

# 钻孔灌注桩桩头静态破碎参数优化研究

戴选锋<sup>1</sup>, 关盛杰<sup>2, 3</sup>, 李小龙<sup>1</sup>, 王攀<sup>1</sup>, 孔德森<sup>2, 3</sup>

(1. 中国冶金地质总局青岛地质勘查院, 山东 青岛 266061; 2. 山东科技大学 土木工程与建筑学院, 山东 青岛 266590;

3. 山东科技大学 山东省土木工程防灾减灾重点实验室, 山东 青岛 266590)

**摘要:** 静态破碎技术以其低速加载、过程可控的优势, 近年来在混凝土构筑物的拆除中得到广泛应用。为研究静态破碎技术在钻孔灌注桩桩头破除工程中的应用, 分析了膨胀孔布孔方式对直径为 600 mm 桩头静态破碎效果的影响, 利用岩石真实破裂过程分析软件(RFPA<sup>2D</sup>)建立了不同布孔方式下桩头破碎的数值计算模型, 得到了一些物理试验难以准确测定的数据。研究表明: 桩头静态破碎是一个持续渐进的过程, 膨胀孔周围大致形成三条或两条主裂纹, 由于膨胀孔之间的应力叠加效应, 裂纹发展方向呈现特定规律: 其中一条指向最小抵抗线方向, 其余裂纹指向最近膨胀孔处。对于直径为 600 mm 的桩头破除工程, 采取“核心孔+环形均布 6 孔”的布孔方式, 可以达到较好的破碎效果。

**关键词:** 钻孔灌注桩; 静态破碎; 桩头破除; RFPA<sup>2D</sup>; 参数优化

**中图分类号:** TU470<sup>+</sup>.3

**文献标志码:** A

## Study on static crushing parameters optimization of bored cast-in-place pile heads

DAI Xuanfeng<sup>1</sup>, GUAN Shengjie<sup>2, 3</sup>, LI Xiaolong<sup>1</sup>, WANG Pan<sup>1</sup>, KONG Desen<sup>2, 3</sup>

(1. Qingdao Institute of Geological Exploration, China Metallurgical Geology Bureau, Qingdao, Shandong 266061, China;

2. School of Civil Engineering and Architecture, Shandong University of

Science and Technology, Qingdao, Shandong 266590, China;

3. Shandong Key Laboratory of Civil Engineering Disaster Prevent and Mitigation,

Shandong University of Science and Technology, Qingdao, Shandong 266590, China)

**Abstract:** With its advantages of low loading speed and controllable process, static crushing technology has been widely used in the demolition of concrete structures in recent years. In order to study the application of static crushing technology in the demolition of bored cast-in-place pile heads, this paper first analyzed the influence of expansion hole arrangement on static crushing effect of pile heads with diameter of 600 mm. Then, by using realistic failure process analysis software(RFPA<sup>2D</sup>), a numerical calculation model of pile head crushing under different hole arrangements was established and some data which were difficult to be accurately measured in physical tests were obtained. The results show that the static crushing of pile heads is a continuous and gradual process and three or two main cracks are roughly formed around the expansion hole. Due to the stress superposition effect between the expansion holes, the direction of crack development presents a specific law: one of the cracks points to the direction of the minimum resistance line and the rest of the cracks point to the nearest expansion hole. For the pile head breaking project with a diameter of 600 mm, the hole distribution method of “core hole plus circular uniform distribution of 6 holes” can achieve better crushing effect.

收稿日期:2021-01-11

基金项目:山东省自然科学基金项目(ZR2019MEE027); 中国冶金地质总局山东局青年科技基金项目(2020-19-9)

作者简介:戴选锋(1968—),男,山东昌邑人,高级工程师,主要从事岩土工程领域的设计与科研工作。

孔德森(1977—),男,山东滕州人,教授,博士,主要从事桩基工程领域的教学与科研工作,本文通信作者。

E-mail:dskong828@163.com

**Key words:** bored cast-in-place pile; static crushing; pile head break; RFPA<sup>2D</sup>; parameter optimization

灌注桩是一种重要的基础形式,其施工工艺成熟、成本相对较低,现已被广泛应用于各种土木工程领域。目前常用的桩头破除方法为人工凿除,使用风镐剥离桩头钢筋保护层,并在设计标高位置钻设水平孔,之后整体吊除内部桩体,该方法会产生强烈震动和粉尘污染,安全性较低。静态破碎技术是将破碎剂搅拌成浆体灌入结构物的钻孔中,破碎剂水化反应过程中伴随着膨胀与硬化,生成新的物质由于晶格结构的改变体积增大3倍,当膨胀受到孔壁的约束时,短时间内产生高膨胀压,混凝土等脆性材料抗压强度高而抗拉强度低,当单元内部所受拉应力大于抗拉强度时开始产生裂纹并逐渐发展,直至结构物破碎。与传统爆破方法破除混凝土构筑物相比,静态破碎技术具有低速加载、过程可控的特点,不仅可以实现破除效果,还以其无噪音、无飞石、无振动等优势,在人口密集城区、重要交通干线和特殊设备周围结构物的拆除中得到了广泛应用<sup>[1]</sup>。因此,将静态破碎技术应用到桩头处理工程中是可行的。

为了优化和推广静态破碎技术方案,国内外学者进行了相应的研究。Cambatese等<sup>[2]</sup>研究表明:当孔深为孔径的6~12倍、孔距为孔径的4~10倍时,混凝土开裂。唐烈先等<sup>[3-4]</sup>研究了单孔与双孔混凝土试块在静态破碎剂作用下的破坏过程,发现单孔方形混凝土试块的裂纹扩展呈三条主裂纹形式发展。姜楠等<sup>[5]</sup>基于实验数据和有限元数值计算结果对静态破碎时岩石中的应力分布弹性模型进行修正,得到应力分布方程。Laefter等<sup>[6]</sup>研究了孔径对水化热和膨胀压的影响,结果发现孔洞中部膨胀压最大,顶部由于破碎剂体积束缚减弱而膨胀压最小。谢益盛等<sup>[7]</sup>得出不同水灰比、拌合温度和孔径下的膨胀压力时程曲线。丁王飞等<sup>[8]</sup>提出边坡岩体清除的静态爆破物理模型和断裂力学模型,给出边坡斜孔裂纹尖端应力强度因子的计算公式。

经过诸多学者的探索,静态破碎技术已经在边坡岩体清除、混凝土构筑物拆除等多个领域进行了应用<sup>[9-11]</sup>,然而在桩头破除方面仍是理论滞后于实际,工程中对于膨胀孔孔距、排距、最小抵抗线长度的设计多根据经验选定,破碎剂的操作规范也只给出一定范围的参考值,对于较大的破除工程,过密的膨胀孔会影响经济效益和工程效率。本研究立足于工程实际,针对直径为600 mm桩基础在不同膨胀孔布设方式下分析破碎效果,旨在兼顾破碎效果和工程经济的前提下,总结出膨胀孔的最优布设方式,为静态破碎技术推广到桩头处理实践提供有益指导。

## 1 数值计算模型的建立

岩石真实破裂过程分析(realistic failure process analysis,RFPA)系统RFPA<sup>2D</sup>是模拟岩石、混凝土等脆性材料渐进破坏过程的分析软件,由加载系统、数据采集系统及处理系统组成,分析过程包括以弹性力学为基础的应力分析阶段和以弹性损伤理论及修正的摩尔-库伦损伤准则为基础的破坏分析两个阶段,应力分析阶段基于有限单元法,破坏分析阶段根据最大拉应变准则和摩尔库伦剪切破坏准则判断单元是否损坏,并且最大拉应变准则具有优先权<sup>[12-14]</sup>。在每一个加载步中,首先进行应力分析,遍历每一单元的应力状态来判断单元是否出现损伤,如果没有损伤单元,则进行下一分析步的计算,如果有单元进入损伤状态,则进行刚度退化处理<sup>[15]</sup>,并重新进行本分析步的运算。对于出现损伤的单元,用弹性损伤力学的本构关系描述混凝土单元的力学行为,按照等价应变原理,应力作用在受损材料上引起的应变与有效应力作用在无损材料上引起的应变等价。因此受损单元的损伤本构可以通过无损单元的名义应力表述:

$$\sigma = E_0(1 - D)\epsilon. \quad (1)$$

式中: $\sigma$ 为作用在单元上的应力, $\epsilon$ 为应变, $E_0$ 为初始弹性模量, $D$ 为损伤变量。

对损伤单元进行刚度退化处理时,其拉伸损伤本构模型如图1所示,剪切损伤本构模型如图2所示。当单元达到弹性极限后,其峰值后的应力应变曲线分为两段:第1段为幂函数表达的强度软化曲线,第2段为表示残余强度的水平直线。

图1中, $f_{tr}$ 是单元的残余强度, $\epsilon_{t0}$ 是弹性极限所对应的拉伸应变, $\epsilon_{tr}$ 是到达残余强度时对应的应变, $\epsilon_{tu}$ 是单元的极限拉伸应变。其拉伸损伤变量表达式为:

$$D_t = \begin{cases} 0, & \epsilon < \epsilon_{t0}; \\ 1 - \left(\frac{\epsilon_{t0}}{\epsilon}\right)^n, & \epsilon_{t0} \leq \epsilon \leq \epsilon_{tr}; \\ 1 - \left(\frac{\lambda\epsilon_{tr}}{\epsilon}\right), & \epsilon_{tr} < \epsilon < \epsilon_{tu}; \\ 1, & \epsilon \geq \epsilon_{tu}. \end{cases} \quad (2)$$

式中,  $D_t$  为拉伸损伤变量,  $\lambda$  为残余强度系数,  $\lambda = \frac{f_{tr}}{f_t}$ 。

图 2 中,  $f_{cr}$  是单元的残余强度,  $\epsilon_{c0}$  是弹性极限所对应的剪切应变,  $\epsilon_{cr}$  是到达残余强度时对应的应变。其剪切损伤变量表达式为:

$$D_c = \begin{cases} 0, & \epsilon > \epsilon_{c0}; \\ 1 - \left(\frac{\epsilon_{c0}}{\epsilon}\right)^n, & \epsilon_{cr} \leq \epsilon \leq \epsilon_{c0}; \\ 1 - \left(\frac{\lambda\epsilon_{cr}}{\epsilon}\right), & \epsilon \leq \epsilon_{cr}. \end{cases} \quad (3)$$

式中:  $D_c$  为剪切损伤变量,  $\lambda$  为残余强度系数,  $n$  为软化指数( $n=5$ )。

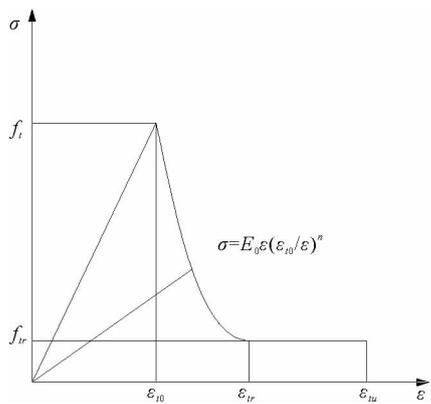


图 1 拉伸损伤本构模型

Fig. 1 Tensile damage constitutive model

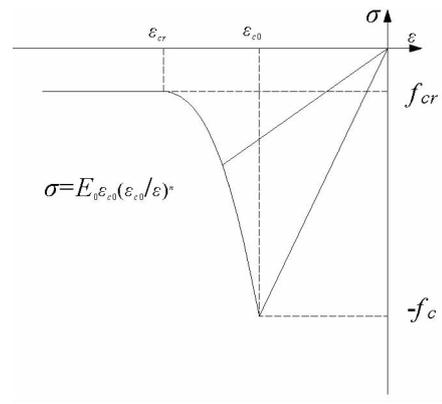


图 2 剪切损伤本构模型

Fig. 2 Shear damage constitutive model

对于拉伸损伤或剪切损伤,当损伤变量  $D = 1$  时,代表单元完全破坏,为了避免有限元分析数值上的困难,给破坏的单元赋予很小的弹性模量。

参考已有的工程破除实例,对于直径 600 mm 的钻孔灌注桩桩头,确定了 3 种静态破碎膨胀孔的布孔方式,如图 3 所示,依次为环形均布 6 孔、核心孔 + 环形均布 4 孔、核心孔 + 环形均布 6 孔,并分别编号为 I、II、III 型,环形均布孔均布设在半径为 150 mm 的圆上。采用二维平面应变模型建立桩头,网格划分为  $300 \times 300$  共 90 000 个单元,膨胀孔以软件内置空洞材料填充形式建立。RFPA<sup>2D</sup> 需要对桩头模型设置边界条件,本次模拟中分别在桩头底部、左部固定了位移。由于模型和膨胀孔是对称的,这种边界条件并不影响其右半部分模拟结果。工程实践中,在桩头部位只留有纵筋,不绑扎箍筋,并且在绑扎钢筋笼时,会在纵筋上套裹泡沫筒以隔离混凝土与纵筋之间的黏结力,以减小桩头配筋对静态破碎效果的影响。

混凝土是细集料与粗骨料组合而成的混合材料,因此其微观材料力学性质具有不均匀性,RFPA<sup>2D</sup> 为了将介质单元的微观与宏观力学性质联系起来,假定混凝土材料离散后的材料力学性质服从 Weibull 函数统计规律分布:

$$\varphi(\alpha) = \frac{m}{\alpha_0} \cdot \left(\frac{\alpha}{\alpha_0}\right)^{m-1} \cdot e^{-\left(\frac{\alpha}{\alpha_0}\right)^m} \quad (1)$$

式中： $\alpha$  为混凝土材料力学性质参数(弹性模量、密度、泊松比等)； $\alpha_0$  为混凝土单元力学性质的平均值； $m$  为分布函数的性质参数，定义为材料介质的均匀性系数，反映材料的均匀程度。

本次模拟的混凝土强度为 C30，材料单元力学参数列于表 1。生成的数值计算模型弹性模量分布规律如图 3 所示。文献[7]研究了钻孔直径为 40 mm 时不同水灰比下的膨胀压力时程曲线，为了能为桩头的破除工程提供实际参考，并统一施工方式，本次模拟钻孔直径统一取为 40 mm。加载方式为分级加载，每个计算步施加 1 MPa 的膨胀压。

表 1 桩头材料力学参数

Tab. 1 Mechanical parameters of pile head materials

平均弹性模量/GPa	均质度	摩擦角/(°)	拉压比	泊松比
26	3	30	10	0.2

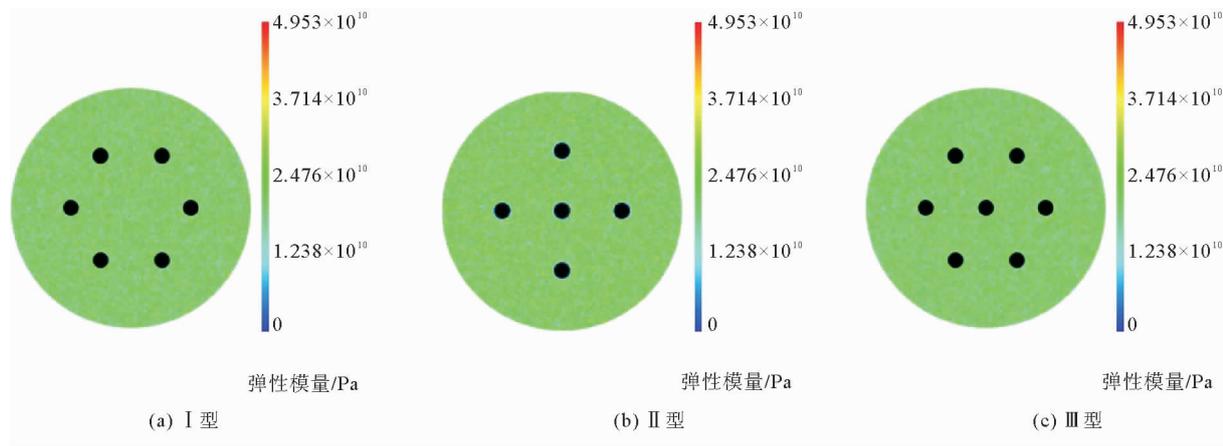


图 3 数值计算模型

Fig. 3 Numerical calculation model

## 2 计算结果分析

### 2.1 不同布孔方式下桩头破裂模式分析

为了研究“均布 6 孔”布孔方式下桩头破碎效果，分别分析了不同膨胀压时桩头的最大主应力场和裂纹发展规律，如图 4 所示。对于均布 6 孔的方式，在加载初期，膨胀孔壁处单元所受的应力并没有达到破坏强度值，膨胀孔周围应力以同心圆形式分布；相邻孔洞连线间由于应力叠加效应其最大主应力高于周围单元。随着水化反应的进行，当膨胀压达到 10 MPa 时，一些孔壁周围临近单元最先达到损伤值，出现不同程度的性能劣化及损伤，研究发现，损伤单元集中分布在指向桩头圆心方向和指向相反的自由界面方向，其原因为破坏总是优先沿着最小抵抗线方向发展。当膨胀压加载到 15 MPa，孔壁周围进入损伤的单元连续破坏并相互连通，裂纹开始形成并延伸，在此阶段膨胀孔周围大致形成两条裂纹，一条指向自由界面即抵抗线最小的方向，另一条指向桩头圆心或相邻膨胀孔，这一现象符合混凝土单孔及多孔裂纹发展一般规律。随着膨胀压继续增大，在尖端应力场的作用下裂纹继续延伸并持续影响桩头应力场的分布，进而裂纹的伸展也受到影 响，并且一些单元萌发出第三条裂纹，这三条裂纹大致以“人”字形式发展。该种布孔方式下，对外层桩体达到了较理想的破碎效果，但是对于内层部分，由于应力发展受限而达不到较好的破碎效果。

II 型布孔方式下桩头静态破碎过程应力场及裂纹发展规律如图 5 所示，在桩头圆心处增设一个膨胀孔，环形均布 4 孔。对比图 4 与图 5 可以发现，在加载前期，膨胀孔周围最大主应力基本在同一个数量级，相差不大；由于布孔数量的减少，从而导致 4 个环形均布孔之间孔距较 I 型增大，所以相互之间应力叠加效应不

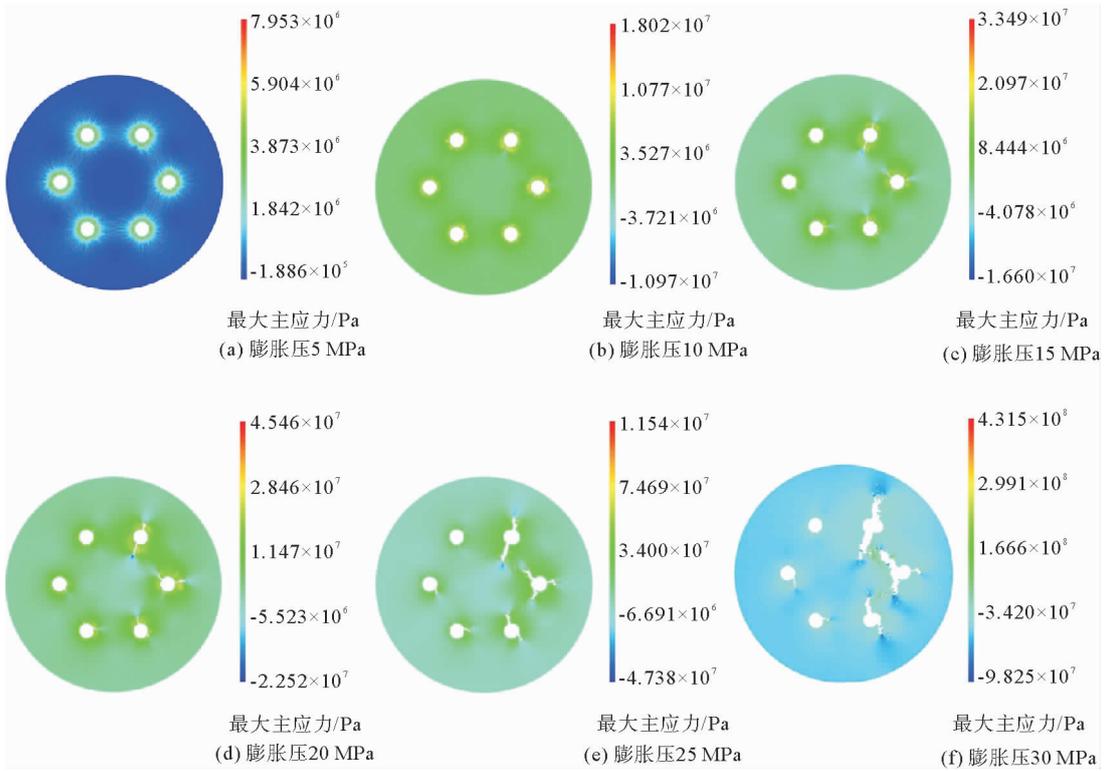


图 4 I 型布孔方式破碎过程示意图

Fig. 4 Diagram of crushing process with type I hole arrangement

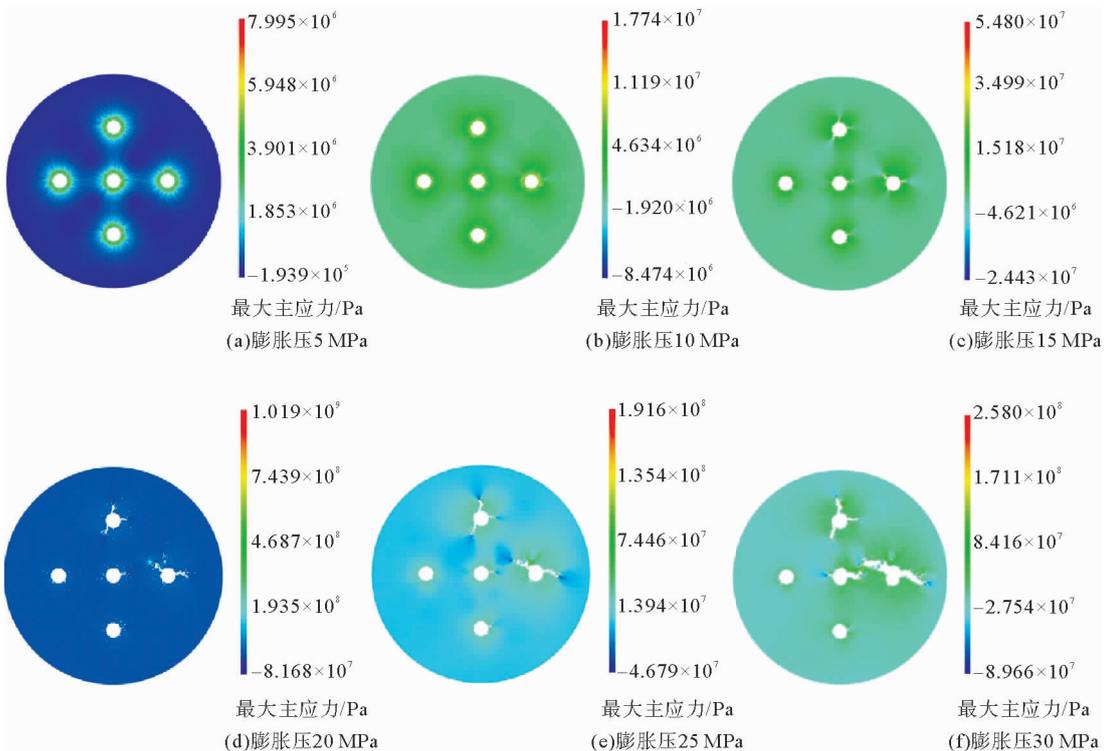


图 5 II 型布孔方式破碎过程示意图

Fig. 5 Diagram of crushing process with type II hole arrangement

明显。从图 5 可以看出,应力叠加分布带位于环形均布孔与核心孔的连线处,呈“十”字型。随着膨胀压的提高,膨胀孔周围一些单元进入损伤状态,且损伤单元的集中分布规律同 I 型:指向核心孔方向和自由界面方向。当膨胀压加载到 15 MPa 时,膨胀孔周围形成微裂纹,膨胀孔裂纹大致以“T”字型三条裂纹或相对称的两条裂纹形式发展。对于“T”字型三条裂纹,其中一条裂纹指向最近的自由界面,另一条与之对称指向核心孔,由于环形均布孔之间孔距较大,应力叠加效应不明显,所以第三条裂纹发展方向具有随机性。

III 型布孔方式下桩头静态破碎过程应力场变化及裂纹发展规律如图 6 所示,在桩头圆心处增设一个膨胀孔,环形均布 6 孔。裂纹发展形式同 I、II 型布孔方式:大致以“人”字型三条裂纹或相对称的两条裂纹形式发展。由于膨胀孔数量的增加,桩头截面内发展出多条裂纹,环形均布孔与核心孔之间存在较多数量的损伤单元,整体强度性能劣化严重,因此裂纹中指向核心孔方向的发展速度要快于指向自由界面方向。

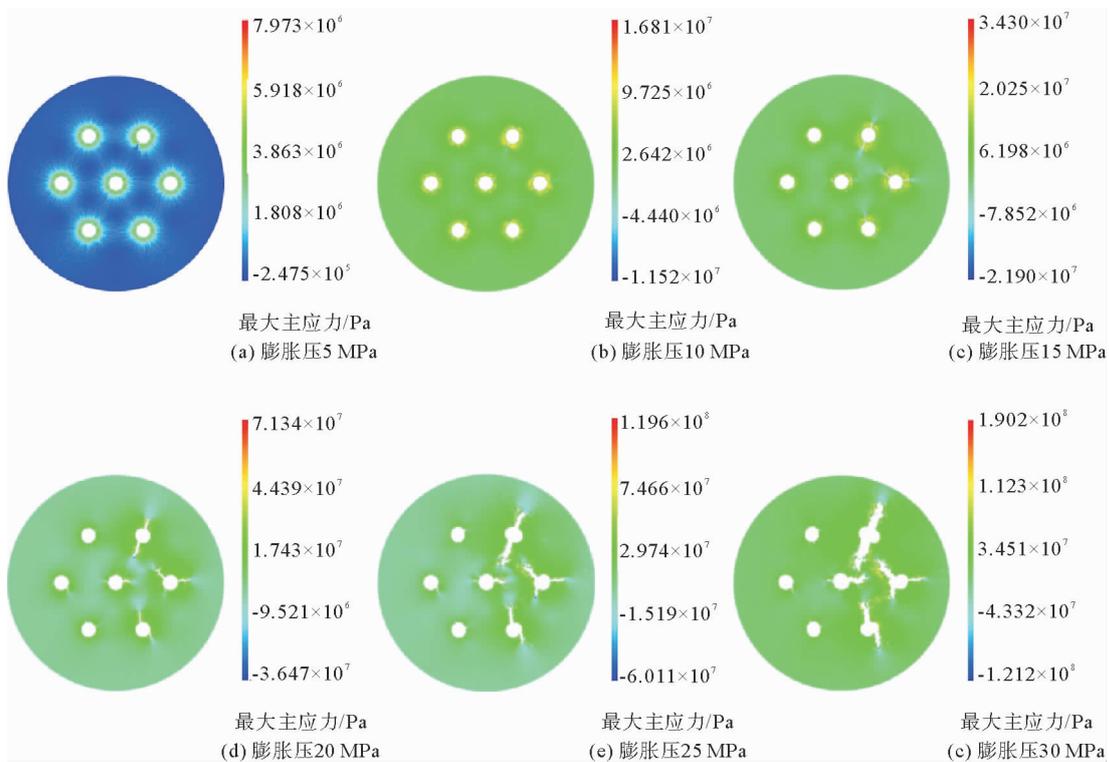


图 6 III 型布孔方式破碎过程示意图

Fig. 6 Diagram of crushing process with type III hole arrangement

### 2.2 布孔方式对桩头破碎效果的影响

三种布孔方式导致不同的破碎效果,对比分析可得:I 型布孔方式对于桩头外层混凝土破碎效果较好,然而由于裂纹发展总是优先指向最小抵抗线方向,所以对于内层混凝土破碎效果较差,不能形成宏观裂纹;II 型布孔方式在桩头圆心处增设了一个膨胀孔,相应的减少了环形均布孔的数量,该种布孔方式对于内层混凝土破碎效果较好,但是外层混凝土裂纹发展数量较少,最终会导致桩头破碎成较大块状,不利于清理;III 型布孔方式在前两种布孔方式的基础上改进,增加了环形均布孔的数量,即可以保证内层混凝土形成宏观裂纹,外层混凝土也可发展出多条裂纹从而最终破碎成较小的块状。在数值模拟计算中,单元的损伤量与岩石的声发射之间存在着正比关系。因此混凝土的声发射特性可以用细观模型模拟,用损伤单元数目来表征声发射次数。为了从微观能量角度衡量布孔方式对破碎效果的影响,研究了膨胀压与桩头声发射数量关系,如图 7 所示,声发射数量表示桩头破碎能量的累积。对比分析可以看出,在 0~10 MPa 加载范围内三种布孔方式下桩头破坏能量发展规律基本相似,膨胀压为 8 MPa 时破坏能量较大,在此阶段膨胀孔周围单元相继损伤破坏。膨胀压大于 20 MPa 时,I 型布孔方式破碎能量呈逐渐增大趋势,说明在此阶段,桩头破碎速度加快。II 型布孔方式破碎能量主要集中在膨胀压为 23~30 MPa 阶段。对于 III 型布孔方式,破碎能量均大

于前两种布孔方式, 其原因为裂纹发展数量增多并且出现大量损伤单元。

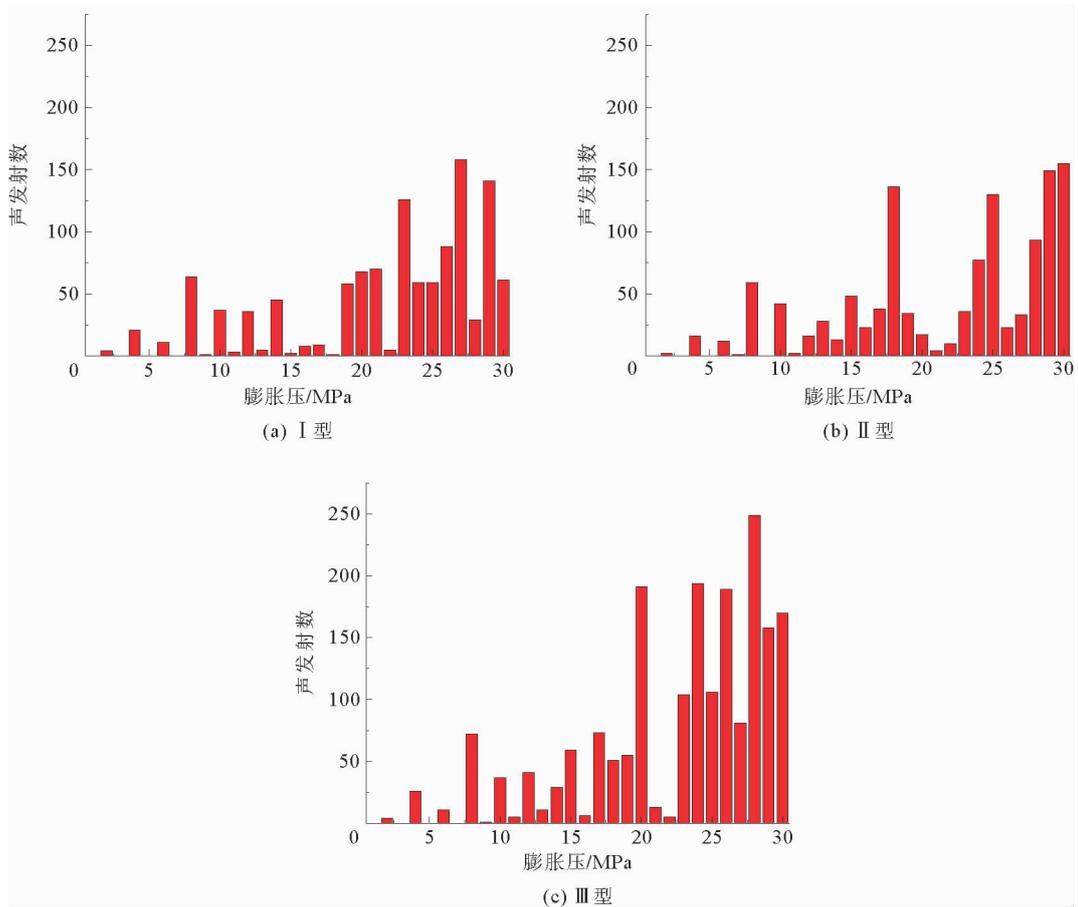


图7 3种布孔方式破碎过程声发射数量图

Fig. 7 Acoustic emission quantity in crushing process of three hole layout methods

### 3 结论

为了将静态破碎技术应用到钻孔灌注桩桩头破除工程中, 利用 RFPA<sup>2D</sup>模拟直径为 600 mm 的桩头静态破碎过程, 分析不同布孔方式下的破碎模式及破碎效果, 结论如下:

1) 桩头静态破碎是一个持续渐进的过程, 当膨胀压达到混凝土抗拉强度时, 膨胀孔孔壁处单元产生破坏, 当相邻损伤单元先后破坏, 裂纹开始形成。随着膨胀压的增大, 在尖端应力的作用下裂纹继续扩展延伸。

2) 膨胀孔周围大致形成三条或两条主裂纹, 由于膨胀孔之间的应力叠加效应, 裂纹发展方向呈现特定规律: 其中一条指向最小抵抗线方向, 其余裂纹指向最近膨胀孔处。

3) 为了避免外层膨胀孔裂纹发展受限, 工程实践中须在桩头圆心处增设膨胀孔, 用于破碎内层混凝土。

4) 对于直径为 600 mm 的桩头破除工程, 采取“核心孔+环形均布 6 孔”的布孔方式, 可以达到较好的破碎效果。

#### 参考文献:

- [1] 姜智胜, 郑文忠, 李瑞森, 等. 混凝土块体静态破碎试验研究[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2020, 52(6): 188-193.  
JIANG Zhisheng, ZHENG Wenzhong, LI Ruisen, et al. Experimental study on static crushing of concrete block[J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2020, 52(6): 188-193.
- [2] GAMBATESE J A. Controlled concrete demolition using expansive cracking agents[J]. Journal of Construction Engineering and Management, 2003, 129(1): 98-104.
- [3] 唐烈先, 唐春安, 唐世斌, 等. 静态破碎的物理与数值试验[J]. 岩土工程学报, 2005, 27(4): 437-441.

- TANG Liexian, TANG Chun'an, TANG Shibin, et al. Physical experiment and numerical simulation on effect of soundless cracking agent[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2005, 27(4): 437-441.
- [4] 唐烈先, 唐春安, 唐世斌. 混凝土静态破碎的物理试验与数值试验[J]. 混凝土, 2005(8): 3-5.  
TANG Liexian, TANG Chun'an, TANG Shibin, et al. Physical experiment and numerical tests of soundless cracking on concrete[J]. Concrete, 2005(8): 3-5.
- [5] 姜楠, 徐全军, 龙源, 等. 大孔径静态破碎膨胀压力特性及布孔参数分析[J]. 爆炸与冲击, 2015, 35(4): 467-472.  
JIANG Nan, XU Qianjun, LONG Yuan, et al. Expansive pressure characteristic and borehole parameter analysis on large scale borehole soundless[J]. Explosion and Shock Waves, 2015, 35(4): 467-472.
- [6] LAEFER D F, NATANZI A S, ZOLANVARI S M I. Impact of thermal transfer on hydration heat of a soundless chemical demolition agent[J]. Construction and Building Materials, 2018, 187: 348-359.
- [7] 谢益盛, 杨光辉, 黄小鹏. 静态破碎剂膨胀力学性能试验研究[J]. 煤矿安全, 2019, 50(3): 9-12.  
XIE Yisheng, YANG Guanghui, HUANG Xiaopeng. Experimental research on mechanical properties of static breaking agents[J]. Safety in Coal Mines, 2019, 50(3): 9-12.
- [8] 丁王飞, 罗利娟, 高倩, 等. 边坡岩体清除的静态控制爆破断裂设计方法研究[J]. 安全与环境工程, 2020, 27(1): 55-61.  
DING Wangfei, LUO Lijuan, GAO Qian, et al. Study on the fracture design method of static control blasting on excavation of slope rock-mass[J]. Safety and Environmental Engineering, 2020, 27(1): 55-61.
- [9] 郑长斌. 静态爆破在长阳南山坡岩崩治理中的应用[J]. 安全与环境工程, 2005, 12(2): 97-99.  
ZHENG Changbin. Application of static-state blast in the prevention of rock-fall at south-hill slope in Langping High School of Changyang county[J]. Safety and Environmental Engineering, 2020, 27(1): 97-99.
- [10] 邓军. 静态爆破在隧底水沟施工中的运用[J]. 爆破, 2003, 20(2): 90-92.  
DENG Jun. Application of static blasting in the implementation of drainage ditch at the bottom of tunnel[J]. Blasting, 2003, 20(2): 90-92.
- [11] 夏龙. 静态爆破技术在片石混凝土挡墙拆除中的应用[J]. 路基工程, 2014(3): 152-155.  
XIA Long. Application of static blasting technology in demolition of rubble concrete retaining wall[J]. Subgrade Engineering, 2014(3): 152-155.
- [12] 李先贵, 李凯. 带压开采下组煤底板采动破坏深度现场实测及模拟[J]. 西安科技大学学报, 2014, 34(3): 261-267.  
LI Xiangui, LI Kai. Field measurement and numerical simulation on the depth of floor damage in lower coal mining with water pressure[J]. Journal of Xi'an University of Science and Technology, 2014, 34(3): 261-267.
- [13] 崔恒涛, 鄒忠虎, 姜义黎, 等. 基于微观尺度的页岩损伤破裂数值试验[J]. 煤田地质与勘探, 2020, 48(5): 137-143.  
CUI Hengtao, WU Zhonghu, LOU Yili, et al. Numerical experiment on damage and fracture of shale based on micro-scale[J]. Coal Geology & Exploration, 2020, 48(5): 137-143.
- [14] 付军辉, 黄炳香, 林府进, 等. 煤层水力致裂对采场围岩应力扰动的影晌[J]. 山东科技大学学报(自然科学版), 2012, 31(3): 59-65.  
FU Junhui, HUANG Bingxiang, LIN Fujin, et al. Effect of hydraulic fracturing of coal seam on the stress disturbances in surrounding rocks of working face[J]. Journal of Shandong University of Science and Technology(Natural Science), 2012, 31(3): 59-65.
- [15] 钟波波, 张永彬, 李宏. 基于RFPA<sup>2D</sup>的岩石裂纹扩展模式的研究[J]. 武汉理工大学学报, 2014, 36(2): 82-88.  
ZHONG Bobo, ZHANG Yongbin, LI Hong. Study of mechanisms of crack propagation of rock based on RFPA<sup>2D</sup>[J]. Journal of Wuhan University of Technology, 2014, 36(2): 82-88.

(责任编辑:吕海亮)