

# 激光跟踪仪大角度不整平测量精度分析

段童虎<sup>1</sup>, 范百兴<sup>1</sup>, 黄赫<sup>1</sup>, 孙晨磊<sup>2</sup>, 陈哲<sup>1</sup>, 邹方星<sup>1</sup>

(1. 战略支援部队信息工程大学 地理空间信息学院, 河南 郑州 450001;

2. 郑州信大先进技术研究院, 河南 郑州 450001)

**摘要:**利用全站仪进行竖井等狭窄竖向空间传递测量时,垂直角过大导致高程精度急剧降低。根据激光跟踪仪可在平躺甚至倒挂状态下测量的特点,将狭窄竖向空间的垂直角测量转化为水平角测量,可以解决竖向高程传递问题。采用独立参数推导了适用于大旋转角的坐标转换和三维边角网平差模型;利用自主设计的大角度倾斜姿态测量装置,分析了仪顶角对精度的影响,并优化设站方式,实现激光跟踪仪在整平状态、旋转45°和旋转90°的3种姿态测量。不同布设模式的控制网平差结果表明,大角度不整平三维网的均方根误差小于0.349 mm,单位权中误差小于0.582 mm,点位精度优于0.634 mm,距离差值优于0.044 mm,精度可靠,此方法可用于狭窄竖向空间的三维坐标传递。

**关键词:**激光跟踪仪;大角度不整平;坐标转换;三维边角网平差;点位精度

中图分类号:P258

文献标志码:A

## Measurement accuracy analysis of laser tracker at large tilt angles

DUAN Tonghu<sup>1</sup>, FAN Baixing<sup>1</sup>, HUANG He<sup>1</sup>, SUN Chenlei<sup>2</sup>, CHEN Zhe<sup>1</sup>, ZOU Fangxing<sup>1</sup>

(1. School of Geospatial Information, Strategic Support Force Information Engineering University,

Zhengzhou 450001, China;

2. Zhengzhou Xinda Institute of Advanced Technology, Zhengzhou 450001, China)

**Abstract:** When the total station is used to coordinate transfer measurement in narrow vertical space such as a vertical shaft, the height accuracy is sharply reduced due to the large vertical angles, but a laser tracker can be used for measurement when placed horizontally or even upside down. According to the characteristics of the laser tracker, the vertical angle measurement in narrow vertical space is transformed into horizontal angle measurement, which can solve the problem of vertical elevation transmission. In this paper, independent parameters were used to derive the coordinate transformation and three-dimensional triangulation network adjustment model suitable for large rotation angles. The influence of instrument top angle on the accuracy was analyzed by using the large tilt angle attitude measuring device designed independently, and the station setting mode was optimized. The laser tracker was used for the measurement in three positions: the leveling state, the rotation state of 45° and the rotation state of 90°. The adjustment results of different control network layout modes show that the root mean square error of the three-dimensional control network with large tilt angles is less than 0.349 mm, the unit weight error is less than 0.582 mm, the point accuracy is better than 0.634 mm, and the distance difference is better than 0.044 mm. With reliable accuracy, the proposed method can be used for three-dimensional coordinate transmission in narrow vertical space.

**Key words:** laser tracker; large tilt angle; coordinate transformation; three-dimensional triangulation network adjustment; point accuracy

收稿日期:2022-07-25

作者简介:段童虎(1998—),男,山东德州人,硕士研究生,主要从事精密工程与工业测量研究。

范百兴(1978—),男,河南郑州人,副教授,博士,主要从事精密工程与工业测量研究,本文通信作者。

E-mail: fbxhrhr@sina.com

工程与工业测量中,习惯将全站仪等仪器严密整平对中后进行控制网测量。随着自由设站等方法<sup>[1-2]</sup>的出现,测量工作无需仪器对中即可完成,但整平仍是必不可少的步骤<sup>[3]</sup>。在利用全站仪或激光跟踪仪实现深 762.59 m、内径 6 m 的超深狭窄竖井联系测量等特殊工程测量中,测量环境无法为仪器提供严密整平的条件,而且目标点观测垂直角过大严重影响高程传递精度。若使仪器在平躺状态下测量,将垂直角测量转化为水平角测量,可克服以上问题。

目前,部分学者对全站仪不整平不对中测量进行了研究。文献[3]通过对比全站仪在整平和不整平状态的测量数据,验证了实测空间坐标的数学计算模型;文献[4]研究了全站仪在不整平不对中条件下的三维坐标测量方法,验证了任意旋转角坐标转换模型的精度;文献[5]提出采用部分观测值进行全站仪不整平后方交会测量的算法模型,并验证了该模型的可行性。上述研究均开展了全站仪不整平实验,其中文献[3-5]对比分析了全站仪在整平、小倾斜角不整平和大倾斜角不整平情况下的测量数据,但其中所提到的“大倾斜角不整平”也仅仅是在保证仪器不失稳的情况下,不整平放置三脚架,使全站仪处于大幅度的倾斜状态,并未实现全站仪倾斜 45°及更大角度的测量。此外,全站仪说明书并未提到其可以实现不整平测量,而激光跟踪仪说明书中明确提到其测量时无需整平,但目前对激光跟踪仪在倾斜 45°甚至平躺等大角度不整平状态下测量的研究甚少,因此需要建立完整的理论体系,解决实际工程问题,提高工作效率。

考虑到布尔莎(Bursa)模型、莫洛斯基(Molodensky)模型和武测模型等坐标转换方法求取任意角度坐标转换参数的局限性<sup>[6-9]</sup>,本研究在阐述大角度不整平三维坐标测量原理的基础上,采用独立参数(即 3 个旋转参数、3 个平移参数和 1 个尺度参数),利用 3 个以上的公共点进行坐标转换,通过大角度不整平三维边角网平差模型求取 6 个转换参数(尺度参数为 1)的最优估值,该模型适用于大角度的空间直角坐标转换。

为分析大旋转角坐标系转换模型和激光跟踪仪大角度不整平状态测量的精度,研制了激光跟踪仪大角度倾斜姿态测量装置,可实现激光跟踪仪姿态旋转角度自 0°至 90°的倾斜测量。基于此装置,分析了仪顶角对观测精度的影响,设站时应避免仪顶角过大或过小,据此优化了设站方式;以三维控制网的均方根误差、单位权中误差、控制点点位误差以及坐标反算距离与测距值的差值为精度指标,对激光跟踪仪在整平状态、旋转 45°和旋转 90°三种姿态下的测量精度进行实验分析。

## 1 大角度不整平状态测量原理及平差模型

### 1.1 三维坐标测量原理

激光跟踪仪测量系统是球坐标测量系统<sup>[10]</sup>,设第  $i$  台激光跟踪仪在大角度不整平状态下的坐标系为  $O_i-X_iY_iZ_i$ ,原点  $O_i$  与控制点  $j$  的连线在  $X_iO_iY_i$  平面的投影为  $O_ij'$ ,第  $i$  测站对第  $j$  个控制点的观测值为  $(Hz_{ij}, V_{ij}, S_{ij})$ ,如图 1 所示。其中: $Hz_{ij}$  是在  $X_iO_iY_i$  平面内,从  $X_i$  轴到  $O_ij'$  的顺时针度量角度,由于该角度是激光跟踪仪绕垂直旋转轴整体转动的角度,定义其为“仪转角”<sup>[11]</sup>;  $V_{ij}$  是原点  $O_i$  与控制点  $j$  的连线  $O_ij$  与  $Z_i$  轴的夹角,由于在大角度不整平状态下激光跟踪仪的  $Z_i$  轴指向并不一定为天顶方向,定义该角度为“仪顶角”<sup>[11]</sup>;  $S_{ij}$  为距离测量值。在仪器整平状态下,“仪转角”即为水平角,“仪顶角”即为天顶距。基于球坐标测量原理,可由式(1)得到控制点  $j$  在第  $i$  个测站坐标系下的三维坐标值。

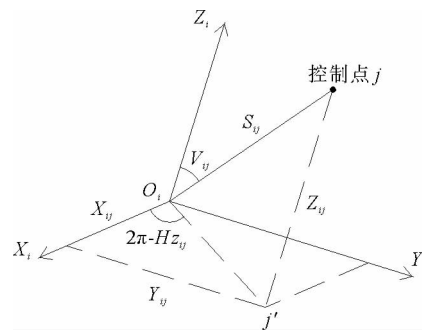


图 1 激光跟踪仪测量原理

Fig. 1 Measurement principle of laser tracker

$$\begin{cases} X_{ij} = S_{ij} \sin V_{ij} \cos(2\pi - Hz_{ij}) = S_{ij} \sin V_{ij} \cos Hz_{ij}, \\ Y_{ij} = S_{ij} \sin V_{ij} \sin(2\pi - Hz_{ij}) = -S_{ij} \sin V_{ij} \sin Hz_{ij}, \\ Z_{ij} = S_{ij} \cos V_{ij}. \end{cases} \quad (1)$$

## 1.2 大旋转角坐标系转换模型

在多台或多站位测量系统中,通常以第一测站坐标系为测量坐标系<sup>[12]</sup>,而由式(1)得到的是控制点在激光跟踪仪独立测站坐标系下的三维坐标,可利用公共点将其转换到测量坐标系下进行平差解算。

在空间内采用自由设站方式布设  $m$  个测站,利用激光跟踪仪在每个测站对  $n$  个公共点进行角度和距离观测,则  $m$  个测站和  $n$  个公共点构成了一个空间三维边角网。设第  $i$  个测站相对于测量坐标系的旋转参数为  $(R_{x_i}, R_{y_i}, R_{z_i})$ , 平移参数(激光跟踪仪中心的空间位置参数)为  $(X_{0_i}, Y_{0_i}, Z_{0_i})$ ,  $i=1, 2, \dots, m$ ; 第  $j$  个定向点在第  $i$  个测站坐标系下的坐标为  $(X_{ij}, Y_{ij}, Z_{ij})$ , 在测量坐标系下的坐标为  $(X_j, Y_j, Z_j)$ ,  $j=1, 2, \dots, n$ 。则可由式(2)将第  $j$  个公共点从第  $i$  个测站坐标系转换到测量坐标系下。

$$\begin{bmatrix} X_{ij} \\ Y_{ij} \\ Z_{ij} \end{bmatrix} = k \cdot \mathbf{R}_3(R_{z_i}) \cdot \mathbf{R}_2(R_{y_i}) \cdot \mathbf{R}_1(R_{x_i}) \begin{bmatrix} X_j - X_{0_i} \\ Y_j - Y_{0_i} \\ Z_j - Z_{0_i} \end{bmatrix} \quad (2)$$

式中:

$$\mathbf{R}_1(R_{x_i}) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos R_{x_i} & \sin R_{x_i} \\ 0 & -\sin R_{x_i} & \cos R_{x_i} \end{bmatrix}, \mathbf{R}_2(R_{y_i}) = \begin{bmatrix} \cos R_{y_i} & 0 & -\sin R_{y_i} \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin R_{y_i} & 0 & \cos R_{y_i} \end{bmatrix}, \mathbf{R}_3(R_{z_i}) = \begin{bmatrix} \cos R_{z_i} & \sin R_{z_i} & 0 \\ -\sin R_{z_i} & \cos R_{z_i} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$k$  表示尺度因子。由于激光跟踪仪的测距精度很高,如 Leica AT901 和 AT402 激光跟踪仪的绝对测距精度可达  $\pm 10 \mu\text{m}$ , 因此通常认为激光跟踪仪各个测站的距离尺度因子  $k = 1$ <sup>[13-14]</sup>, 则式(2)可以表示为:

$$\begin{bmatrix} X_{ij} \\ Y_{ij} \\ Z_{ij} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{i1} & b_{i1} & c_{i1} \\ a_{i2} & b_{i2} & c_{i2} \\ a_{i3} & b_{i3} & c_{i3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_j - X_{0_i} \\ Y_j - Y_{0_i} \\ Z_j - Z_{0_i} \end{bmatrix} \quad (3)$$

式中:  $a_{i1}, a_{i2}, a_{i3}, b_{i1}, b_{i2}, b_{i3}, c_{i1}, c_{i2}, c_{i3}$  为第  $i$  个测站旋转参数  $(R_{x_i}, R_{y_i}, R_{z_i})$  的函数,

$$\begin{cases} a_{i1} = \cos R_{y_i} \cdot \cos R_{z_i}, \\ a_{i2} = -\cos R_{y_i} \cdot \sin R_{z_i}, \\ a_{i3} = \sin R_{y_i}, \\ b_{i1} = \sin R_{x_i} \cdot \sin R_{y_i} \cdot \cos R_{z_i} + \cos R_{x_i} \cdot \sin R_{z_i}, \\ b_{i2} = -\sin R_{x_i} \cdot \sin R_{y_i} \cdot \sin R_{z_i} + \cos R_{x_i} \cdot \cos R_{z_i}, \\ b_{i3} = -\sin R_{x_i} \cdot \cos R_{y_i}, \\ c_{i1} = -\cos R_{x_i} \cdot \sin R_{y_i} \cdot \cos R_{z_i} + \sin R_{x_i} \cdot \sin R_{z_i}, \\ c_{i2} = \cos R_{x_i} \cdot \sin R_{y_i} \cdot \sin R_{z_i} + \sin R_{x_i} \cdot \cos R_{z_i}, \\ c_{i3} = \cos R_{x_i} \cdot \cos R_{y_i}. \end{cases} \quad (4)$$

## 1.3 三维边角网平差模型

由图 1 和式(1)可得,激光跟踪仪大角度不整平测量的三维坐标值与仪转角  $H_{z_{ij}}$  和仪顶角  $V_{ij}$  的函数关系式:

$$H_{z_{ij}} = 2\pi - \arctan \frac{Y_{ij}}{X_{ij}}, \quad (5)$$

$$V_{ij} = \frac{\pi}{2} - \arctan \frac{Z_{ij}}{\sqrt{X_{ij}^2 + Y_{ij}^2}}. \quad (6)$$

式(5)、(6)中的定向点坐标为测站坐标系下的坐标,通过式(3)可将其转换到测量坐标系下,则式(5)、(6)分别变为:

$$H_{z_{ij}} = 2\pi - \arctan \frac{a_{i2} \cdot (X_j - X_{0_i}) + b_{i2} \cdot (Y_j - Y_{0_i}) + c_{i2} \cdot (Z_j - Z_{0_i})}{a_{i1} \cdot (X_j - X_{0_i}) + b_{i1} \cdot (Y_j - Y_{0_i}) + c_{i1} \cdot (Z_j - Z_{0_i})}, \quad (7)$$

$$V_{ij} = \frac{\pi}{2} - \arctan \frac{a_{i3} \cdot (X_j - X_{0i}) + b_{i3} \cdot (Y_j - Y_{0i}) + c_{i3} \cdot (Z_j - Z_{0i})}{\sqrt{(a_{i1} \cdot (X_j - X_{0i}) + b_{i1} \cdot (Y_j - Y_{0i}) + c_{i1} \cdot (Z_j - Z_{0i}))^2 + (a_{i2} \cdot (X_j - X_{0i}) + b_{i2} \cdot (Y_j - Y_{0i}) + c_{i2} \cdot (Z_j - Z_{0i}))^2}} \quad (8)$$

点坐标与距离观测值的函数关系为:

$$S_{ij} = \sqrt{(X_j - X_i)^2 + (Y_j - Y_i)^2 + (Z_j - Z_i)^2} \quad (9)$$

分别对式(7)~(9)线性化,可得到观测值误差方程为:

$$\begin{cases} V_{ij}^S = d_1 \cdot \delta X_{i0} + d_2 \cdot \delta Y_{i0} + d_3 \cdot \delta Z_{i0} + d_4 \cdot \delta R x_i + d_5 \cdot \delta R y_i + \\ \quad d_6 \cdot \delta R z_i + d_7 \cdot \delta X_j + d_8 \cdot \delta Y_j + d_9 \cdot \delta Z_j - l_{ij}^S, \\ V_{ij}^{Hz} = e_1 \cdot \delta X_{i0} + e_2 \cdot \delta Y_{i0} + e_3 \cdot \delta Z_{i0} + e_4 \cdot \delta R x_i + e_5 \cdot \delta R y_i + \\ \quad e_6 \cdot \delta R z_i + e_7 \cdot \delta X_j + e_8 \cdot \delta Y_j + e_9 \cdot \delta Z_j - l_{ij}^{Hz}, \\ V_{ij}^V = f_1 \cdot \delta X_{i0} + f_2 \cdot \delta Y_{i0} + f_3 \cdot \delta Z_{i0} + f_4 \cdot \delta R x_i + f_5 \cdot \delta R y_i + \\ \quad f_6 \cdot \delta R z_i + f_7 \cdot \delta X_j + f_8 \cdot \delta Y_j + f_9 \cdot \delta Z_j - l_{ij}^V. \end{cases} \quad (10)$$

式中: $d_1, d_2, \dots, d_9, e_1, e_2, \dots, e_9, f_1, f_2, \dots, f_9$  分别为各观测值对定向参数的一阶偏导; $l_{ij}^S, l_{ij}^{Hz}, l_{ij}^V$  为常数项; $\delta X_{i0}, \delta Y_{i0}, \delta Z_{i0}, \delta R x_i, \delta R y_i, \delta R z_i$  为第*i*个测站参数的近似改正数。各待定参数的近似初值需要通过迭代控制舍入误差,一般迭代3次即可。将误差方程式(10)写成矩阵形式,即

$$V = A \cdot \delta X - l \quad (11)$$

设观测值权阵为  $P$ ,按照最小二乘原理即可解算得到未知参数

$$X = (A^T P A)^{-1} \cdot A^T P l \quad (12)$$

将定向参数初始值  $X_0$  加上参数残余值  $\delta X$  就可以得到定向参数。

## 2 装置设计

为验证激光跟踪仪在大角度不整平状态测量的可行性和测量精度,设计了激光跟踪仪大角度倾斜姿态测量装置,装置主要由连接板、安装板、设备安装螺丝、锁止手轮、锁止块、锁止盘、摇把手轮和转轴等零部件组成,如图2所示。

连接板的作用是将整个装置固定在三脚架或强制对中装置上。安装板固定在转轴上,与其同时转动,利用设备安装螺丝将激光跟踪仪固定在安装板上。锁止手轮可以实现对装置的锁定或解锁,顺时针旋转时,通过挤压锁止块固定锁止盘,锁定装置的姿态;逆时针旋转时,解锁姿态,利用摇把手轮驱动转轴和安装板旋转,锁止盘上的刻度可直观反映转动角度。

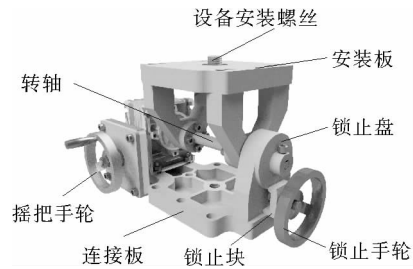


图2 大角度倾斜姿态测量装置

Fig. 2 Large angle tilt attitude measuring device

激光跟踪仪大角度倾斜姿态测量装置及仪器的安装步骤如下。

- 1) 通过连接板将整个装置安装在三脚架或强制对中装置上;
- 2) 顺时针旋转锁止手轮,锁定装置姿态,便于仪器安装的同时,防止装置转动对仪器的损坏;
- 3) 利用设备安装螺丝将激光跟踪仪固定在安装板上;
- 4) 仪器安装完毕后,逆时针旋转锁止手轮,转动摇把手轮,驱动装置旋转至理想姿态;
- 5) 顺时针旋转锁止手轮,固定激光跟踪仪姿态,即可开始测量。

定义装置的旋转角度为:以锁止手轮所在一侧为视线方向,安装板水平时为  $0^\circ$ ,顺时针或逆时针旋转角度范围为  $0^\circ \sim 90^\circ$ ,如图3所示。

本研究基于激光跟踪仪在以下3种姿态的测量进行研究。

姿态 1: 整平状态测量, 测量时打开补偿器, 如图 4(a)所示;

姿态 2: 倾斜 45° 测量, 测量时关闭补偿器, 如图 4(b)所示;

姿态 3: 倾斜 90° 测量, 测量时关闭补偿器, 如图 4(c)所示。

### 3 实验与分析

#### 3.1 设站方式优化

整平状态下, 随着垂直角的增大, 激光跟踪仪的点位误差也在急剧增大<sup>[13]</sup>。为获取高精度的三维点坐标, 有必要对大角度不整平状态下仪顶角对点位误差的影响进行分析, 进而优化设站方式。为保证所有的控制点均能被观测, 在 7 m × 10 m × 4 m 的实验空间内, 均匀布设 7 个控制点 P1~P7, 如图 5 所示。

在测站 Sta1 对同一平面上的 7 个控制点 P1~P7 进行观测。首先在整平状态下测量, 为将测量数据归算到水准面基准上, 需打开补偿器并设置为强制水平状态, 将该姿态坐标系作为测量坐标系, 然后针对姿态 3 设计如下 2 种测量方案。

方案 1: 倾斜 90° 测量, 垂直轴方向与控制点 P1~P7 所在平面大致平行;

方案 2: 倾斜 90° 测量, 垂直轴方向与控制点 P1~P7 所在平面大致垂直。

不同姿态下激光跟踪仪对控制点观测的仪顶角如表 1 所示, 整平状态和方案 1 的仪顶角均在 70°~110°, 方案 2 的仪顶角均小于 30°。

基于大旋转角坐标系转换和三维边角网平差模型, 以所有控制点为公共点, 将方案 1 和方案 2 分别与整平状态下的测量数据进行整网平差, 得到方案 1 三维边角网的单位权中误差为 0.273 mm, 均方根误差 0.023 mm; 方案 2 三维边角网的单位权中误差为 0.369 mm, 均方根误差 0.031 mm。通过对比, 方案 1 的整网平差精度明显优于方案 2。两种方案平差后的控制点点位误差如图 6 所示。

由图 6 可以看出, 方案 1 点位误差最小为 0.016 mm, 最大为 0.040 mm; 方案 2 点位误差最小为 0.025 mm, 最大为 0.045 mm; 方案 1 大部分点位精度优于方案 2。

上述分析表明, 仪顶角过小会降低点位精度, 对整网的平差精度也有较大影响。事实上, 仪顶

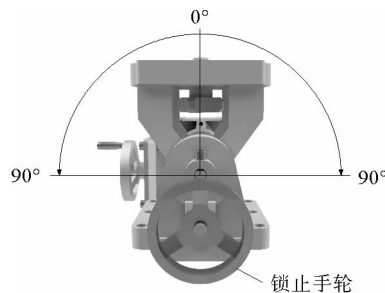


图 3 旋转角度定义图

Fig. 3 Definition diagram of rotation angle

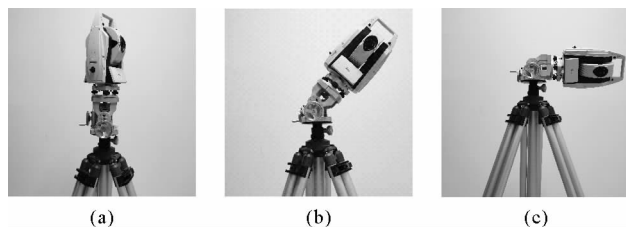


图 4 激光跟踪仪不同姿态测量

Fig. 4 Measurement of laser tracker with different attitude

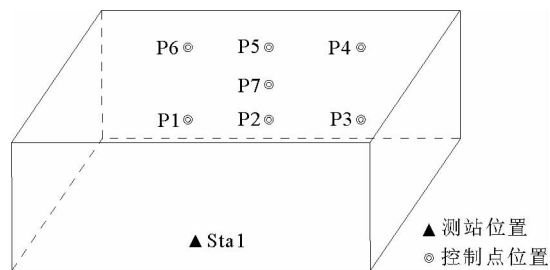


图 5 测站和控制点位置

Fig. 5 Position of station and control points

表 1 两种测量方案的仪顶角

Table 1 Instrument top angle of the two measurement schemes

点号	仪顶角(整平状态下为天顶距)		
	整平状态	方案 1	方案 2
P1	100°03'16.8"	107°26'57.4"	10°11'6.2"
P2	99°44'8.1"	90°52'7.8"	10°05'22.3"
P3	99°39'53.9"	74°15'13.7"	26°39'32.7"
P4	81°11'30.7"	75°13'14.6"	29°54'21.5"
P5	80°57'39.5"	91°28'25.3"	17°23'9.0"
P6	80°45'29.1"	107°55'31.3"	17°38'8.3"
P7	90°51'47.0"	91°06'49.3"	10°06'7.3"

角过大也会降低平差精度,因此在利用激光跟踪仪进行大角度不整平姿态测量时,应避免仪顶角过小或过大,将大部分控制点的仪顶角控制在  $70^{\circ}\sim 110^{\circ}$  的合理范围内。

### 3.2 大角度不整平自由设站测量精度分析

利用激光跟踪仪大角度倾斜姿态测量装置进行实验设计,在验证本研究坐标系转换模型适用于大角度空间直角坐标系转换的同时,对其转换精度进行分析。在某廊道内建立长约 50 m 的狭长三维控制网,共由 4 个断面构成,每个断面包含 4 个控制点,测站和控制点位置如图 7 所示。

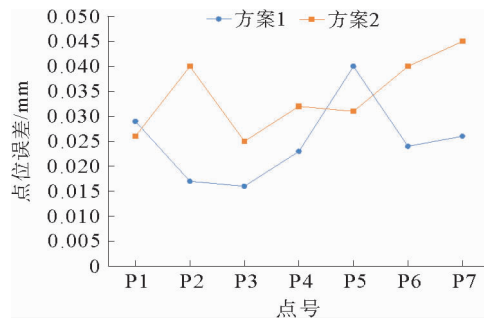


图 6 点位误差分布图

Fig. 6 Point error distribution

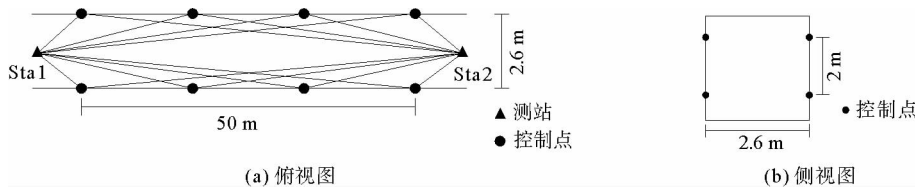


图 7 狭长三维控制网示意图

Fig. 7 A long and narrow three-dimensional control network

在 2 个测站分别进行 3 种姿态的数据采集,利用 Sta1 的姿态 1(整平状态)与 Sta2 的 3 种姿态布设 3 种模式的控制网,基于三维边角网平差模型对 3 种模式的控制网进行解算,3 种控制网布设模式如下:

- 模式 1:Sta1 整平状态和 Sta2 整平状态组网平差;
- 模式 2:Sta1 整平状态和 Sta2 倾斜  $45^{\circ}$ 组网平差;
- 模式 3:Sta1 整平状态和 Sta2 倾斜  $90^{\circ}$ 组网平差。

实际测量中,如果现场环境无法精密整平仪器或存在垂直角过大的控制点,可以采用大角度不整平自由设站测量的方法,此时若将大角度不整平状态的测量数据归算到整平状态的测站坐标系下,就必须在现场至少布设一个测站进行整平测量,工作量增大,因此有必要分析多站相同姿态测量构建的三维控制网精度,所以增加如下 2 种控制网布设模式:

- 模式 4:Sta1 倾斜  $45^{\circ}$ 和 Sta2 倾斜  $45^{\circ}$ 组网平差;
- 模式 5:Sta1 倾斜  $90^{\circ}$ 和 Sta2 倾斜  $90^{\circ}$ 组网平差。

精度是反映同一测量条件下测量误差总体大小的数字指标,可以用来表征观测质量的高低,均方根误差、单位权中误差和点位误差是三维控制网重要的精度指标。通过大角度不整平状态三维边角网平差,得到 5 种控制网布设模式的平差结果,如表 2 所示。

表 2 不同布设模式的控制网精度

Table 2 Control network accuracy of different modes

mm

精度指标	模式 1	模式 2	模式 3	模式 4	模式 5
均方根误差	0.082	0.171	0.349	0.205	0.347
单位权中误差	0.140	0.311	0.524	0.346	0.582

从表 2 可以看出,激光跟踪仪大角度不整平状态构建的控制网的均方根误差小于 0.349 mm,单位权中误差小于 0.582 mm;控制网布设模式 1 构建的三维控制网的均方根误差和单位权中误差最小。为更加直

观地反映不同倾斜姿态的测量精度,将控制网布设模式分为两组进行精度分析,布设模式 1、2 和 3 为第一组,布设模式 1、4 和 5 为第二组。对于第一组布设模式,模式 1 的整网平差精度最高,模式 3 的整网平差精度最低;对于第二组布设模式,模式 1 的整网平差精度最高,模式 5 的整网平差精度最低。由此可得,随着姿态倾斜角度的增大,激光跟踪仪多站测量所建立的三维控制网精度逐渐降低。

为进一步分析仪器倾斜角度对三维控制网精度的影响,对 5 种控制网布设模式平差后的控制点点位误差进行分析,如图 8、图 9 和表 3 所示。

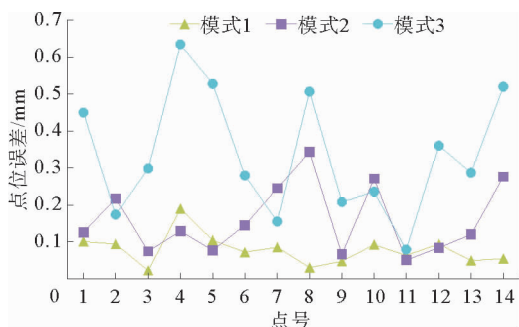


图 8 第一组布设模式的点位误差分布图

Fig. 8 Point error distribution of the first mode

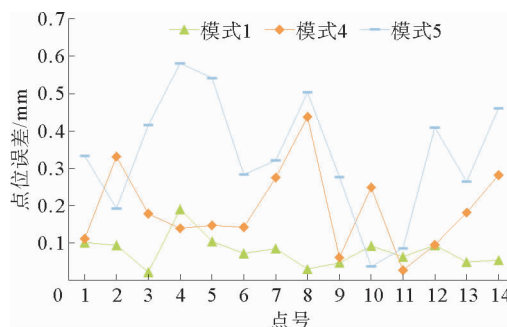


图 9 第二组布设模式的点位误差分布图

Fig. 9 Point error distribution of the second mode

由图 8、图 9 和表 3 可知,随着仪器姿态倾斜角度的增大,三维点位误差呈增大趋势。AT402 激光跟踪仪的标称点位精度为  $\pm(15 \mu\text{m} + 6 \mu\text{m}/\text{m})$ ,测量时距离最小值为 7 m,最大值为 53 m,由此可得此空间内标称点位精度在  $0.057 \sim 0.333 \text{ mm}$ 。由图 8、图 9 可得,激光跟踪仪 3 种姿态测量的点位误差大多在标称精度内,因此激光跟踪仪大角度不整平测量的精度是可靠的。

平差后,根据测站点和控制点坐标可以反算得到测站点和控制点距离,因为激光跟踪仪的测距精度可达  $\pm 10 \mu\text{m}$ ,远高于点位测量精度,所以坐标反算距离与激光跟踪仪测距值之差可以反映系统的点位平差精度<sup>[14]</sup>,结果如图 10、图 11 和表 4 所示。

表 3 不同布设模式的点位精度

Table 3 Point accuracy of different modes mm

控制网布设模式	点位误差		
	最小值	最大值	平均值
1	0.022	0.190	0.078
2	0.050	0.343	0.159
3	0.079	0.634	0.337
4	0.027	0.438	0.190
5	0.037	0.581	0.336

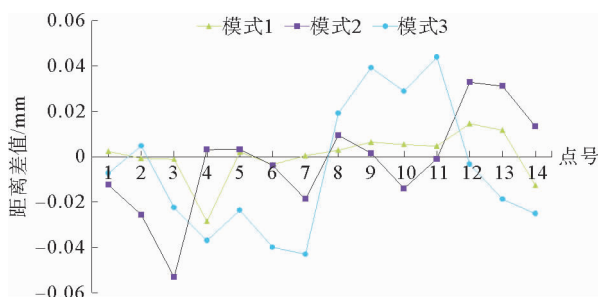


图 10 第一组布设模式的坐标反算距离与测距值的差值

Fig. 10 The difference between the distance calculated by coordinates and the distance measured directly of the first mode

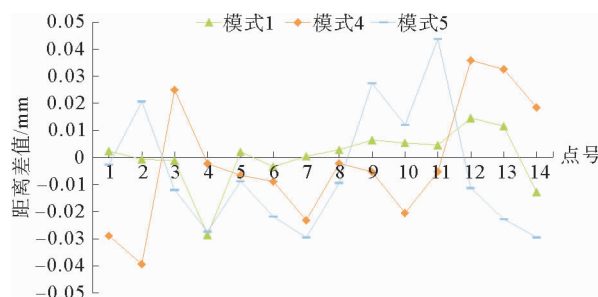


图 11 第二组布设模式的坐标反算距离与测距值的差值

Fig. 11 The difference between the distance calculated by coordinates and the distance measured directly of the second mode

由图 10、图 11 和表 4 可知,基于大角度不整平状态测量构建的控制网经过三维边角网平差后,控制网布设模式 1 的坐标反算距离与测距值的差值分布最集中,离散程度最低;对于控制网布设模式 1、2 和 3 而言,模式 3 的距离差值分布离散程度最高;对于控制网布设模式 1、4 和 5 而言,模式 4 和 5 的距离差值分布离散程度相当,模式 4 略优于模式 5。分析表明,整平状态下测量的稳定性最好,大角度倾斜姿态测量的稳定性较差,5 种模式的坐标反算距离与测距值的差值最大为 0.044 mm,可以满足工程与工业测量的需求。

由上述分析可得,控制点位置不变,控制网精度随激光跟踪仪倾斜角度的增大而降低,这是由于激光跟踪仪不整平测量时,补偿器无法正常工作,竖轴倾斜造成的垂直角、水平角误差无法得到补偿,测量值无法进行改正。在精密工程测量与工业测量中,实验环境如若允许,整平测量仍然是首要选择,而对于特殊环境的测量工作,可以考虑采用激光跟踪仪进行大角度不整平测量。

#### 4 结论

为满足利用激光跟踪仪实现超深狭窄竖井联系测量等特殊工程与工业测量领域的需求,利用自主设计的大角度倾斜姿态测量装置,对激光跟踪仪大角度不整平自由设站测量进行了系统研究,得到如下结论:

1) 本研究推导的大旋转角坐标系转换模型和三维边角网平差模型,适用于大角度的空间直角坐标转换,且精度可靠。

2) 仪顶角对激光跟踪仪大角度不整平状态测量精度的影响不容小觑,过大或过小均会降低测量精度,设站时应选择合适的位置和姿态,将控制点的仪顶角控制在  $70^{\circ}\sim 110^{\circ}$  的范围内。

3) 将 2 个测站的 5 个测量姿态组合成不同的控制网布设模式,通过平差结果得出,随着姿态倾斜角度的增大,控制网的精度和稳定性逐渐降低,但精度可靠。大角度不整平状态构建的控制网的均方根误差小于 0.349 mm,单位权中误差小于 0.582 mm,点位精度优于 0.634 mm,距离差值优于 0.044 mm。

根据激光跟踪仪可大角度不整平自由设站测量的特性,可以在超深狭窄竖井联系测量等特殊工程与工业测量中建立竖向三维控制网,实现平面坐标和高程的同步传递,解决工程难题。该方法省略了整平对中的步骤,操作简单,精度可靠,具有较强的实用价值。

#### 参考文献:

- [1] 潘正凤.高速铁路轨道平面控制网(CPⅢ)测量原理的探讨[J].测绘通报,2016(8):44-46.  
PAN Zhengfeng.Discussion on measuring principle of track plane control network (CPⅢ) for high-speed railway[J].Bulletin of Surveying and Mapping,2016(8):44-46.
- [2] 徐进军,赖慧斌,郝洋洋.自由设站轨道直线度测量方法与精度分析[J].测绘通报,2019(增2):145-148.  
XU Jinjun,LAI Huibin,GAO Yangyang.Straightness measurement method and accuracy analysis of track by free station [J].Bulletin of Surveying and Mapping,2019(S2):145-148.
- [3] 顾玄龙,刘成龙,郭伟.现代智能型全站仪不整平不对中测量的可行性分析[J].测绘通报,2018(10):79-83.  
GU Xuanlong,LIU Chenglong,GUO Wei.Feasibility research on without manual leveling and centering survey of modern intelligent total station[J].Bulletin of Surveying and Mapping,2018(10):79-83.
- [4] 郭剑琴,宣伟,余锐,等.全站仪不对中不整平条件下的测量[J].地理空间信息,2012,10(5):114-116.  
GUO Jianqin,XUAN Wei,YU Rui,et al.Research on the measurement of total station without centering and leveling[J].Geospatial Information,2012,10(5):114-116.

表 4 不同布设模式的坐标反算距离与测距值的差值

Table 4 The difference between the distance calculated by coordinates and the distance measured

控制网布 设模式	坐标反算距离与测距值差值 directly of different modes		
	最小值	最大值	平均值
1	-0.029	0.015	0.001
2	-0.053	0.033	-0.002
3	-0.043	0.044	-0.006
4	-0.039	0.036	-0.002
5	-0.030	0.043	-0.005



- [5] 欧圣旻,刘成龙,杨雪峰,等.一种全站仪不整平后方交会测量数据处理模型研究[J].测绘与空间地理信息,2019,42(11):73-77.  
OU Shengyang, LIU Chenglong, YANG Xuefeng, et al. Research for a resection data processing model of ETS without leveling[J]. Geomatics & Spatial Information Technology, 2019, 42(11): 73-77.
- [6] LI B F, SHEN Y Z, LI W X. The seamless model for three-dimensional datum transformation[J]. Science China Earth Sciences, 2012, 55(12): 2099-2108.
- [7] 姚宜斌,黄承猛,李程春,等.一种适用于大角度的三维坐标转换参数求解算法[J].武汉大学学报(信息科学版),2012,37(3):253-256.  
YAO Yibin, HUANG Chengmeng, LI Chengchun, et al. A new algorithm for solution of transformation parameters of big rotation angle's 3D coordinate[J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2012, 37(3): 253-256.
- [8] 曾怀恩,黄声享.三维坐标转换参数求解的一种直接搜索法[J].武汉大学学报(信息科学版),2008,33(11):1118-1121.  
ZENG Huai'en, HUANG Shengxiang. A kind of direct search method adapted to solution of 3D coordinate transformation parameters[J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2008, 33(11): 1118-1121.
- [9] 陈义,沈云中,刘大杰.适用于大旋转角的三维基准转换的一种简便模型[J].武汉大学学报(信息科学版),2004,29(12):1101-1105.  
CHEN Yi, SHEN Yunzhong, LIU Dajie. A simplified model of three dimensional-datum transformation adapted to big rotation angle[J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2004, 29(12): 1101-1105.
- [10] 刘峥嵘,邹进贵.利用激光跟踪仪三维控制网测量及其精度分析[J].测绘通报,2020(增1):51-52.  
LIU Zhengrong, ZOU Jingui. Measurement and accuracy analysis of 3D control network using laser tracker[J]. Bulletin of Surveying and Mapping, 2020(S1): 51-52.
- [11] 刘硕,刘光博,刘尚国,等.激光跟踪仪的测量误差解析与精度仿真[J].测绘工程,2021,30(6):21-26.  
LIU Shuo, LIU Guangbo, LIU Shangguo, et al. Measurement error analysis and accuracy simulation of laser tracer[J]. Engineering of Surveying and Mapping, 2021, 30(6): 21-26.
- [12] 范百兴,李广云,周维虎,等.激光跟踪仪空间联合平差模型及精度分析[J].武汉大学学报(信息科学版),2018,43(1):120-126.  
FAN Baixing, LI Guangyun, ZHOU Weihu, et al. Precision analysis of the unified spatial metrology network adjustment model[J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2018, 43(1): 120-126.
- [13] 范百兴.激光跟踪仪高精度坐标测量技术研究是实现[D].郑州:解放军信息工程大学,2013:31,44,64.  
FAN Baixing. Research and realization of the high precision coordinate measurement technique using laser tracker[D]. Zhengzhou: PLA Information Engineering University, 2013: 31, 44, 64.
- [14] 郭迎钢,赵文斌,李宗春,等.激光跟踪仪多测站抗差马氏光束法平差[J].光学精密工程,2020,28(9):2046-2055.  
GUO Yinggang, ZHAO Wenbin, LI Zongchun, et al. Robust Mahalanobis bundle adjustment for laser tracker multi-station measurement[J]. Optics and Precision Engineering, 2020, 28(9): 2046-2055.

(责任编辑:高丽华)