

引用格式:李志明,钟麦英,贺凯迅.基于随机化分析的等价空间故障检测方法[J].山东科技大学学报(自然科学版),2019,38(2):117-124.

LI Zhiming, ZHONG Maiying, HE Kaixun. A randomized approach to parity space-based fault detection[J]. Journal of Shandong University of Science and Technology (Natural Science), 2019, 38(2): 117-124.

# 基于随机化分析的等价空间故障检测方法

李志明, 钟麦英, 贺凯迅

(山东科技大学 电气与自动化工程学院, 山东 青岛 266590)

**摘要:**基于等价空间的故障检测可实现残差对控制输入与未知状态的解耦,已成为提高系统安全性与可靠性的重要技术手段。针对难以同时降低故障漏报率与误报率的问题,提出一种随机化分析辅助的等价空间故障检测方法。首先,在未知输入概率分布未知的情况下,设计基于等价空间的残差产生器,并应用 Chernoff 界引理,给出故障误报率的随机化分析方法。其次,针对零故障误报率阈值选取的强保守性问题,给出一定故障误报率容许条件下的阈值选取方法,实现了故障误报率与可检测率的均衡设计。最后以某型无人机飞行控制系统进行仿真实验,验证了提出方法的有效性。

**关键词:**等价空间;故障检测;阈值;随机化分析

中图分类号:O175.8;TP1

文献标志码:A

文章编号:1672-3767(2019)02-0117-08

DOI:10.16452/j.cnki.sdkjzk.2019.02.014

## A randomized approach to parity space-based fault detection

LI Zhiming, ZHONG Maiying, HE Kaixun

(College of Electrical Engineering and Automation, Shandong University of Science and Technology, Qingdao, Shandong 266590, China)

**Abstract:** Parity space-based fault detection can realize residual's decoupling between control inputs and unknown system states and has become an important technique to improve system safety and reliability. To resolve the difficulty of reducing both the false alarm rate and the missing alarm rate, this paper proposed a randomized approach to parity space-based fault detection. First, with no priori knowledge of the unknown inputs, a parity space-based residual generator was designed, and by applying Chernoff bound lemma, a randomized approach to the false alarm of detection was proposed. Then, to overcome the conservation of zero false alarm rate threshold, a threshold selection method with the allowance of certain fault false alarm rate was given to balance the tradeoff between false alarm rate and fault detection rate. Finally, a simulation experiment was performed with an unmanned aerial vehicle control system and the effectiveness of the proposed method was illustrated.

**Key words:** parity space; fault detection; threshold; randomized approach

近三十年,针对故障检测与诊断技术研究的蓬勃发展,大量理论创新成果不断被提出,研究框架也逐步完善<sup>[1-2]</sup>。故障检测与诊断技术一般可为两大类,基于系统模型的方法和不依赖系统模型的方法。基于模型

收稿日期:2018-11-28

基金项目:国家自然科学基金项目(61873149,61333005,61733009)

作者简介:李志明(1987—),男,山东临沂人,硕士研究生,主要从事故障检测与诊断研究。E-mail: lizhiming@mail.sdu.edu.cn

钟麦英(1965—),女,山东博兴人,教授,博士生导师,主要研究方向为故障诊断和容错控制,本文通信作者。

E-mail: myzhong@sdust.edu.cn

的故障检测与诊断技术通常包括残差生成和残差评价两部分,其中经典方法有基于观测器的方法<sup>[3-7]</sup>、基于等价空间的方法<sup>[8-11]</sup>和基于参数估计的方法。

等价空间方法利用有限时间窗内系统输入与输出(或部分输出)之间的冗余关系构造残差,可实现残差与系统初始状态解耦。众多学者对等价空间方法进行了深入的研究,文献[12]将小波变换与等价空间方法结合,利用小波变换的时频局部化特性和快速算法,有效降低等价阶数,实现对较宽频率范围内故障的检测。文献[13]针对线性离散时变系统计算量大的问题,将残差评价函数的计算问题转化为求解 Krein 空间投影问题,提出一种递推的故障检测快速算法,显著降低运算量,提高了故障检测系统实时性。文献[14]应用 KL 散度联合故障距离函数和故障方向函数设计故障可诊断性指标,研究了线性离散系统的可诊断性问题。

基于易于应用方面的考虑,设定一个保守型阈值可以使误报率为零,从而避免错误报警的干扰。但发生微小故障(如在故障发生的初期)时,阈值过强的保守性会使故障检测率大大降低。文献[15]提出基于概率不等式方法的随机化算法,能够应用蒙特卡罗模拟对性能指标进行有效估计,运用此方法可以将检测系统性能评估问题转化为对一系列随机实验的随机化分析问题。文献[16]分析了应用主元分析窗口平滑和指数加权方法对检测微小故障的检测能力的提升效果,为阈值选取和提升故障检测率提供了思路。

本研究以噪声和扰动统计特性未知,但有限时间  $l_2$  范数有界的系统为研究对象,研究随机化分析辅助的等价空间故障检测方法。为权衡误报率和故障检测率两项性能指标,得到较高检测效率,基于随机化分析对误报率和漏报率估计结果,给出了检测阈值的选取方法。最后,以无人机纵向控制系统故障检测平台为例,验证提出方法的有效性。

### 1 问题描述

考虑如下的线性离散系统

$$\begin{cases} \mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}\mathbf{u}(k) + \mathbf{E}_d\mathbf{d}(k) + \mathbf{E}_f\mathbf{f}(k) \\ \mathbf{y}(k) = \mathbf{C}\mathbf{x}(k) + \mathbf{D}\mathbf{u}(k) + \mathbf{F}_d\mathbf{d}(k) + \mathbf{F}_f\mathbf{f}(k) \end{cases} \quad (1)$$

式中:  $\mathbf{x}(k) \in \mathbf{R}^n, \mathbf{u}(k) \in \mathbf{R}^p, \mathbf{y}(k) \in \mathbf{R}^q$  分别为状态向量、输入向量以及输出向量;  $\mathbf{d}(k) \in \mathbf{R}^l$  代表未知干扰和其他故障;  $\mathbf{f}(k) \in \mathbf{R}^m$  表示待检测的故障向量;  $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}, \mathbf{D}, \mathbf{E}_d, \mathbf{E}_f, \mathbf{F}_d, \mathbf{F}_f$  为相应维数的已知矩阵。

令

$$\mathbf{y}_s(k) = \begin{bmatrix} \mathbf{y}(k-s) \\ \mathbf{y}(k-s+1) \\ \vdots \\ \mathbf{y}(k) \end{bmatrix}, \mathbf{u}_s(k) = \begin{bmatrix} \mathbf{u}(k-s) \\ \mathbf{u}(k-s+1) \\ \vdots \\ \mathbf{u}(k) \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{d}_s(k) = \begin{bmatrix} \mathbf{d}(k-s) \\ \mathbf{d}(k-s+1) \\ \vdots \\ \mathbf{d}(k) \end{bmatrix}, \mathbf{f}_s(k) = \begin{bmatrix} \mathbf{f}(k-s) \\ \mathbf{f}(k-s+1) \\ \vdots \\ \mathbf{f}(k) \end{bmatrix}.$$

其中  $s$  为等价阶数,可得

$$\mathbf{y}_s(k) = \mathbf{H}_{\omega_s}\mathbf{x}(k-s) + \mathbf{H}_{u_s}\mathbf{u}_s(k) + \mathbf{H}_{d_s}\mathbf{d}_s(k) + \mathbf{H}_{f_s}\mathbf{f}_s(k).$$

其中

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{C} \\ \mathbf{CA} \\ \vdots \\ \mathbf{CA}^s \end{bmatrix}, \mathbf{H}_p = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_f & 0 & \cdots & 0 \\ \mathbf{CE}_f & \mathbf{F}_f & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ \mathbf{CA}^{-1}\mathbf{E}_f & \cdots & \mathbf{CE}_f & \mathbf{F}_f \end{bmatrix}.$$

将  $\mathbf{H}_{f_s}$  中的  $\{\mathbf{E}_f, \mathbf{F}_f\}$  分别替换为  $\{\mathbf{E}_d, \mathbf{F}_d\}$  和  $\{\mathbf{B}, \mathbf{D}\}$  可得  $\mathbf{H}_{d_s}$  和  $\mathbf{H}_{u_s}$ . 构造如下的残差生成器

$$\mathbf{r}(k) = \mathbf{V}_s[\mathbf{y}_s(k) - \mathbf{H}_{u_s}\mathbf{u}_s(k)] = \mathbf{V}_s[\mathbf{H}_{d_s}\mathbf{d}_s(k) + \mathbf{H}_{f_s}\mathbf{f}_s(k)]. \quad (2)$$

其中:  $\mathbf{r}(k)$  为残差向量;  $\mathbf{V}_s \in \mathbf{R}^{\gamma \times s \cdot m}$  为待设计的等价矩阵,且满足  $\mathbf{V}_s\mathbf{H}_{\omega_s} = \mathbf{0}$ ;  $\gamma$  为等价空间  $\mathbf{P}_s$  ( $\mathbf{H}_{\omega_s}$  的左零空

间)的维数。

残差对未知扰动的鲁棒性和对故障的敏感度分别定义为:

$$\begin{aligned} R_d &= \|\mathbf{V}_s \mathbf{H}_{ds}\| = \sup_{\mathbf{d}_s \neq 0} \frac{\|\mathbf{V}_s \mathbf{H}_{ds} \mathbf{d}_s(k)\|_2}{\|\mathbf{d}_s(k)\|_2}, \\ S_{f,+} &= \|\mathbf{V}_s \mathbf{H}_{fs}\| = \sup_{\mathbf{f}_s \neq 0} \frac{\|\mathbf{V}_s \mathbf{H}_{fs} \mathbf{f}_s(k)\|_2}{\|\mathbf{f}_s(k)\|_2}. \end{aligned} \quad (3)$$

则残差产生器的设计问题可以转化为如下的最小化问题:

$$J_{R/S+} = \min_{\mathbf{V}_s} \frac{R_d}{S_{f,+}}.$$

假设等价空间  $P_s$  的维数为  $\gamma$ , 残差向量可以表示为:  $\mathbf{r}(k) = [r_1(k) \ \cdots \ r_\gamma(k)]^T$ . 定义残差评价函数如下:

$$J_s(k) = \|\mathbf{r}(k)\|_2 = \left( \sum_{i=1}^{\gamma} r_i^2(k) \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (4)$$

由式(4)求得残差评价量以后,依据未知干扰的类型(统计特性已知,如白噪声;或有限时间内范数有界),选择适当的阈值  $J_{th}$ ,并基于如下逻辑判断故障的发生:

$$\begin{cases} J_s(k) \leq J_{th}, \text{无故障;} \\ J_s(k) > J_{th}, \text{发生故障.} \end{cases}$$

如果未知扰动在有限时间内能量有上确界,则利用未知扰动的上确界可以确定故障检测系统的零误报率检测阈值:

$$J_{th, FAR=0} = \sup_{\mathbf{f}_s(k)=0} J_s(k).$$

由于被检测对象所处环境和状态的不确定性,很难获得准确的未知扰动的上确界。即使已知未知扰动的上确界,设置  $J_{th, FAR=0}$  为检测阈值,不可避免会带来一定的故障漏报率。检测系统的漏报率和故障的大小有很直接的关系,微小故障和早期故障的漏报率对阈值的选取比较敏感。当系统发生微小故障时,适当降低检测阈值保守性会改善系统的检测性能。设定合适阈值,使检测系统的误报率和漏报率性得到最优权衡是一个设计难点。

## 2 故障检测系统设计

### 2.1 残差生成器设计

在残差生成器设计时,设计残差向量  $\mathbf{r}(k) = \mathbf{V}_s [\mathbf{H}_{ds} \mathbf{d}_s(k) + \mathbf{H}_{fs} \mathbf{f}_s(k)]$  且将等价矩阵  $\mathbf{V}_s$  的求解过程转化为性能指标的最小化问题:

$$J_{S^+}^R = \min_{\mathbf{V}_s} \frac{R_d}{S_{f,+}}.$$

定义等价空间  $P_s$  的一组基为  $\mathbf{N}_{sbasis}$ . 令  $\bar{\mathbf{H}}_{ds} = \mathbf{N}_{sbasis} \mathbf{H}_{ds}$ ,  $\bar{\mathbf{H}}_{fs} = \mathbf{N}_{sbasis} \mathbf{H}_{fs}$ . 将残差向量改写为以下形式:

$$\mathbf{r}(k) = \mathbf{W}_s (\bar{\mathbf{H}}_{ds} \mathbf{d}_s(k) + \bar{\mathbf{H}}_{fs} \mathbf{f}_s(k)). \quad (5)$$

式中  $\mathbf{W}_s$  为待设计等价矩阵,满足  $\mathbf{V}_s = \mathbf{W}_s \mathbf{N}_{sbasis}$ . 性能指标也相应改写为:

$$J_{S^+}^R = \min_{\mathbf{V}_s} \frac{R_d}{S_{f,+}} = \min_{\mathbf{W}_s} \frac{\|\mathbf{W}_s \bar{\mathbf{H}}_{ds}\|_2}{\|\mathbf{W}_s \bar{\mathbf{H}}_{fs}\|_2}.$$

对  $\bar{\mathbf{H}}_{ds}$  做奇异值分解

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{H}}_{ds} &= \mathbf{U} \mathbf{\Sigma} \mathbf{V}^T, \\ \mathbf{U}^T \mathbf{U} &= \mathbf{I}_{\gamma \times \gamma}, \mathbf{V} \mathbf{V}^T = \mathbf{I}_{\beta \times \beta}, \\ \mathbf{\Sigma} &= [\text{diag}(\sigma_1, \cdots, \sigma_\gamma) \ \mathbf{O}_{\gamma \times (\beta - \gamma)}], \\ \mathbf{S} &= \text{diag}(\sigma_1, \cdots, \sigma_\gamma). \end{aligned}$$

令  $\mathbf{W}_s = \bar{\mathbf{W}}_s \mathbf{S}^{-1} \mathbf{U}^T$ , 由保范性可得

$$\|\mathbf{W}_s \bar{\mathbf{H}}_{ds}\|_2 = \|\bar{\mathbf{W}}_s [\mathbf{I}_{\gamma \times \gamma} \ \mathbf{O}_{\gamma \times (\beta - \gamma)}]\|_2.$$

根据 2 范数的定义:

$$\|\bar{W}_s [I_{\gamma \times \gamma} \quad O_{\gamma \times (s-\gamma)}]\|_2 = \sigma(\bar{W}_s) = \|\bar{W}_s\|_2。$$

由矩阵范数的相容条件

$$\|W_s \bar{H}_{fs}\|_2 = \|\bar{W}_s S^{-1} U^T \bar{H}_{fs}\|_2 \leq \|\bar{W}_s\|_2 \|S^{-1} U^T \bar{H}_{fs}\|_2。$$

所以  $J_{S^+}^R$  型性能指标为:

$$\frac{\|W_s \bar{H}_{ds}\|_2}{\|W_s \bar{H}_{fs}\|_2} = \frac{\|\bar{W}_s\|_2}{\|\bar{W}_s S^{-1} U^T \bar{H}_{fs}\|_2} \geq \frac{\|\bar{W}_s\|_2}{\|W_{s2} S^{-1} U^T \bar{H}_{fs}\|_2} = \frac{1}{\|S^{-1} U^T \bar{H}_{fs}\|_2}$$

当令  $\bar{W}_s = I$  时,

$$J_{S^+}^R = \frac{1}{\|S^{-1} U^T \bar{H}_{fs}\|_2}，$$

得到如下的引理。

**引理 1** [8] 对于给定系统(1),最小化问题  $J_{S^+}^R = \min_{W_s} \frac{\|W_s \bar{H}_{ds}\|_2}{\|W_s \bar{H}_{fs}\|_2}$  的最优解为  $W_s = S^{-1} U^T$ ,同时得到最小

的性能指标  $J_{S^+}^R = \frac{1}{\|S^{-1} U^T \bar{H}_{fs}\|_2}$ 。

### 2.2 随机化算法与阈值选取

选定残差评价函数以后,检测阈值的选取对故障检测系统性能具有重要影响。如果未知扰动为白噪声且统计特性已知,取马氏距离后残差评价量服从自由度为  $((s+1) \times q)$  的  $\chi^2$  分布。应用查阅  $\chi^2$  分布分位数表的方法可以确定检测阈值的大小。例如,当系统设计要求误报率必须满足小于  $1-\alpha$ ,则系统阈值可设置为  $\chi^2$  分布  $\alpha$  分位数  $J_{th,1} = \chi^2_{(s+1) \times q, \alpha}$ 。

若扰动  $d(k)$  不满足白噪声,但在有限时间内  $l_2$  范数存在上界,那么残差评价量  $J_s(k)$  必然存在上界  $J_s(k) \leq \delta^2$ 。假设残差评价量  $J_s(k)$  的分布函数为  $F_{J_s(k)}(\cdot)$ ,显然  $F_{J_s(k)}(\delta^2) = 1$ 。如何设计采样复杂度  $M$  对  $\delta^2$  进行估计,不仅影响估计结果的可信度,并且很大程度影响算法的工程可实现性。文献[15]给出了一种估计分布极值取样复杂度的计算方法。

**引理 2** [15]:给定  $\epsilon_1 \in (0,1), \nu \in (0,1)$ ,进行  $M$  次独立试验,如果满足  $M \geq \frac{\log \nu}{\log(1-\epsilon_1)}$ ,则统计上界  $\hat{\delta}^2 = \max_k J_s(k), k=1,2,\dots,M$ ,以至少  $1-\nu$  的概率满足  $Pr\{J_s(k) \leq \hat{\delta}^2 | f(k)=0\} \geq 1-\epsilon_1$ 。

由引理 2 可见,取样次数  $M$  越大,则统计上界  $\hat{\delta}^2$  越接近真实上界  $\delta^2$ 。应用引理 2 的结果可以设计统计实验的取样复杂度,如取样次数  $M$  为 10 000,则  $Pr\{J_s(k) \leq \hat{\delta}^2 | f(k)=0\} \geq 0.9992$  的置信度至少为 0.9995。

设定检测阈值为  $J_{th,2} = \delta^2$ ,可以有效避免误报的发生,但当有微小故障发生时,故障的漏报率会显著升高。显然,此时选择  $J_{th,2} = \delta^2$  为检测阈值保守性是过强的。适当降低阈值的保守性会改善故障漏报率高的问题,但是降低过多同样会引起误报率指标的上行。如果能够获取当前设定阈值的误报率漏报率的准确信息,将对阈值的最优选取提供理论参考。文献[15]给出了一种估计系统性能指标的随机化算法。此方法可以应用于对误报率进行估计。

对待估计的问题进行如下描述:令  $\Delta$  为随机变量,且其概率密度函数为  $f_\Delta(\Delta)$ 。对于给定的性能指标函数  $J(\Delta)$ ,则存在概率分布  $p(\gamma) = Pr\{J(\Delta) \leq \gamma\}$ 。如果构造统计量  $\hat{p}(\gamma) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N Ind(\Delta^{(i)})$ ,式中  $N$  为采样次数,  $Ind(\cdot)$  为示性函数。设计采样复杂度  $N$  可以使  $\hat{p}(\gamma)$  一定置信度逼近真实的  $p(\gamma)$ 。可以用以下公式表示:对于给定精度  $\epsilon \in (0,1)$  和置信度  $\nu \in (0,1)$ ,可以确定一个最小的采样次数  $N$ ,使得  $Pr\{|\hat{p}(\gamma) - p(\gamma)| < \epsilon\} > 1-\delta$ 。

**引理 3** [15] (Chernoff 界引理): 给定任意  $\epsilon \in (0,1), \delta \in (0,1)$ , 如果

$$N \geq \frac{1}{2\epsilon^2} \log \frac{2}{\delta}，$$

则  $|\hat{p}(\gamma) - p(\gamma)| < \epsilon$  的概率大于  $1-\delta$ 。

**证明:**对于随机变量序列  $x_1, \dots, x_N$ , 由于

$$x_i = \text{Ind}(\Delta^{(i)}) = \begin{cases} 1, & \text{若 } \Delta^{(i)} \in \Theta \\ 0, & \text{其他} \end{cases}; i=1, \dots, N。$$

显然  $x_i \in [0, 1]$ , 令  $s_N = \sum_{i=1}^N x_i$ , 由 Hoeffding 不等式可得

$$\text{Pr}\{|s_N - E(s_N)| \geq \epsilon\} \leq 2e^{-\frac{2\epsilon^2}{N}},$$

且由  $\hat{p}(\gamma) = \frac{s_N}{N}$ ,  $E(\hat{p}(\gamma)) = p(\gamma)$  可得

$$\text{Pr}\{|\hat{p}(\gamma) - p(\gamma)| \geq \epsilon\} \leq 2e^{-2N\epsilon^2},$$

得证, 当  $N \geq \frac{1}{2\epsilon^2} \log \frac{2}{\delta}$  时

$$\text{Pr}\{|\hat{p}(\gamma) - p(\gamma)| < \epsilon\} > 1 - \delta。$$

假定未知扰动  $d(k)$  是各采样点相互独立的随机过程向量, 根据引理 3 的 Chernoff 界中采样复杂度的计算方法, 通过如下的统计试验估计无故障时相应检测阈值的误报率。

**步骤 1** 在无故障时对残差评价进行  $M$  次独立采样  $J_s(k)$ ,  $k=1, 2, \dots, M$ 。

**步骤 2** 选定待估计的系统阈值  $J_{th,2}$ 。

**步骤 3** 做如下的次数统计:

$$\mu(k) = \begin{cases} 1, & J_s(k) > J_{th,2} \\ 0, & J_s(k) \leq J_{th,2} \end{cases}, k=1, 2, \dots, M。$$

**步骤 4** 计算系统阈值  $J_{th,2}$  的误报率为:

$$\hat{\mu}_{FAR} = \frac{1}{M} \sum_{k=1}^M \mu(k)。$$

利用 Chernoff 界计算不等式可以得到以下结论:

**结论** 给定  $\epsilon_2 \in (0, 1)$ ,  $\beta \in (0, 1)$ , 进行  $M$  次独立试验, 如果满足  $M \geq \frac{1}{2\epsilon_2^2} \log \frac{2}{\beta}$ , 则统计量  $\hat{\mu}_{FAR}$  至少以

概率  $1 - \beta$  满足  $|\mu_{FAR} - \hat{\mu}_{FAR}| < \epsilon_2$ 。式中:  $\mu_{FAR}$  为真实误报率  $\mu_{FAR} = \text{Pr}\{J_s > J_{th} | f(k) = 0\}$ 。

阈值设定方法: ① 零误报率检测阈值选取方法: 根据引理 2 计算采样次数  $M$  可得零误报率检测阈值  $\hat{\delta}^2 = \max_k J_s(k)$ ,  $k=1, 2, \dots, M$ , 并能够得到该阈值的误差区间和置信度。但这种方法保守性较强, 在发生微小故障时, 会存在故障检测率低的弊端。② 误报率漏报率指标综合优化检测阈值选取方法: 首先, 通过求取  $J_s(k)$  的统计均值和方差, 以正态分布曲线为基准, 粗选一个检测阈值, 然后根据上文提出的误报率估计算法步骤估计误报率, 并统计出发生各种故障时的漏报率, 通过综合评定以上得出的误报率和漏报率数据对阈值进行调整。重复使用以上步骤直到获得最优的检测阈值。

### 3 仿真实验

为验证以上方法的有效性, 在 MATLAB 仿真环境下, 以某固定翼无人机纵向飞行控制系统故障检测仿真平台为例进行验证。无人机系统线性化模型<sup>[12-17]</sup> 如下:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}_c \mathbf{x}(t) + \mathbf{B}_c \mathbf{u}(t) + \mathbf{B}_{dc} \mathbf{d}_w(t), \\ \mathbf{y}(t) = \mathbf{C}_c \mathbf{x}(t) + \mathbf{v}(t). \end{cases} \quad (6)$$

式中:

$$\mathbf{A}_c = \begin{bmatrix} -0.012 & 7.523 & 0 & -9.8 & 0 \\ -0.0009 & -1.8656 & 1 & 0 & 0 \\ 0.0035 & -10.97 & -0.336 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -124.92 & 0 & 124.92 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{B}_c = \begin{bmatrix} -0.020 & 1 & 0.065 \\ -0.002 & 3 & 0 \\ -0.212 & 8 & -0.001 & 9 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{C}_c = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 57.3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 57.3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 57.3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \\
\mathbf{B}_{dc} = [2.277 \ 0 \ 1.865 \ 6 \ 10.97 \ 0 \ 124.92]^T.$$

考虑系统量测噪声为互不相关的均值为0,方差为0.1的白噪声。取采样周期为0.01 s,将线性化后的无人机纵向系统模型离散化,得到无人机纵向离散化系统模型为

$$\begin{cases} \mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}\mathbf{u}(k) + \mathbf{B}_d\mathbf{d}_w(k) \\ \mathbf{y}(k) = \mathbf{C}\mathbf{x}(k) + \mathbf{v}(k) \end{cases}. \tag{7}$$

1) 无人机执行器故障

将无人机执行器故障描述为如下的加性故障:

$$\mathbf{u}_f(k) = \mathbf{u}(k) + \mathbf{f}(k), k_{start} \leq k \leq k_{end}.$$

式中:  $k_{start}$  为故障开始时间,  $k_{end}$  为故障消失时间,  $\mathbf{u}(k)$  为执行器输入指令,  $\mathbf{f}(k)$  为执行器故障信号,  $\mathbf{u}_f(k)$  为执行器的实际输出。则无人机纵向系统故障模型可以表示如下:

$$\begin{cases} \mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}\mathbf{u}(k) + \mathbf{E}\mathbf{d}(k) + \mathbf{B}\mathbf{f}(k) \\ \mathbf{y}(k) = \mathbf{C}\mathbf{x}(k) + \mathbf{F}\mathbf{d}(k) \end{cases}. \tag{8}$$

式中  $\mathbf{d}(k) = [\mathbf{d}_w^T(k), \mathbf{v}^T(k)]^T$ ,  $\mathbf{E} = [\mathbf{B}_d, \mathbf{0}]$ ,  $\mathbf{F} = [\mathbf{0}, \mathbf{I}]$ 。其中,  $\mathbf{0}$ 、 $\mathbf{I}$  分别表示适当维数的零矩阵和单位矩阵。

设定仿真时间为180 s,步长为0.01 s,利用上文提出的方法设计故障检测系统,其中,等价阶数设置为30。前100 s为无故障正常飞行状态,在110 s和140 s,分别注入升降舵部分失效故障,分别为失效10%和失效8%。前100 s无故障飞行时,对残差评价量  $J_s(k)$  构造如下的统计量:

$$\hat{\delta}^2 = \max_k J_s(k), \hat{J}_s = \frac{\sum_{k=1}^M J_s(k)}{M}, \text{Var}(J_s) = \frac{1}{M} \sum_{k=1}^M (J_s(k) - \hat{J}_s)^2. \text{其中}, k = 1, 2, \dots, M, M = 10\ 000.$$

利用以上统计量构建如下的三个检测阈值:

$$J_{th,1} = \hat{\delta}^2, J_{th,2} = \hat{J}_s + (\text{Var}(J_s))^{\frac{1}{2}}, J_{th,3} = \hat{J}_s + 3(\text{Var}(J_s))^{\frac{1}{2}}.$$

以  $J_{th,1}, J_{th,2}, J_{th,3}$  为检测阈值,设计故障检测系统,检测结果如图1所示。

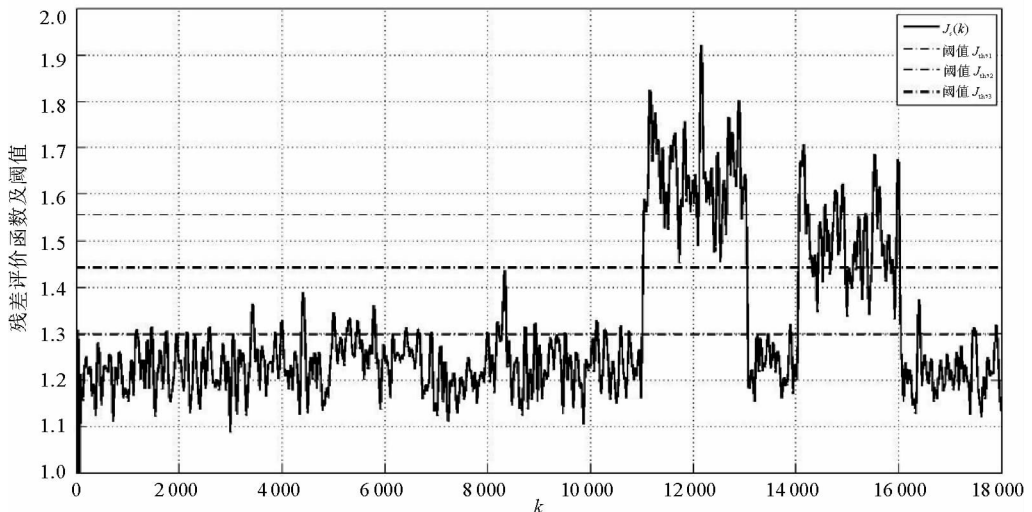


图1 升降舵部分失效故障检测波形

Fig. 1 Waveforms of elevator partial failure fault detection

实验中对残差评价量进行了  $M=10\ 000$  次独立采样,根据引理 2 和引理 3,使用上文提出随机化算法得到,故障误报率至少以 0.95 的概率满足  $|\mu_{FAR} - \hat{\mu}_{FAR}| < 0.009$ ,残差评价函数上界  $\hat{\delta}^2$  至少以 0.99 的概率满足  $Pr\{J_S \leq \hat{\delta}^2 | f(k)=0\} \geq 0.999\ 2$ 。实验结果如表 1 所示。

表 1 执行器故障系统阈值及其误报率漏报率

Tab.1 Threshold value of actuator fault dection system and its false alarm rate and missing alarm rate

系统阈值	$J_{th,1}=1.533\ 6$	$J_{th,2}=1.328\ 2$	$J_{th,3}=1.462\ 9$
误报率	0	0.160 0	0.001 2
10% 失效故障漏报率	0.303 5	0.004 5	0.074 5
8% 失效故障漏报率	0.812 5	0.029 5	0.330 5

实验结果显示,当失效故障相对较小时,故障检测漏报率对检测阈值的选取非常敏感。选取  $\hat{\delta}^2$  作为检测阈值虽然能够避免误报警的影响,但是故障检测漏报率在检测微小故障时性能下降明显。而选取  $J_{th,2} = \hat{J}_S + (\text{Var}(J_S))^{1/2}$  作为检测阈值,可以看到漏报率大大降低,但也存在误报率过大的缺点。所以将阈值适当增大,选取  $J_{th,3} = \hat{J}_S + 3(\text{Var}(J_S))^{1/2}$  作为检测阈值,误报率和漏报率相对都保持在较低的水平。

2) 无人机传感器故障

将无人机传感器故障描述为如下的加性故障:

$$\mathbf{y}_f(k) = \mathbf{y}(k) + \mathbf{f}(k), k_{\text{start}} \leq k \leq k_{\text{end}}。$$

式中:  $k_{\text{start}}$  为故障开始时间,  $k_{\text{end}}$  为故障消失时间,  $\mathbf{y}(k)$  为输出变量真实值,  $\mathbf{f}(k)$  为传感器故障信号,  $\mathbf{y}_f(k)$  为传感器的实际输出。则无人机纵向系统故障模型可以表示如下:

$$\begin{cases} \mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}\mathbf{u}(k) + \mathbf{E}\mathbf{d}(k) \\ \mathbf{y}_f(k) = \mathbf{C}\mathbf{x}(k) + \mathbf{F}\mathbf{d}(k) + \mathbf{F}_f\mathbf{f}(k) \end{cases}, \quad (9)$$

式中,  $\mathbf{F}_f$  为适当维数的单位阵。

使用上文实验中故障检测系统对飞行器传感器故障进行检测。前 100 s 为无故障正常飞行状态,在 110 s 和 140 s,分别注入飞行高度传感器增益故障,增益分别为 2.0 和 1.8。检测波形和实验结果分别如图 2 和表 2 所示。

实验结果显示,选取  $J_{th,2} = \hat{J}_S + (\text{Var}(J_S))^{1/2}$  为检测阈值可以同时得到比较好的误报率与漏报率性能指标。

对于无人机其他类型故障,如传感器以及执行器的偏差故障和卡死故障,均可以转化为加性故障信号,本研究提出的方法同样适用于以上类型的故障检测。

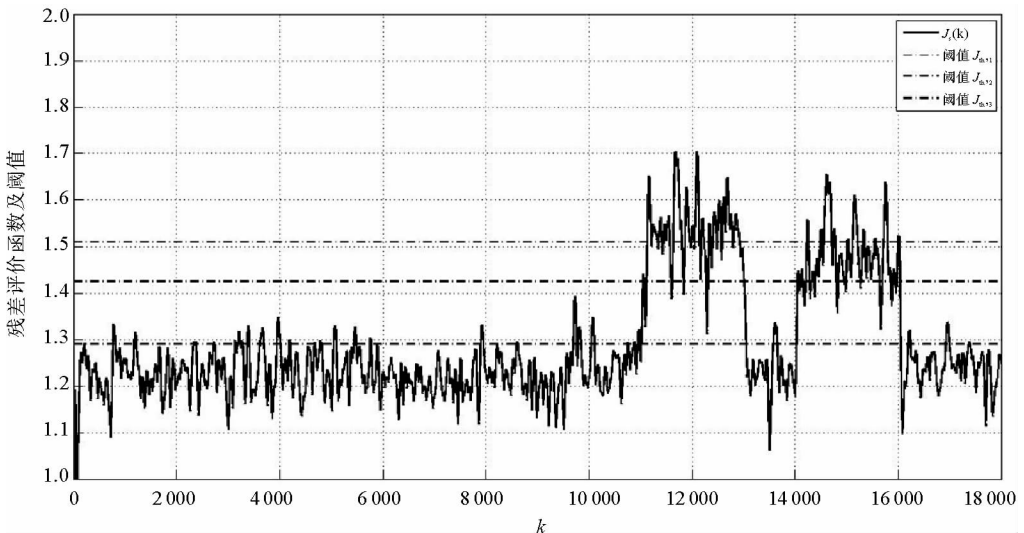


图 2 飞行高度传感器增益故障检测波形

Fig.2 Waveforms of flight altitude sensor gain fault detection

表2 传感器故障系统阈值及其误报率漏报率

Tab. 2 Threshold value of sensor fault detection system and its false alarm rate and missing report rate

系统阈值	$J_{m,1}=1.5107$	$J_{m,2}=1.2887$	$J_{m,3}=1.4249$
误报率	0	0.1530	0.0027
2.0增益故障漏报率	0.4420	0.0300	0.1675
1.8增益故障漏报率	0.6815	0.0195	0.3405

## 4 结论

本研究提出一种随机化分析辅助的等价空间故障检测方法的设计问题。应用概率不等式的方法,通过蒙特卡洛模拟估计故障检测性能指标、误报率和漏报率,并依据估计结果设定检测阈值的方法。在保证误报率指标较低条件下,应用所提方法可以提高故障检测系统对微小故障的故障检测率。最后利用无人机纵向控制系统故障检测模型对所提方法进行了仿真验证。

### 参考文献:

- [1]CHEN J,PATTON R J. Robust model-based fault diagnosis for dynamic systems[M]// Robust Model-Based Fault Diagnosis for Dynamic Systems. New York: Springer,1999:135.
- [2]DING S X. Model-based fault diagnosis techniques: Design schemes, algorithms, and tools[M]. Berlin: Springer,2008.
- [3]PATTON R J,FRANK P M,CLARK R N. Issues of fault diagnosis for dynamic systems[M]. Berlin: Springer,2010.
- [4]CHEN J,PATTON J R. Standard  $H^\infty$  filtering formulation of robust fault detection[J]. IFAC Proceedings Volumes,2000,33(11):261-266.
- [5]ZHONG M,ZHANG L,DING S X,et al. A probabilistic approach to robust fault detection for a class of nonlinear systems[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics,2017,64(5):3930-3939.
- [6]ZHONG M,ZHOU D,DING S X. On designing  $H^\infty$  fault detection filter for linear discrete time-varying systems[J]. IEEE Transactions on Automatic Control,2010,55(7):1689-1695.
- [7]LIU X D,ZHONG M Y,HAI L. EKF-based fault detection of unmanned aerial vehicle flight control system[J]. Journal of Shanghai Jiaotong University,2015,49(6):884-888.
- [8]DING S X,DING E L,JEINSCH T,et al. An approach to a unified design of FDI systems[C]//Proceedings of the 3rd Asian Control Conference. 2000:2812-2817.
- [9]DING X,GUO L,JEINSCH T. A characterization of parity space and its application to robust fault detection[J]. IEEE Transactions on Automatic Control,1999,44(2):337-343.
- [10]DING X,DING L,JEINSCH T. A new optimization approach to the design of fault detection filters[J]. IFAC Proceedings Volumes,2000,33(11):255-260.
- [11]DING S X,DING E L,JEINSCH T. An approach to analysis and design of observer and parity relation based FDI systems[J]. IFAC Proceedings Volumes,1999,32(2):7718-7723.
- [12]XUE T,ZHONG M,LI G. Wavelet transform and parity space based actuator fault detection for unmanned aerial vehicle[J]. Control Theory and Application,2016,33(9):1193-1199.
- [13]ZHONG M,SONG Y,DING S X. Parity space-based fault detection for linear discrete time-varying systems with unknown input[J]. Automatica,2015,59:120-126.
- [14]SONG Y,ZHONG M,CHEN J,et al. An alternative parity space-based fault diagnosability analysis approach for linear discrete time systems[J]. IEEE Access,2018,6:16110-16118.
- [15]TEMPO R,CALAFIORE G,DABBENE F. Randomized algorithms for analysis and control of uncertain systems: With applications[M]. Berlin: Springer Science & Business Media,2012.
- [16]JI H,HE X,SHANG J,et al. Incipient fault detection with smoothing techniques in statistical process monitoring[J]. Control Engineering Practice,2017,62:11-21.
- [17]肖业伦,金长江. 大气扰动中的飞行原理[M]. 北京:国防工业出版社,1993.