

基于张量环分解的三维地震数据重建方法

张杏莉,刘作刚,张亚萍,赵卫东

(山东科技大学 计算机科学与工程学院,山东 青岛 266590)

摘要:地震数据处理一直是地震学研究的热点,地震数据重建是地震数据处理中不可或缺的一环。本研究提出一种基于张量环分解的三维地震数据重建方法。通过张量环分解将大的三维数据转换成小的三维数据的乘积,利用张量环隐空间的低秩结构对张量环因子施加低秩约束,在使用交替方向乘子法和增广拉格朗日函数求解过程中对张量环因子进行核范数正则化和奇异值分解,通过循环多线性乘积将小的三维数据恢复为大的三维数据,最终获得三维地震数据重建结果。仿真数据和真实数据的实验结果表明,与正交矩阵追踪汉克尔重建方法和数据驱动紧致框架方法相比,本方法具有更好的重建效果和计算效率。

关键词:张量环分解;地震数据重建;核范数正则化;交替方向乘子法;低秩约束

中图分类号:TN929.5

文献标志码:A

3D seismic data reconstruction based on tensor ring decomposition

ZHANG Xingli, LIU Zuogang, ZHANG Yaping, ZHAO Weidong

(College of Computer Science and Engineering, Shandong University of Science and Technology, Qingdao 266590, China)

Abstract: Seismic data processing has always been a hot spot in seismology research, and seismic data reconstruction is an indispensable part of seismic data processing. In this paper, a 3D seismic data reconstruction method based on tensor ring decomposition was proposed. Tensor ring decomposition was applied to convert large 3D data into a product of small 3D data. The TR factor was constrained by the low-rank structure of the latent space of the tensor ring. The nuclear norm regularization and singular value decomposition of the TR factor were carried out in the solution process by using the alternating direction multiplier method and the augmented Lagrangian function. The small 3D data was recovered into large 3D data through the cyclic multilinear product and the data reconstruction results were obtained. The experimental results of simulation data and field data show that the proposed method has better reconstruction performance and computational efficiency compared with the orthogonal matrix pursuit Hankel reconstruction method and the data-driven tight frame method.

Key words: tensor ring decomposition; seismic data reconstruction; nuclear norm regularization; alternating direction multiplier method; low rank constraint

地震数据采集受采集环境和地理条件的限制,容易造成数据不完整,低质量的地震数据对后续地震数据处理和解释工作产生较大影响,因此地震数据重建已成为地震数据处理的重点研究内容之一。数据重建是在数据缺失的情况下,利用少量的数据预测、补全缺失的数据。目前常用的数据重建方法有滤波器、函数变换、压缩感知和降秩等。

基于滤波器的方法通过缺失数据与某种插值滤波器的卷积来获得重建数据。Spitz^[1]提出 $f-x$ 域插值重建方法,在 $f-x$ 域中使用低频数据重建高频数据;Naghizadeh 等^[2]提出线性预测滤波器重建方法,在规

收稿日期:2022-05-23

基金项目:国家自然科学基金项目(51904173);山东省高校科技计划项目(J18KA307)

作者简介:张杏莉(1981—),女,山东青岛人,副教授,博士,主要研究方向为信号分析与处理. E-mail:xlzhang_only@163.com.

则的网格下重建不规则的数据。但基于滤波器的方法只能处理规则的数据。基于函数变换的方法先对地震数据进行正变换编码,然后在变换域内插值,再进行反变换解码,进而对数据重建。Jahanjoo 等^[3]提出抗泄漏傅里叶变换方法,通过正则化处理不规则的数据,但是当输入的数据比较混叠时数据重建效果不理想,并且傅里叶变换是一种全局变换,不能准确地表示局部特征;唐欢欢等^[4]提出 3D 高阶抛物 Radon 变换方法,解决了 3D 不规则数据的重建问题,但 Radon 变换处理复杂曲线事件的能力较差;Zhang 等^[5]通过多尺度、多方向的 Curvelet 变换对较大规模的数据进行处理;文献[6]采用一种非等间距的离散 Curvelet 变换方法对非均匀采样的数据进行处理;张凯等^[7]将 Shearlet 变换和离散余弦变换字典相结合进行数据重建。但是函数变换方法的基函数是固定的,不能根据地震数据的特征自适应地选择基函数^[8]。压缩感知理论是一种新的信号处理方法,可以由远少于采样定理要求的采样点重建恢复,目前已经被应用到地震数据重建中。Zhang 等^[9]提出基于随机样本的压缩感知方法,通过将样本划分为若干子集以获得重建结果;孙苗苗等^[10]将形态成分分析与压缩感知结合,消除了空间假频;段中钰等^[11]将压缩感知和平方正则交替方向乘子法结合,消除了过拟合现象。但压缩感知方法难以满足地震道大范围缺失的情况。降秩是地震数据重建的另一种方法,如低秩矩阵补全方法^[12]、基于奇异值分解(singular value decomposition, SVD)的低秩约束和曲线域稀疏约束的重建方法^[13-14],而在低秩矩阵上进行核范数约束的方法变得越来越广泛。Wang 等^[15]提出加权核范数最小化方法,通过迭代重新加权使加权核函数模型接近于“计数秩函数”并且可以提升低秩矩阵,但核范数最小化是指所有奇异值之和的最小化,不等于核函数的最小值;Zhang 等^[16]对核范数正则化,从而对更少的奇异值最小化,可以更加逼近秩函数,但是奇异值分解会消耗大量的计算资源;多通道奇异谱分析方法是一种数据驱动方法,该方法基于 Hankel 矩阵的截断奇异值分解,通过频率切片进行数据重建^[17]。但是传统的低秩或降秩矩阵补全方法在三维数据的应用中仍存在一些重建误差。

张量环(tensor ring, TR)分解是一种新的数据补全方法,对数据特征没有要求,可以处理复杂的事件,并且可以有效利用三维数据的结构信息,被广泛应用于图像的缺失数据重建,如子空间非局部张量环分解的高光谱图像重建^[18]、全变分正则化张量环分解的遥感图像重建^[19]、张量环低秩因子(tensor ring low-rank factors, TRLRF)缺失图像重建^[20]等。本研究将 TRLRF 方法首次应用于地震数据重建,先通过张量环分解将三维地震数据转换为小的三维数据的乘积,再利用交替方向乘子法(alternating direction method of multipliers, ADMM)和增广拉格朗日函数对小的三维数据求解,最后通过循环多线性乘积将小的三维数据恢复为大的三维数据,实现对三维地震数据的重建。仿真数据和真实数据实验结果均表明,TRLRF 方法在重建效率和重建质量上都有较大优势,重建效果良好。

1 方法原理

1.1 张量环分解

本研究采用 Kolda 等^[21]和 Long 等^[22]所提出的符号和定义。张量环分解是通过一系列低维核张量上的循环多线性乘积表示大维张量,这一系列低维核张量称为 TR 因子。对于 $n=1, 2, \dots, N$, TR 因子可以用 $\mathbf{C}^{(n)} \in \mathbf{R}^{R_n \times I_n \times R_{n+1}}$ 表示,其中 $R_n (1 \leq n \leq N)$ 表示 TR 的秩, $R_1 = R_{N+1}$, I_n 是原始张量的维度。对于一个 N 阶张量 $\mathbf{A} \in \mathbf{R}^{I_1 \times I_2 \times \dots \times I_N}$,张量环分解的定义为:

$$\mathbf{A}(i_1, i_2, \dots, i_n) = \text{Tra} \left\{ \prod_{n=1}^N \mathbf{C}_{i_n}^{(n)} \right\} \quad (1)$$

式中: $\mathbf{A}(i_1, i_2, \dots, i_n)$ 是张量 $\mathbf{A} \in \mathbf{R}^{I_1 \times I_2 \times \dots \times I_N}$ 的一个元素; $\mathbf{C}_{i_n}^{(n)}$ 是 $\mathbf{C}^{(n)}$ 的第 i_n 个 TR 因子的切片矩阵,也可以表示为 $\mathbf{C}^{(n)}(:, i_n, :) \in \mathbf{R}^{R_n \times R_{n+1}}, n=1, 2, \dots, N$; $\text{Tra}\{\cdot\}$ 表示矩阵的迹运算。张量环分解框图如图 1 所示。

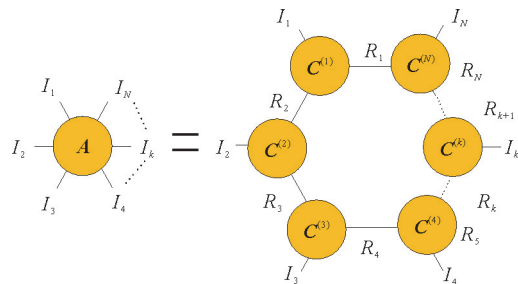


图 1 张量环分解

Fig. 1 Tensor ring decomposition

1.2 张量环低秩因子

将 ADMM 和增广的拉格朗日方程相结合,TRLRF 方法的表达式为^[20]:

$$L([\mathbf{C}], \mathbf{A}, [\mathbf{W}], [\mathbf{U}]) = \frac{\xi}{2} \|\mathbf{A} - \varphi([\mathbf{C}])\|_F^2 + \sum_{n=1}^N \sum_{i=1}^3 \left(\|\mathbf{W}_i^{(n,i)}\|_* + \langle \mathbf{U}^{(n,i)}, \mathbf{W}^{(n,i)} - \mathbf{C}^{(n)} \rangle + \frac{\eta}{2} \|\mathbf{W}^{(n,i)} - \mathbf{C}^{(n)}\|_F^2 \right). \quad (2)$$

式中: $[\mathbf{W}] = \{\mathbf{W}^{(n,i)}\}_{n=1, i=1}^{N,3}$ 是 $[\mathbf{C}]$ 的辅助变量, $[\mathbf{U}] = \{\mathbf{U}^{(n,i)}\}_{n=1, i=1}^{N,3}$ 是拉格朗日乘数, $n=1, 2, \dots, N, i=1, 2, 3$; $\eta > 0$ 是惩罚因子, $\xi > 0$ 为超参数, $\|\cdot\|_*$ 表示矩阵奇异值之和形式的核范数正则化, $\|\cdot\|_F^2$ 表示 Frobenius 范数的平方。

$\mathbf{C}^{(n)}$ 、 $\mathbf{W}^{(n,i)}$ 和 $\mathbf{U}^{(n,i)}$ 都是相对独立的,式(2)可以通过以下过程更新。

1) 更新 $\mathbf{C}^{(n)}$ 。

$$\mathbf{C}^{(n)} = \text{fold}_2 \left((\xi \mathbf{C}_{(2)}^{(\neq n),T} \mathbf{C}_{(2)}^{(\neq n)} + 3\eta \mathbf{I})^{-1} \left(\sum_{i=1}^3 (\eta \mathbf{W}_{(2)}^{(n,i)} + \mathbf{U}_{(2)}^{(n,i)}) + \xi \mathbf{A}_{\langle n \rangle} \mathbf{C}_{(2)}^{(\neq n)} \right) \right). \quad (3)$$

式中, $\text{fold}_2(\cdot)$ 、 $\mathbf{I} \in \mathbf{R}^{R_n^2 \times R_n^2}$ 分别表示模 2 展开的折叠运算和对角线为 1 的单位矩阵。

2) 更新 $\mathbf{W}^{(n,i)}$ 。

$$\mathbf{W}^{(n,i)} = \text{fold}_i \left(S_{\frac{1}{\eta}} \left(\mathbf{C}_{(i)}^{(n)} - \frac{1}{\eta} \mathbf{U}_{(i)}^{(n,i)} \right) \right). \quad (4)$$

式中, $S_{\frac{1}{\eta}}(\cdot)$ 是奇异值阈值运算。

3) 更新 $\mathbf{U}^{(n,i)}$ 。

$$\mathbf{U}^{(n,i)} = \mathbf{U}^{(n,i)} + \eta (\mathbf{W}^{(n,i)} - \mathbf{C}^{(n)}). \quad (5)$$

4) 更新 \mathbf{A} 。 \mathbf{A} 通常在相应的数据中输入观测值更新,并且在每次迭代中通过 TR 因子 $[\mathbf{C}]$ 近似缺失的数据,即:

$$\mathbf{A} = P_{\Omega}(T) + P_{\bar{\Omega}}(\varphi([\mathbf{C}])). \quad (6)$$

式中: $P_{\Omega}(T)$ 表示由 Ω 表示的观察条目的索引集的所有观察条目, $\bar{\Omega}$ 是缺失数据的索引集, $\varphi([\mathbf{C}])$ 表示由 $[\mathbf{C}]$ 生成的近似张量。

2 TRLRF 方法的影响因素及复杂度分析

2.1 秩的选择

在张量环分解中一个关键问题是如何选取最优秩。一个地震数据体包含的地震信息都是相互关联的,秩选取过小会导致 TR 因子中的数据信息过少,秩选取过大会导致 TR 因子中存在过多的干扰数据。因此,秩选取过大或过小均会使 TR 因子不能准确地近似缺失的数据,导致重建效果差。同时,秩选取过大会增加方法运行时间,影响重建效率。本研究通过对秩取不同值时的信噪比(signal-to-noise ratio, SNR)、均方根误差(root mean square error, RMSE)以及运行时间等评价指标进行统计分析确定最优秩的值。

分别使用两个包含线性事件(数据 1、数据 2)、两个包含曲线事件(数据 3、数据 4)的仿真数据对秩的选择进行实验,并计算重建后数据的 SNR、RMSE 和运行时间,实验结果如图 2 所示。由图 2(a)可知,随着秩的增加,重建后的仿真数据的 SNR 值逐步升高,当秩为 10 时 SNR 值取得最大值,当秩大于 10 时 SNR 值趋于稳定或稍有下降趋势;由图 2(b)可知,随着秩的增加, RMSE 值逐渐降低,当秩为 10 时 RMSE 取得最小值,当秩大于 10 时 RMSE 趋于平稳或逐渐增加。可见,秩为 10 时 4 个仿真数据的重建效果最好。由图 2(c)可知,随着秩的增加,TRLRF 方法所需运行时间快速增加。因此,综合考虑重建后数据的 SNR、RMSE 以及重建所需的运行时间,认为秩的值取 10 时可以获得最好的重建结果并且保持良好的重建效率。因此,TRLRF 方法中秩的值选择为 10。

2.2 TRLRF 方法及复杂度分析

基于张量环分解的地震数据重建方法的实现过程见方法 1。对 TRLRF 方法与数据驱动紧致框架(data-

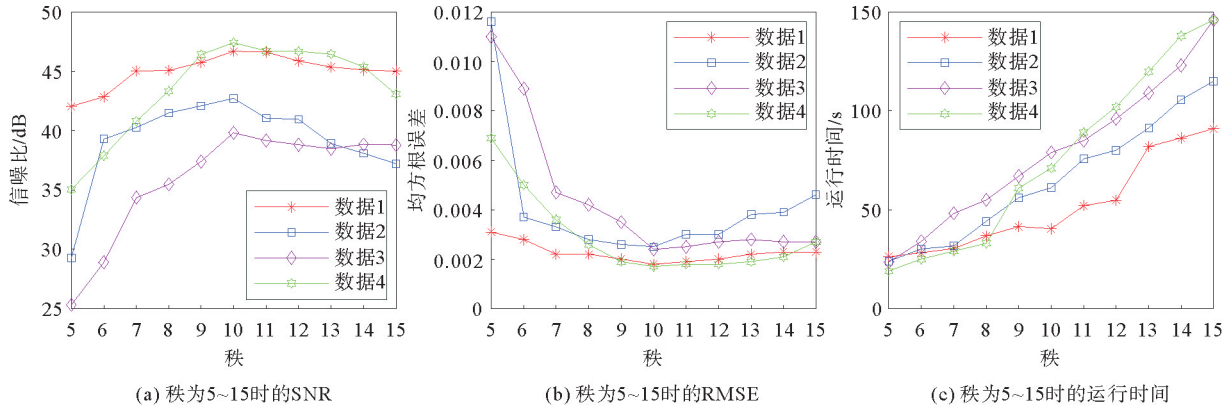


图 2 不同秩时的 SNR、RMSE 和运行时间

Fig. 2 SNR, RMSE and runtime at different ranks

driven tight frame, DDTF) 方法^[23] 和正交矩阵追踪汉克尔重建 (orthogonal matrix pursuit Hankel reconstruction, OMPHR) 方法^[24] 进行时间复杂度对比, 如表 1 所示。对于维度大小为 $I_1 \times I_2 \times I_3$ 的三维数据, 假设在 TRLRF 方法中 TR 的秩为 R , 其时间复杂度主要由两部分组成:

①更新 $[C]$ 的时间复杂度为 $O(R^6 + \prod_{i=1}^3 I_i R^2)$, 其中 $O(R^6)$ 来自 $(C_{(2)}^{(\neq n), T} C_{(2)}^{(\neq n)})^{-1}$ 的运算, $O(\prod_{i=1}^3 I_i R^2)$ 来自 $A_{<n>} C_{(2)}^{(\neq n)}$ 的运算; ②更新 $[W]$ 的时间复杂度主要是 SVD 的运算, 在 SVD 中只需要计算左奇异向量和奇异值, 时间复杂度为 $O(\sum_{i=1}^3 I_i R^3 + I_i^2 R^2)$ 。故总时间复杂度为 $O(R^6 + \sum_{i=1}^3 I_i R^3 + (\sum_{i=1}^3 I_i^2 + \prod_{i=1}^3 I_i) R^2)$ 。

DDTF 方法首先通过逆小波变换初始化字典, 字典的大小为 $r^3 \times r^3$, 时间复杂度为 $O(r^6)$, 然后利用最近邻插值初始化滤波器, 时间复杂度为 $O(\prod_{i=1}^3 I_i)$, 最后通过更新滤波器获取重建数据, 其时间复杂度为

$$O(r^9 + (\prod_{i=1}^3 I_i + \prod_{i=1}^3 I_i^2) r^6 + \prod_{i=1}^3 I_i r^3), \text{ 总时间复杂度为 } O(r^9 + (\prod_{i=1}^3 I_i + \prod_{i=1}^3 I_i^2) r^6 + \prod_{i=1}^3 I_i r^3 + \prod_{i=1}^3 I_i)。$$

OMPHR 方法首先通过傅里叶变换将数据转换为频率切片, 然后把每个频率切片矩阵转换为 Hankel 矩阵, 通过正交秩 1 矩阵追踪 (orthogonal rank-one matrix pursuit, OR1MP) 方法降低 Hankel 矩阵的秩, 再把 Hankel 矩阵反平均转换为频率切片矩阵, 最后通过傅里叶逆变换获得重建数据。傅里叶变换时间复杂度为 $O(\sum_{i=1}^3 I_i \lg \sum_{i=1}^3 I_i)$, 转换为 Hankel 矩阵的时间复杂度为 $O(I_1 I_2^2)$, 假设 OR1MP 方法中秩为 K , 时间复杂度为 $O(\prod_{i=1}^2 I_i^2 + \sum_{i=1}^2 I_i K^2)$, 把 Hankel 矩阵反平均转换为频率切片矩阵的时间复杂度为 $O(\prod_{i=1}^2 I_i K^2 +$

$$\prod_{i=1}^2 I_i^2 K + I_1 I_2^2), \text{ 所以总时间复杂度为 } O(\sum_{i=1}^3 I_i \lg \sum_{i=1}^3 I_i + \prod_{i=1}^2 I_i^2 + (\sum_{i=1}^2 I_i + \prod_{i=1}^2 I_i) I_3 K^2 + \prod_{i=1}^2 I_i^2 K)。$$

方法 1. 基于张量环分解的地震数据重建方法

- 1) Input: missing seismic data $P_{\Omega}(T)$, $TR\text{-rank}\{R_n\}_{n=1}^N = 10$
- 2) Initialization: For $n = 1, \dots, N, i = 1, 2, 3$, random sample $C^{(n)}$ by $N \sim (0, 1), \xi = 10, \eta = 0.9, tol = 10^{-8}, k_{\max} = 500, W^{(n,i)} = 0, U^{(n,i)} = 0$.
- 3) For $k = 1$ to k_{\max} do
- 4) $A_{pre} = A$.
- 5) Calculate $(C_{(2)}^{(\neq n), T} C_{(2)}^{(\neq n)})^{-1}, A_{<n>} C_{(2)}^{(\neq n)}$.
- 6) Update $\{C^{(n)}\}_{n=1}^N$ by (3).
- 7) Calculate $S_{\frac{1}{\eta}}(C_{(i)}^{(n)} - \frac{1}{\eta} U^{(n,i)})$.
- 8) Update $\{W^{(n,i)}\}_{n=1, i=1}^{N, 3}$ by (4).
- 9) Update $\{U^{(n,i)}\}_{n=1, i=1}^{N, 3}$ by (5).
- 10) Update A by (6).
- 11) If $mse(A - A_{pre}) < tol$, break.
- 12) End for
- 13) Output: reconstructed seismic data

表 1 不同重建方法的时间复杂度

Table 1 Time complexity of different reconstruction methods

重建方法	时间复杂度
TRLRF	$O(R^6 + \sum_{i=1}^3 I_i R^3 + (\sum_{i=1}^3 I_i^2 + \prod_{i=1}^3 I_i) R^2)$
DDTF	$O(r^9 + (\prod_{i=1}^3 I_i + \prod_{i=1}^3 I_i^2) r^6 + \prod_{i=1}^3 I_i r^3 + \prod_{i=1}^3 I_i)$
OMPHR	$O(\sum_{i=1}^3 I_i \lg \sum_{i=1}^3 I_i + \prod_{i=1}^2 I_i^2 + (\sum_{i=1}^2 I_i + \prod_{i=1}^2 I_i) I_3 K^2 + \prod_{i=1}^2 I_i^2 K)$

由表 1 可见, 尽管 OMPHR 方法中 K 的阶次比较低, 但时间复杂度中含有数据维度平方相乘项, DDTF 方法也包含维度平方相乘项, 而 TRLRF 方法复杂度仅为维度平方之和, 所以数据量较大时, TRLRF 方法的时间复杂度比 DDTF 和 OMPHR 方法低。

3 实验分析

为验证 TRLRF 方法的有效性, 分别对仿真数据的地震道随机缺失和实际三维地震数据(来源 <https://wiki.seg.org/wiki/Kerry-3D>)的地震道随机缺失、规则缺失进行实验。

在地震数据重建方法中, 把数据划分为字典小块的字典学习和对数据的每个二维频率切片的矩阵补全的重建方法都是典型方法。近年来, 有学者将深度学习应用于地震数据重建, 但是需要大量样本数据进行训练和测试。故本研究选用基于字典学习的 DDTF 方法和基于矩阵补全的 OMPHR 方法作为本研究的对比方法。

3.1 实验结果评价指标

本研究采用地震数据重建后的 SNR、RMSE 和运行时间 3 个指标验证数据重建的效果和效率。SNR (S_{NR}) 和 RMSE (R_{MSE}) 两种指标分别定义为:

$$S_{NR} = 10 \lg \frac{\|f\|_F^2}{\|f - f_0\|_F^2}, \tag{7}$$

$$R_{MSE} = \sqrt{\text{mean}(\|f - f_0\|_F^2)}. \tag{8}$$

式中: f 是完整原始地震数据, f_0 是重建地震数据, $\text{mean}(\cdot)$ 表示元素的平均值。信噪比越高表明重建数据越接近原始数据, 均方根误差是重建后的地震数据偏离原始数据平均值的度量, 均方根误差越小表示重建的数据越接近原始数据。

3.2 仿真数据实验及分析

为验证 TRLRF 方法的有效性和优越性, 使用 Marmousi2 构造仿真地震数据, 图 3(a) 为原始仿真数据的正面切片, 图 3(b) 为随机缺失 50% 的仿真数据。从图 3(b) 可以看出, 在缺失 50% 的数据后, 该地震数据损坏严重。分别使用 TRLRF、DDTF 和 OMPHR 方法对图 3(b) 所示地震数据进行重建, 重建后的地震数据如图 4 所示。

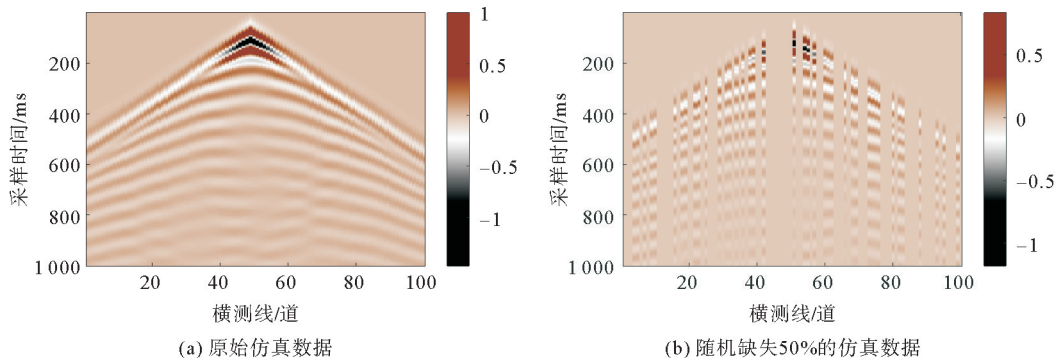


图 3 原始仿真数据与地震道随机缺失 50% 的仿真数据

Fig. 3 Original simulation data and decimated simulation data with 50% random missing traces

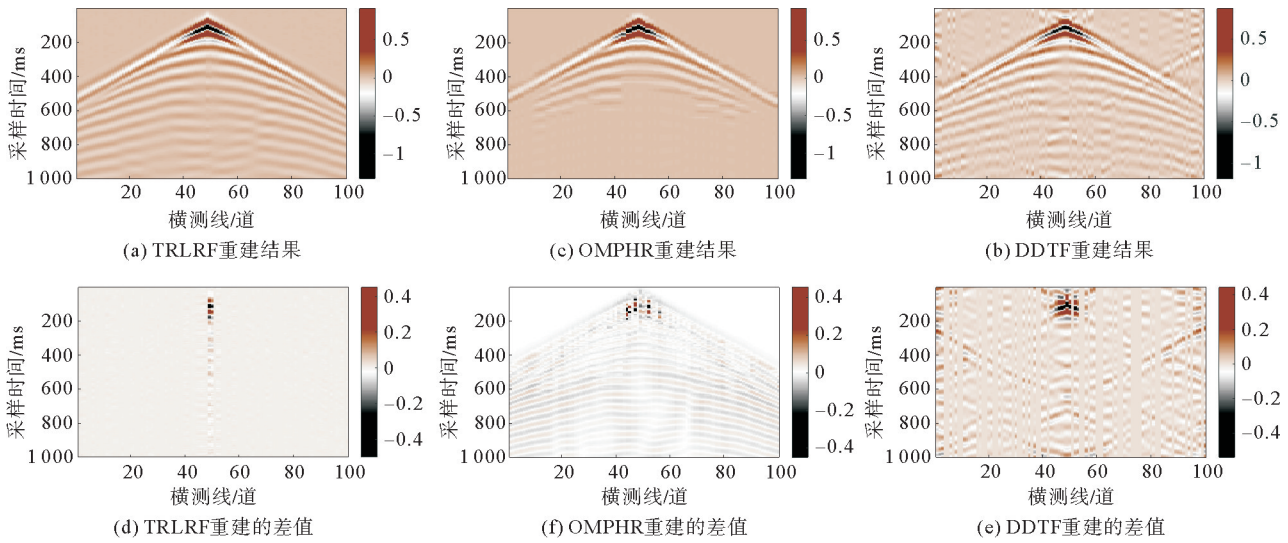


图 4 地震道随机缺失 50% 的仿真数据的前切面重建结果

Fig. 4 Reconstruction results of the front section of decimated simulation data with 50% random missing traces

由图 4 可知,原始仿真数据在采样点 600 之前地震波的幅值较大,特征比较明显,而在采样点 600 之后地震波的幅值较小,波形趋于平缓。DDTF 方法在重建过程中通过小块数据形成训练集恢复缺失的数据,在幅值较小、特征不明显的情况下恢复数据能力较差,故 DDTF 方法在采样点 600 之后的重建效果较差。OMPHR 方法通过二维切面的频率切面对每个切面进行反平均生成每一列以恢复缺失的数据,在进行反平均生成每一列时容易造成数据的混乱,因此,OMPHR 方法在重建后产生反向波的混乱现象。而 TRLRF 方法通过张量环分解有效利用了三维数据的结构信息,能保证划分的块包含更多的特征,使用适合解决结构复杂问题的交替方向乘法求解划分的块,从而获得更好的重建结果。

从微观角度进一步对比 3 种方法的重建效果,对第 65 条缺失的单个信道的原始数据与重建结果进行对比,如图 5 所示。由图 5 可看出,TRLRF 方法较完整地重建了缺失的数据,而 DDTF 方法对采样点 520 后幅值较小的波形重建效果差,OMPHR 方法在采样点 500 后有明显振荡,重建质量较差。

为了验证不同缺失率下 3 种方法的重建效果,对 3 种方法的 SNR 进行分析,结果如图 6 所示。由图 6 可以看出,TRLRF 方法在不同缺失率下的重建质量均优于 DDTF 和 OMPHR 方法。

分别计算 TRLRF、DDTF 和 OMPHR 方法在地震道随机缺失 50% 重建后的 SNR、RMSE 和运行时间,计算结果见表 2。分析表 2 可知,TRLRF 方法在缺失率相等的条件下取得最高的 SNR 和最低的 RMSE。由此可以看出,TRLRF 方法在仿真数据的重建质量上比 DDTF 和 OMPHR 方法都要优越,并且 TRLRF 方法的运行时间最小,具有较高的重建效率。

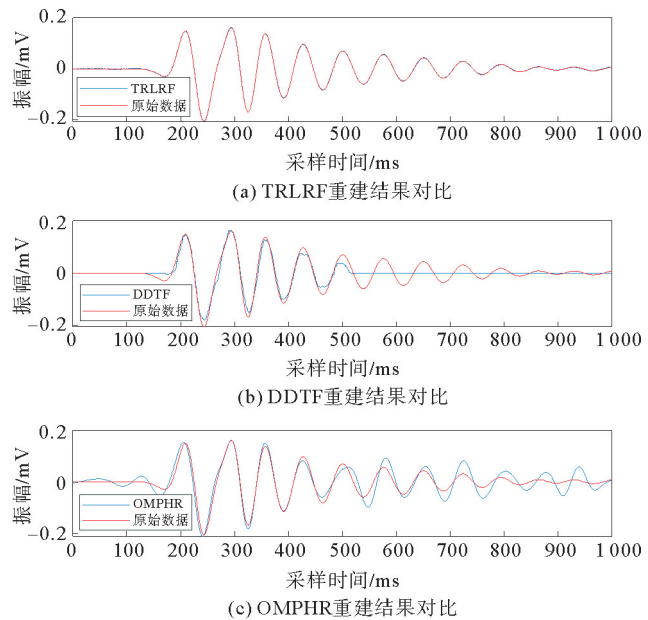


图 5 不同方法重建后的第 65 条信道

Fig. 5 The 65th trace reconstructed by different methods

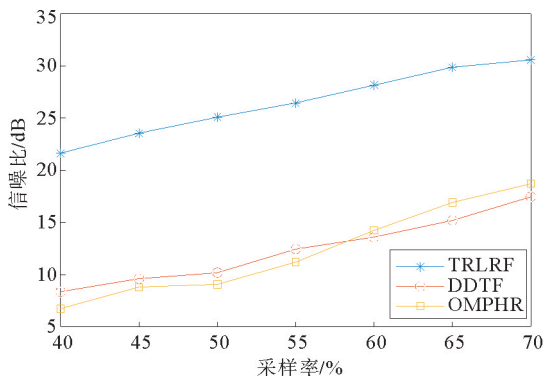


图 6 仿真数据的不同采样率与信噪比的关系
Fig. 6 Relationship between different sampling rate and SNR of simulation data

表 2 仿真数据地震道随机缺失时重建结果对比
Table 2 Comparison of reconstruction results when decimated simulation data with random missing traces

重建方法	SNR/dB	RMSE	运行时间/s
TRLRF	25.10	0.005	537
DDTF	10.19	0.028	1 557
OMPHR	9.07	0.031	1 188

3.3 真实数据实验及分析

使用真实地震数据(来源 <https://wiki.seg.org/wiki/Kerry-3D>)进行实验,如图 7、图 8 所示。

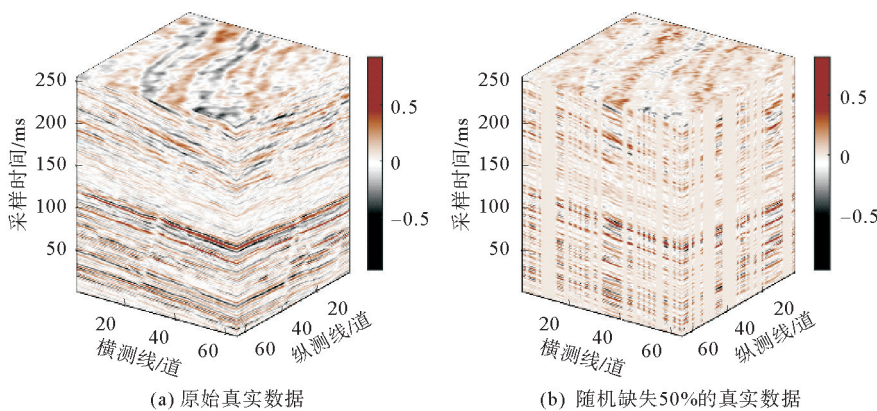


图 7 原始三维真实数据与地震道随机缺失 50%的三维真实数据

Fig. 7 Original 3D field data and decimated 3D field data with 50% random missing traces

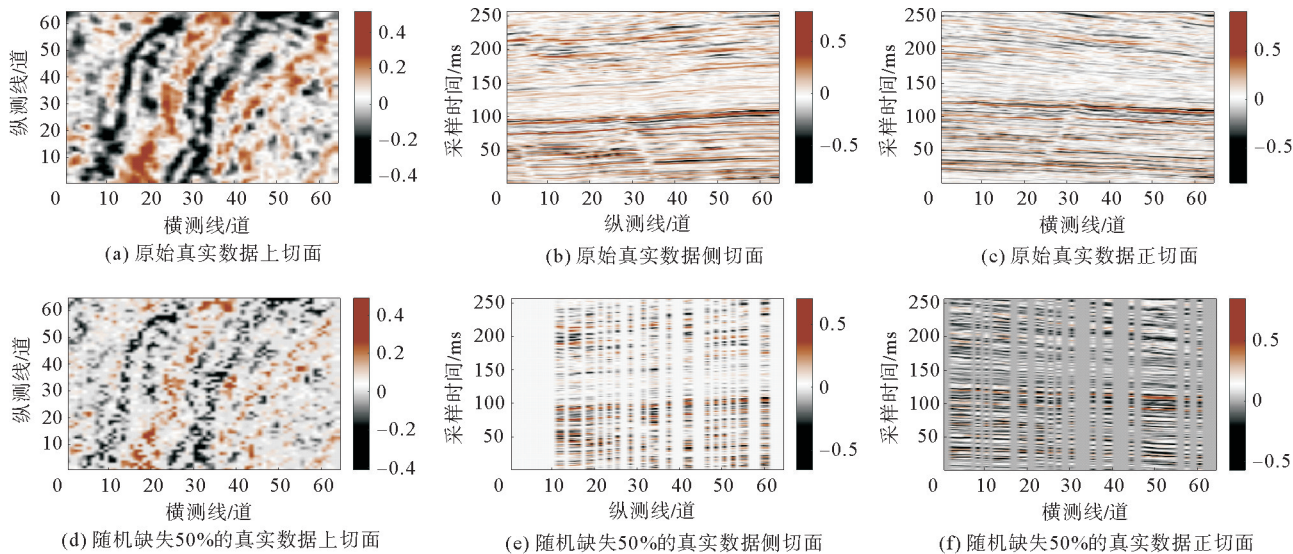


图 8 原始三维真实数据与地震道随机缺失 50%的三维数据的各切面示例

Fig. 8 Examples of each sections of original 3D field data and decimated 3D data with 50% random missing traces

分别使用 TRLRF、DDTF 和 OMPHR 方法对图 7(b) 缺失的数据进行重建, 其正切面的重建结果如图 9 所示。由图 9 可以看出, DDTF 方法重建的数据存在大面积误差, 重建效果差; OMPHR 方法重建的数据在某些地震道上存在误差, 重建效果较差; 而 TRLRF 方法在整体重建质量上优于 DDTF 和 OMPHR 方法。这是由于 DDTF 方法是把数据划分为小块数据形成训练集, 通过训练集对缺失的数据进行估计, 训练过程中对特征不明显的的数据不敏感, 不能较好地补充缺失的数据。OMPHR 方法是把三维数据的每个二维切面转换为频率切面, 对每个切面采用 OR1MP 方法将矩阵表示为秩为 1 的基矩阵的线性组合, 但是对于秩比较大的缺失数据来说, 秩为 1 的基矩阵的线性组合不能很好地表示原始数据, 从而不能很好地恢复缺失的数据。而 TRLRF 方法通过张量环分解有效利用了三维数据的结构信息, 保证划分的块包含更多地特征, 使用适合解决结构复杂问题的交替方向乘法求解划分的块, 从而获得更好的重建结果。

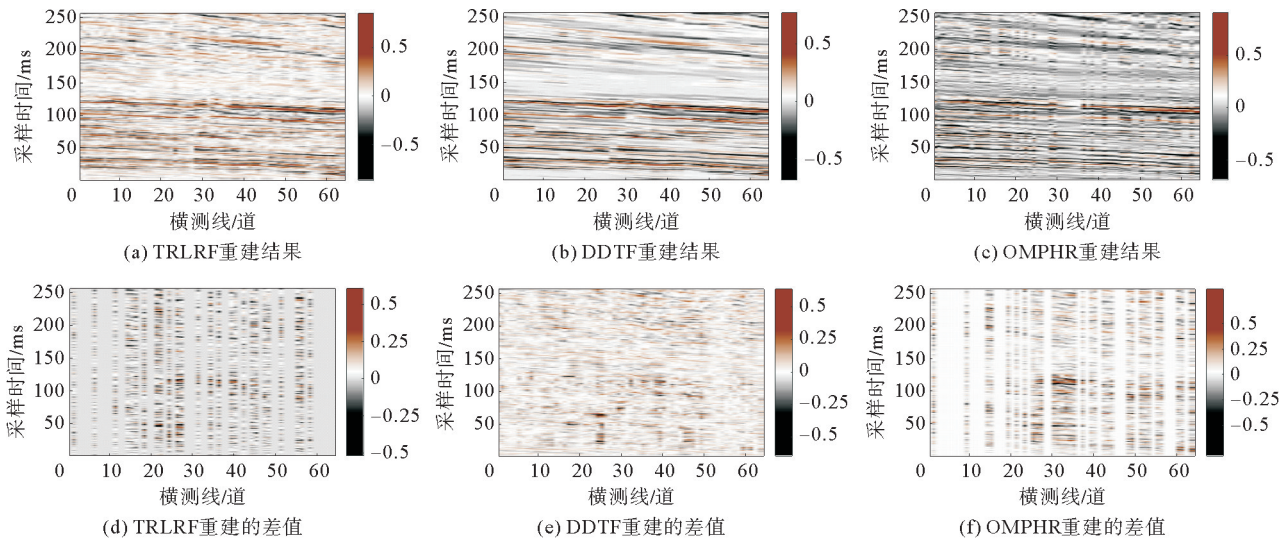


图 9 地震道随机缺失 50% 的三维真实数据的正切面重建结果

Fig. 9 Reconstruction results of the front section of decimated 3D field data with 50% random missing traces

从微观角度进一步对比 3 种方法的重建效果, 对正切面的第 33 条缺失的单个信道的原始数据与重建结果进行对比, 如图 10 所示。从图 10 可以看出, TRLRF 方法较完整的重建了缺失的数据, 而 DDTF 和 OMPHR 方法存在振荡, 重建质量较差。

为了说明 3 种方法在不同缺失率下的良好重建性能, 对 3 种方法在不同缺失率下重建后的 SNR 进行分析, 如图 11 所示。由图 11 可以看出, TRLRF 方法在不同缺失率下的重建质量均优于 DDTF 和 OMPHR 方法。

分别计算 TRLRF、DDTF 和 OMPHR 方法在地震道随机缺失 50% 重建后的 SNR、RMSE 和运行时间, 计算结果见表 3。分析表 3 可知, TRLRF 方法的 SNR 最高, 而 OMPHR 方法重建的 SNR 仅为 TRLRF 方法的 1/2; TRLRF 方法的 RMSE 值最小, 可见, TRLRF 方法重建后的三维地震数据最

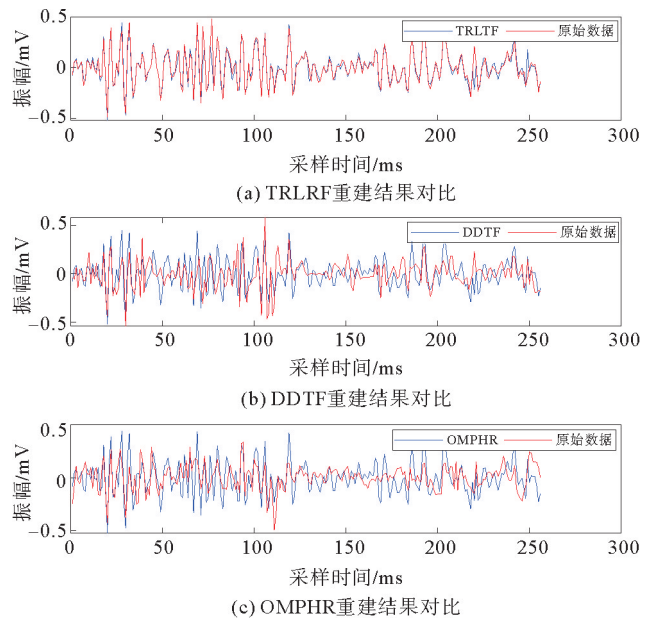


图 10 不同方法重建后正切面的第 33 条信道

Fig. 10 The 33th trace of the front section reconstructed by different methods

接近原始三维地震数据;同时,TRLRF 方法的运行时间相对于 DDTF 和 OMPHR 方法最短。因此,TRLRF 方法具有良好的重建效率。

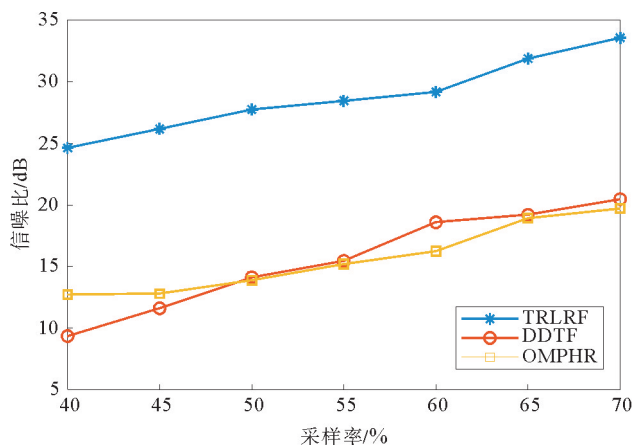


图 11 真实数据的不同采样率与信噪比的关系

Fig. 11 Relationship between different sampling rate and SNR of field data

表 4 分别给出了真实数据地震道随机缺失时上切面、侧切面和正切面的 SNR 和 RMSE 结果。从表 4 可知,TRLRF 方法在各个切面的重建效果优于 DDTF 和 OMPHR 方法。

表 4 真实数据地震道随机缺失时各切面重建结果对比

Table 4 Comparison of reconstruction results of the each sections when decimated field data with random missing traces

重建方法	上切面重建结果		侧切面重建结果		正切面重建结果	
	SNR/dB	RMSE	SNR/dB	RMSE	SNR/dB	RMSE
TRLRF	28.21	0.020	27.23	0.032	26.23	0.040
DDTF	13.54	0.110	14.26	0.97	13.63	0.109
OMPHR	13.26	0.113	14.51	0.96	12.26	0.121

对地震数据的规则缺失进行实验,进一步说明 TRLRF 方法能够很好地重建缺失数据,如图 12、图 13 所示。分别使用 TRLRF、DDTF 和 OMPHR 方法对图 12 缺失的数据进行重建,其侧切面的重建结果如图 14 所示。由图 14 可以看出,DDTF 方法重建的数据存在大面积误差,重建效果差;OMPHR 方法重建的数据在某些地震道上存在误差,重建效果较差;而 TRLRF 方法在整体重建质量上优于 DDTF 和 OMPHR 方法。这是由于 DDTF 方法是把数据划分为小块数据形成训练集,通过训练集对缺失的数据进行估计,在训练过程中对特征不明显的特征不敏感,不能较好地补全缺失的数据。OMPHR 方法是把三维数据的每个二维切面转换为频率切面,难以充分利用三维数据的结构信息,不能很好地恢复缺失的数据。而 TRLRF 方法通过张量环分解有效利用了三维数据的结构信息,可保证划分的块包含更多特征,使用适合解决结构复杂问题的交替方向乘法求解划分的块,从而获得更好的重建结果。

表 3 真实数据地震道随机缺失时重建结果对比

Table 3 Comparison of reconstruction results of decimated field data with random missing traces

重建方法	SNR/dB	RMSE	运行时间/s
TRLRF	27.74	0.029	264
DDTF	13.84	0.107	1 131
OMPHR	13.72	0.108	871

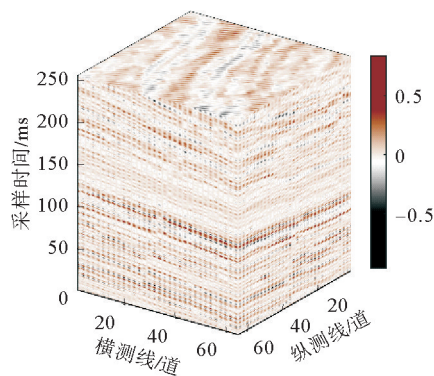


图 12 地震道规则缺失 50% 的三维真实数据

Fig. 12 Decimated 3D field data with 50% regular missing traces

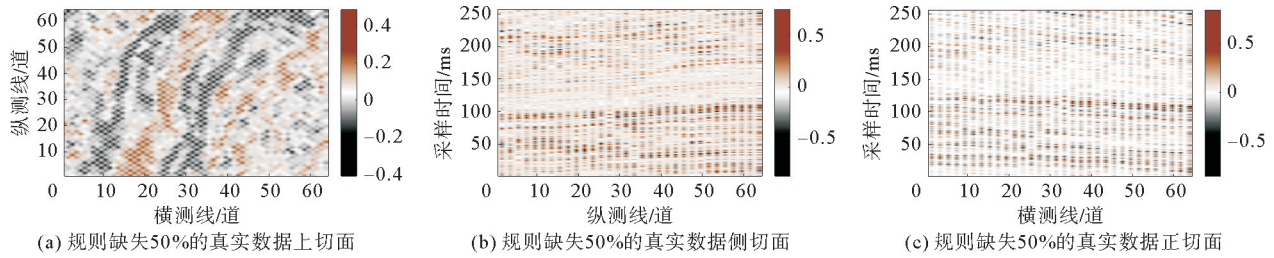


图 13 地震道规则缺失 50% 的三维真实数据的各切面示例

Fig. 13 Decimated 3D field data with 50% regular missing traces

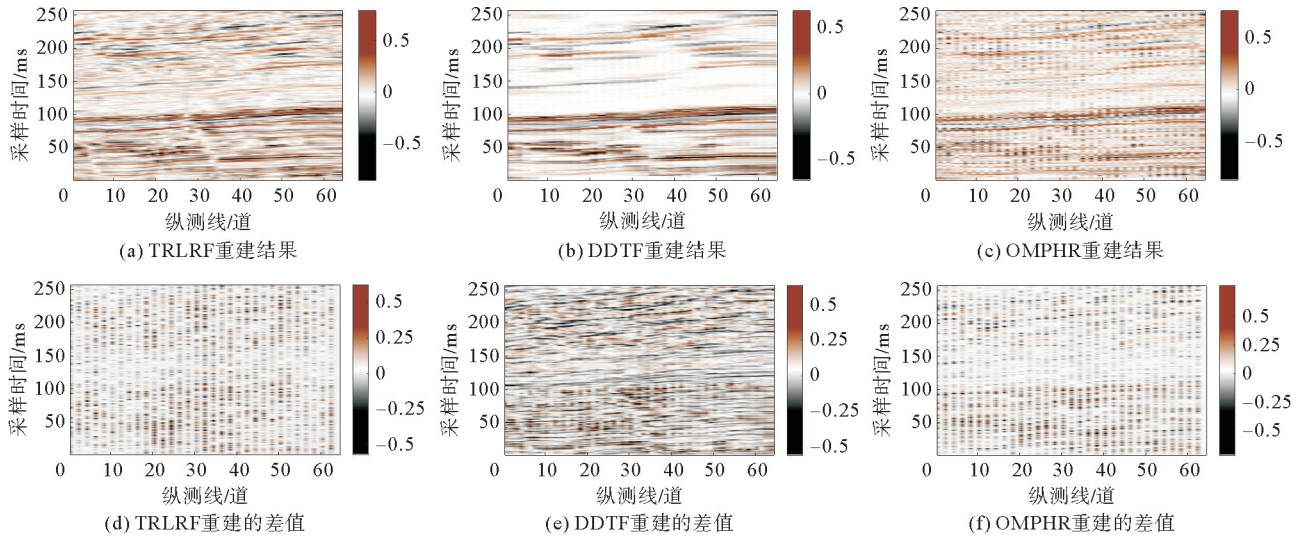


图 14 地震道规则缺失 50% 的三维真实数据的侧切面重建结果

Fig. 14 Reconstruction results of the side section of decimated 3D field data with 50% regular missing traces

分别计算 TRLRF、DDTF 和 OMPHR 方法在地震道规则缺失 50% 重建后的 SNR、RMSE 和运行时间,结果见表 5。分析表 5 可知,TRLRF 方法的 SNR 最高,是 DDTF 和 OMPHR 方法重建的 SNR 值的两倍多;TRLRF 方法的 RMSE 值最小,重建后的三维地震数据更接近原始三维真实地震数据。同时,TRLRF 方法的运行时间均小于 DDTF 和 OMPHR 方法。可见,TRLRF 方法具有良好的重建效率。

表 6 分别给出了真实数据地震道规则缺失时上切面、侧切面和正切面的 SNR 和 RMSE 结果,可以看出 TRLRF 方法在各个切面上的重建效果均优于 DDTF 和 OMPHR 方法。

表 5 真实数据地震道规则缺失时重建结果对比

Table 5 Comparison of reconstruction results when decimated field data with regular missing traces

重建方法	SNR/dB	RMSE	运行时间/s
TRLRF	29.14	0.018	260
DDTF	13.34	0.110	1 112
OMPHR	13.25	0.111	883

表 6 真实数据地震道规则缺失时各切面重建结果对比

Table 6 Comparison of reconstruction results of each sections when decimated field data with regular missing traces

重建方法	上切面重建结果		侧切面重建结果		正切面重建结果	
	SNR/dB	RMSE	SNR/dB	RMSE	SNR/dB	RMSE
TRLRF	29.21	0.018	29.23	0.018	29.23	0.019
DDTF	13.54	0.109	13.43	0.109	13.63	0.108
OMPHR	13.13	0.113	13.21	0.112	13.26	0.111

4 结论

本研究针对三维地震数据缺失重建问题,提出一种基于隐空间上张量环低秩因子的地震数据重建方法。张量环分解方法对数据特征要求低,能够处理幅值较低、特征不明显的数据,并且能够充分利用三维数据的结构信息。仿真数据和真实地震数据的实验结果表明,在 SNR、RMSE 和运行时间等量化指标下,与 DDTF、OMP/R 方法相比,TRLRF 方法重建效果较好,同时针对较大的三维地震数据,张量环分解可有效提高计算效率。本研究依据仿真三维地震数据在不同秩时的重建效果确定张量环分解中最优秩,该方法具有一定的参考意义。复杂三维地震数据在进行张量环分解时的最优秩的自适应选取是下一步的研究方向和研究重点。

参考文献:

- [1] SPITZ S. Seismic trace interpolation in the FX domain[J]. *Geophysics*, 1991, 56(6): 785-794.
- [2] NAGHIZADEH M, SACCHI M D. Multistep autoregressive reconstruction of seismic records[J]. *Geophysics*, 2007, 72(6): V111-V118.
- [3] JAHANJOOY S, NIKROUZ R, MOHAMMED N. A faster method to reconstruct seismic data using anti-leakage Fourier transform[J]. *Journal of Geophysics and Engineering*, 2016, 13(1): 86-95.
- [4] 唐欢欢,毛伟建,詹毅. 3D 高阶抛物 Radon 变换在不规则地震数据保幅重建中的应用[J]. *地球物理学报*, 2020, 63(9): 3452-3464.
TANG Huanhuan, MAO Jianwei, ZHAN Yi. Reconstruction of 3D irregular seismic data with amplitude preserved by high-order parabolic Radon transform[J]. *Chinese Journal of Geophysics*, 2020, 63(9): 3452-3464.
- [5] ZHANG H, CHEN X H, ZHANG L Y. 3D simultaneous seismic data reconstruction and noise suppression based on the curvelet transform[J]. *Applied Geophysics*, 2017, 14(1): 87-95.
- [6] ZHANG H, DIAO S, YANG H Y, et al. Reconstruction of 3D non-uniformly sampled seismic data along two spatial coordinates using non-equispaced curvelet transform[J]. *Exploration Geophysics*, 2018, 49(6): 906-921.
- [7] 张凯,张医奎,李振春,等. MCA 框架下 Shearlet 和 DCT 字典组合地震数据重建[J]. *石油地球物理勘探*, 2019, 54(5): 1005-1013.
ZHANG Kai, ZHANG Yikui, LI Zhenchun, et al. Seismic data reconstruction with the discrete cosine transform and Shearlet dictionaries under the morphological component analysis framework[J]. *Oil Geophysical Prospecting*, 2019, 54(5): 1005-1013.
- [8] CANDÈS E J, DONOHO D L. New tight frames of curvelets and optimal representations of objects with piecewise C2 singularities[J]. *Communications on Pure and Applied Mathematics*, 2004, 57(2): 219-266.
- [9] ZHANG M, LUMLEY D. Reconstruction of 3D seismic data from sparse random OBN acquisition by compressive sensing [C/OL]//SEG Technical Program Expanded Abstracts 2019. DOI:10.1190/segam2019-3213090.1.
- [10] 孙苗苗,李振春,李志娜,等. 基于压缩感知的加权 MCA 地震数据重构方法[J]. *地球物理学报*, 2019, 62(3): 1007-1021.
SUN Miaomiao, LI Zhenchun, LI Zhina, et al. Reconstruction of seismic data with weighted MCA based on compressed sensing[J]. *Chinese Journal of Geophysics*, 2019, 62(3): 1007-1021.
- [11] 段中钰,李婷婷,肖勇,等. 基于压缩感知的 SR-ADMM 地震数据重建[J]. *石油地球物理勘探*, 2021, 56(6): 1220-1228.
DUAN Zhongyu, LI Tingting, XIAO Yong, et al. Seismic data reconstruction by SR-ADMM algorithm based on compressed sensing[J]. *Oil Geophysical Prospecting*, 2021, 56(6): 1220-1228.
- [12] KUMAR R, DA SILVA C, AKALIN O, et al. Efficient matrix completion for seismic data reconstruction[J]. *Geophysics*, 2015, 80(5): V97-V114.
- [13] 史加荣,刘晨. 基于双核范数鲁棒矩阵分解的遮挡图像恢复[J]. *山东科技大学学报(自然科学版)*, 2021, 40(4): 86-93.
SHI Jiarong, LIU Chen. Occlusion image recovery based on double nuclear norm robust matrix decomposition[J]. *Journal of Shandong University of Science and Technology(Natural Science)*, 2021, 40(4): 86-93.
- [14] WANG Y F, ZHOU H, ZU S H, et al. Three-operator proximal splitting scheme for 3-D seismic data reconstruction[J]. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, 2017, 14(10): 1830-1834.

- [15] WANG J, MA J W, HAN B, et al. Seismic data reconstruction via weighted nuclear-norm minimization[J]. *Inverse Problems in Science and Engineering*, 2015, 23(2): 277-291.
- [16] ZHANG W J, FU L H, ZHANG M T, et al. 2-D seismic data reconstruction via truncated nuclear norm regularization[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2020, 58(9): 6336-6343.
- [17] OROPEZA V, SACCHI M. Simultaneous seismic data denoising and reconstruction via multichannel singular spectrum analysis[J]. *Geophysics*, 2011, 76(3): V25-V32.
- [18] CHEN Y, HUANG T Z, HE W, et al. Hyperspectral image compressive sensing reconstruction using subspace-based non-local tensor ring decomposition[J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2020, 29: 6813-6828.
- [19] HE W, YUAN L H, YOKOYA N. Total-variation-regularized tensor ring completion for remote sensing image reconstruction[C]//ICASSP 2019-2019 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP). Brighton: IEEE, May. 12-17, 2019: 8603-8607.
- [20] YUAN L H, LI C, MANDIC D P, et al. Tensor ring decomposition with rank minimization on latent space: An efficient approach for tensor completion[C/OL]//Proceedings of the 33th AAAI Conference on Artificial Intelligence, 2019, 33(1): 9151-9158. DOI:10.1609/aaai.v33i01.33019151.
- [21] KOLDA T G, BADER B W. Tensor decompositions and applications[J]. *SIAM Review*, 2009, 51(3): 455-500.
- [22] LONG Z, ZHU C, LIU J N, et al. Bayesian low rank tensor ring for image recovery[J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2021, 30: 3568-3580.
- [23] YU S W, MA J W, ZHANG X W, et al. Interpolation and denoising of high-dimensional seismic data by learning a tight frame[J]. *Geophysics*, 2015, 80(5): V119-V132.
- [24] JIA Y N, YU S W, LIU L N, et al. A fast rank-reduction algorithm for three-dimensional seismic data interpolation[J]. *Journal of Applied Geophysics*, 2016, 132: 137-145.

(责任编辑:傅 游)