science and Technology Information, 2008, 22(5):18-19.
- [13]武汉大学测绘学院测量平差学科组. 误差理论与测量平差基础[M]. 武汉:武汉大学出版社,2003:102-148.
- [14]王解先,季凯敏. 工业测量拟合[M]. 北京:测绘出版社,2008:51-52.
- [15]樊功瑜. 误差理论与测量平差[M]. 上海:同济大学出版社,1998:97-132.
- [16]靳祥生. 测量平差[M]. 郑州:黄河水利出版社,2010:88-110;

(责任编辑:高丽华)