

# 任意裂隙方位双相 HTI 介质的地震波 方程及正演模拟

杨佳佳, 何兵寿

(中国海洋大学 海底科学与探测技术教育部重点实验室, 山东 青岛 266100)

**摘要:** 基于 BISQ 方程的高频极限, 导出了适用于任意方位角的双相 HTI 介质波动方程, 推导了该方程在交错网格空间中求解的高阶有限差分格式和对应的完全匹配层 (PML) 吸收边界条件, 实现了该类介质的地震波场正演模拟。模拟结果表明, 该方法能准确模拟地震波在双相 HTI 介质中的传播过程, 得到高精度的波场快照和合成记录。分析得出: 在双相各向异性介质中, 弹性波的传播仍表现出各向异性特征; 孔隙度、粘滞系数和固液耦合密度主要影响慢纵波的振幅和形态。

**关键词:** 双相各向异性介质; 有限差分法; 弹性波场; 完全匹配层边界

中图分类号: P631.41

文献标志码: A

文章编号: 1672-3767(2011)03-0038-11

## The Seismic Wave Equation and Simulation in Dual-phase Anisotropic Media with Arbitrary Fracture Azimuth

YANG Jiajia, HE Bingshou

(Key Lab of Submarine Geosciences and Prospecting Techniques, Ministry of Education,  
Ocean University of China, Qingdao, Shandong 266100, China)

**Abstract:** Based on the high-frequency limit of BISQ equation, this paper derived the dual-phase HTI media elastic wave equation that could be used in the arbitrary fracture azimuth angle and deduced the high-order finite difference scheme of the wave equation in the space of staggered-grid and the corresponding perfectly matched layer (PML) absorbing boundary conditions, realizing the simulation of seismic wave field for that kind of media. The simulation results showed that the method could accurately simulate the seismic wave propagation in the dual-phase HTI media and could get accurate snapshots and synthetic records. Additionally, the conclusion by analysis was that in the dual-phase anisotropic media, the propagation of elastic wave still showed the anisotropic feature and the porosity, the coefficient of viscosity and the density of solid-liquid coupling could mainly affect the amplitude and the morphology of slow longitudinal wave.

**Key words:** dual-phase anisotropic media; finite difference method; elastic wave field; perfectly matched layer boundary

裂隙性油气藏是油气主要的富集区, 是当前煤田与油气勘探领域的重要研究内容。地下实际介质中不但广泛存在裂缝和裂隙, 岩石中还存在充填流体或气体的孔隙。研究地震波在这种同时具有各向异性和双

收稿日期: 2011-01-05

基金项目: 国家自然科学基金重点项目(40839901); 国家自然科学基金项目(40804021)。

作者简介: 杨佳佳(1987—), 女, 黑龙江齐齐哈尔人, 硕士研究生, 主要从事地震波理论和多波地震技术研究。

E-mail: apple\_seabeta@163.com.

何兵寿(1973—), 男, 甘肃民勤人, 教授, 博士, 主要从事多波多分量地震技术、地震波叠前偏移技术及纵波高分辨率处理技术研究和教学工作。E-mail: hebingshou@yahoo.cn.

相性的介质中的传播规律,对于提高地震勘探精度有着重要意义。

理论上含直立裂缝介质可等效为具有水平对称轴的横向各向同性(horizontal transverse isotropy, HTI)介质,当考虑介质的双相性特征时,又可等效为双相 HTI 介质。在各向异性领域,Crampin<sup>[1]</sup>首先研究了面波在多层各向异性介质中的传播,发现了横波分裂现象,并在实际资料中观测到横波分裂。双相介质理论的研究开始于 20 世纪 50 年代,Gassman<sup>[2]</sup>和 Biot<sup>[3-4]</sup>的理论奠定了双相介质理论的基础,成为研究双相介质的标准,此后 Biot<sup>[5-6]</sup>将双相介质的本构关系推广到各向异性和粘弹性介质,并初步分析了双相介质中地震波的衰减机理。Dvorkin 和 Nur<sup>[7]</sup>基于一维孔隙各向同性问题,提出了同时存在 Biot 流动与喷射流动的 BISQ(Biot-S squirt)模型,基于 BISQ 模型的纵波传播速度比仅包含 Biot 流动机制的纵波传播速度慢,更符合岩石的实际情况。杨顶辉等<sup>[8-9]</sup>在以上研究基础上,基于固液耦合思想将 BISQ 模型推广到多孔各向异性介质,此后杨宽德等<sup>[10-11]</sup>证明了 Biot 流动机制下的流体压力是 BISQ 模型流体压力的高频极限。

前人对双相 HTI 介质的研究仅限于测线与裂隙走向垂直的情况,这不利于全面认识与研究双相各向异性介质。本研究从 BISQ 模型的高频极限出发,将横向各向同性介质(HTI)的弹性模量引入到双相介质的岩石骨架中,将各向异性与双相特性相结合,推导了适用于任意方位角的双相 HTI 介质波动方程;在交错网格空间对方程进行有限差分,得到其用于正演的高阶差分格式。研究了适用于该方程正演的完全匹配层吸收边界条件,并给出其高阶差分格式;在以上推导的基础上实现了双相 HTI 介质中弹性波方程的正演模拟。根据模拟结果初步分析了裂隙方位角、孔隙度、粘滞系数和固液耦合密度等参数对波场特征的影响,分析结果表明此方法能够正确模拟地震波在双相 HTI 介质中的传播规律。

## 1 双相 HTI 介质的弹性张量

自然坐标系下,具有垂直对称轴的横向各向同性(vertical transverse isotropy ,VTI)介质的弹性张量矩阵为

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{11} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{13} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \quad (1)$$

其中: $C_{ij} (i=1,2,\dots,6; j=1,2,\dots,6)$ 为弹性模量。

当骨架孔隙中充满流体时,介质又表现出双相特性,双相介质的固液耦合密度  $\rho_a$ <sup>[11]</sup>和耗散系数  $\mathbf{b}$ <sup>[12]</sup>分别为:

$$\rho_a = \begin{bmatrix} (\rho_a)_{11} & 0 & 0 \\ 0 & (\rho_a)_{11} & 0 \\ 0 & 0 & (\rho_a)_{33} \end{bmatrix}, \quad (2)$$

$$\mathbf{b} = \begin{bmatrix} b_{11} & 0 & 0 \\ 0 & b_{11} & 0 \\ 0 & 0 & b_{33} \end{bmatrix}. \quad (3)$$

将自然坐标系绕  $x$  轴逆时针旋转  $90^\circ$ 后再绕  $z$  轴逆时针旋转  $\theta$  角(观测坐标系),此时介质变为具有水平对称轴的双相横向各向同性(HTI)介质,观测坐标系与自然坐标系之间存在如下关系:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} = \mathbf{A} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}. \quad (4)$$

其中, $x'y'z'$ 为观测坐标系, $xyz$ 为自然坐标系, $\mathbf{A}$ 为转换矩阵,且有

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & \cos \theta & -\sin \theta \\ 0 & \sin \theta & \cos \theta \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (5)$$

根据矢量的坐标变换规则和耗散能密度守恒原理<sup>[13]</sup>, 可得双相 HTI 介质的弹性张量  $\mathbf{C}'$ 、固液耦合密度  $\rho'_a$  和耗散系数  $\mathbf{b}'$  分别为:

$$\mathbf{C}' = \mathbf{MCM}^T, \quad (6)$$

$$\rho'_a = \mathbf{A}\rho_a\mathbf{A}^T, \quad (7)$$

$$\mathbf{b}' = \mathbf{AbA}^T. \quad (8)$$

其中:  $\mathbf{M}$  为  $\mathbf{A}$  的 Bond 转换矩阵, 且有

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 0 & \cos^2 \theta & \sin^2 \theta & -\sin 2\theta & 0 & 0 \\ 0 & \sin^2 \theta & \cos^2 \theta & \sin 2\theta & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\cos \theta & -\sin \theta \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sin \theta & -\cos \theta \\ 0 & \frac{1}{2} \sin 2\theta & -\frac{1}{2} \sin 2\theta & \cos 2\theta & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (9)$$

## 2 任意裂隙方位双相 HTI 介质中的弹性波方程

无外力作用下, 基于微观流场的本构方程<sup>[8]</sup>为

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{C}\mathbf{e} - \boldsymbol{\alpha}\mathbf{P}. \quad (10)$$

其中:  $\boldsymbol{\sigma} = [\sigma_{xx} \ \sigma_{yy} \ \sigma_{zz} \ \sigma_{yz} \ \sigma_{xz} \ \sigma_{xy}]^T$ , 为固体应力;  $\boldsymbol{\alpha} = [\alpha_{11} \ \alpha_{22} \ \alpha_{33} \ 0 \ 0 \ 0]^T$ , 为有效应力的孔隙弹性系数;  $\mathbf{e} = \left[ \frac{\partial u_{xx}}{\partial x} \ \frac{\partial u_{yy}}{\partial y} \ \frac{\partial u_{zz}}{\partial z} \ \frac{\partial u_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial u_{zy}}{\partial z} \ \frac{\partial u_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial u_{zx}}{\partial z} \ \frac{\partial u_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial u_{yx}}{\partial y} \right]^T$ , 为固体骨架应变;  $\mathbf{P}$  为孔隙流体压力; 且有  $\alpha_{11} = \alpha_{12} = 1 - (c_{11} + c_{13} + c_{16})/3K_s$ ,  $\alpha_{33} = 1 - (c_{31} + c_{33} + c_{36})/3K_s$ <sup>[9]</sup>,  $K_s$  为固体体积模量。

BISQ 方程的高频极限仅包含 Biot 流体力学机制, 在此机制下的孔隙流体压力与质点位移的关系<sup>[10]</sup>为

$$\mathbf{P} = - \sum_{i=1}^3 F_i \cdot \left[ \frac{\partial U_i}{\partial x_i} + \left( \frac{\alpha_{ii}}{\phi} - 1 \right) \cdot \frac{\partial u_i}{\partial x_i} \right]. \quad (11)$$

其中:  $\mathbf{F} = \begin{bmatrix} F_1 & 0 & 0 \\ 0 & F_2 & 0 \\ 0 & 0 & F_3 \end{bmatrix}$ , 为 Biot 流系数张量,  $F_i = \left[ \frac{1}{K_f} + \frac{\alpha_{ii} - \varphi}{K_s} \right]^{-1}$ ,  $\varphi$  为孔隙度,  $K_f$  是流体的体积模量;  $U_1, U_2, U_3$  分别为流体在  $x, y$  和  $z$  方向的位移分量;  $u_1, u_2, u_3$  分别为固体在  $x, y$  和  $z$  轴方向的位移分量。

基于固液耦合思想的固相和流相的运动学方程<sup>[8]</sup>分别满足:

固相

$$\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} = \frac{\partial^2 (\rho_1 \mathbf{u} + \rho_2 \mathbf{U})}{\partial t^2}, \quad (12)$$

流相

$$-\frac{\partial \mathbf{P}}{\partial x_i} = \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left[ \frac{1}{\phi} \rho_2 u_i + \frac{1}{\phi} \sum_{j=1}^3 (\rho_a)_{ij} (U_j - u_j) \right] + \sum_{j=1}^3 b_{ij} \cdot \frac{\partial (U_j - u_j)}{\partial t}. \quad (13)$$

其中:  $\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} = \left[ \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial z} \ \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{yz}}{\partial z} \ \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} \right]^T$ ;  $\mathbf{U} = [U_1, U_2, U_3]^T$ , 为流体位移;  $\mathbf{u} = [u_1, u_2, u_3]^T$ , 为固体位移;  $\rho_1 = (1 - \varphi)\rho_s$ ,  $\rho_2 = \varphi\rho_f$ ,  $\rho_s$  为固体骨架密度,  $\rho_f$  为孔隙中流体的密度; 耗散系数  $b_{ij} = \frac{\eta\phi}{k_{ij}}$  ( $k_{ij} \neq 0$ ),  $b_{ij} = 0$  ( $k_{ij} = 0$ ), 自然坐标系下  $k_{ii}$  ( $i=1, 2, 3$ ) 为沿  $x, y, z$  方向的渗透率  $k_{ij} = 0$  ( $i \neq j$ ), 耗散系数转换至观测坐标系下的表达式为式(8);  $\eta$  为流体的粘滞系数。

由式(12)、式(13)可得三维空间中物性参数随方位角变化的固相和流相的速度—应力关系:

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = A_{ii}\varphi m_{ii} \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} + A_{ii}\rho_2 \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial x_i} + A_{ii}\rho_2 \mathbf{b}(\mathbf{V} - \mathbf{v}) + A_{ii} \sum_{i \neq j} \frac{\rho_2 (\rho_a)_{ij}}{\varphi} \cdot \frac{\partial (\mathbf{V} - \mathbf{v})}{\partial t}, \quad (14)$$

$$\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} = -A_{ii}(\rho_f - \phi m_{ii}) \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} - A_{ii} \rho_1 \frac{\partial P}{\partial x_i} - A_{ii} \rho_1 \mathbf{b}(\mathbf{V} - \mathbf{v}) - A_{ii} \sum_{i \neq j} \frac{\rho_1 (\rho_a)_{ij}}{\phi} \cdot \frac{\partial(\mathbf{V} - \mathbf{v})}{\partial t}. \quad (15)$$

其中:  $\mathbf{v} = [v_x \quad v_y \quad v_z]^T$ , 为固相质点振动速度矢量,  $v_x, v_y, v_z$  分别为  $x, y, z$  方向上固体质点的振动速度;  $\mathbf{V} = [V_x \quad V_y \quad V_z]^T$ , 为流相质点的振动速度矢量,  $V_x, V_y, V_z$  分别为  $x, y, z$  方向上流体质点的振动速度; 且

$$A_{ii} = \frac{1}{\rho_1 \phi m_{ii} - \rho_2 (\rho_f - \phi m_{ii})}, m_{ii} = \frac{\rho_2 + (\rho_a)_{ii}}{\phi^2}, i, j = 1, 2, 3.$$

式(10)、式(12)、式(14)、式(15)即为本文推导的双相 HTI 介质中的弹性波动方程。当测线方向与裂隙走向垂直时,  $\phi = 90^\circ$ ,  $(\rho_a)_{ij} = 0 (i \neq j)$ , 式(14)、式(15)中等号右边最后一项为零, 速度—应力方程退化为文献[14]给出的方程形式, 这表明文献[14]中的方程仅为本文方程的一个特例, 本文方程可描述任意直立裂隙方位情况下双相介质中的地震波场。

### 3 任意裂隙方位双相 HTI 介质中弹性波方程的数值解法

#### 3.1 有限差分格式

式(14)、式(15)的等号两边均包含了固、流相振动速度对时间的偏导数项, 不便于直接求解, 为简化求解过程, 可将  $\frac{\partial(\mathbf{V} - \mathbf{v})}{\partial t}$  看成一项, 通过联立方程(14)、式(15)求之, 可得

$$\begin{aligned} \frac{\partial(V_x - v_x)}{\partial t} = & -D_1 \cdot A_{11} \cdot \rho_f \cdot \left( \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial z} \right) + D_1 \cdot A_{22} \cdot A_{22} \cdot D_2 \cdot \left( \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{yz}}{\partial z} \right) - \\ & D_1 \cdot A_{11} \cdot (\rho_1 + \rho_2) \cdot \frac{\partial P}{\partial x} - D_1 \cdot A_{11} (\rho_1 + \rho_2) [b_{11} - A_{22} \cdot b_{21} \cdot D_2] (V_x - v_x) - \\ & D_1 \cdot A_{11} \cdot (\rho_1 + \rho_2) [b_{12} - A_{22} \cdot b_{22} \cdot D_2] (V_y - v_y), \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial(V_y - v_y)}{\partial t} = & -D_1 \cdot A_{22} \cdot \rho_f \cdot \left( \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{yz}}{\partial z} \right) + D_1 \cdot A_{11} \cdot A_{22} \cdot D_2 \cdot \left( \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial z} \right) + \\ & D_1 \cdot A_{11} \cdot A_{22} \cdot D_2 \cdot (\rho_1 + \rho_2) \cdot \frac{\partial P}{\partial x} - D_1 \cdot A_{22} (\rho_1 + \rho_2) (b_{21} - A_{11} \cdot b_{11} \cdot D_2) (V_x - v_x) - \\ & D_1 \cdot A_{22} \cdot (\rho_1 + \rho_2) [b_{22} - A_{11} \cdot b_{12} \cdot D_2] (V_y - v_y). \end{aligned} \quad (17)$$

其中:  $D_1 = 1 / (1 - A_{11} \cdot A_{22} \cdot (\rho_1 + \rho_2)^2 \cdot \frac{\rho_{a21}}{\phi})$ ,  $D_2 = \frac{\rho_{a12}}{\phi} (\rho_1 + \rho_2)$ ; 对于  $\frac{\partial(V_z - v_z)}{\partial t}$ , 由于方程(14)、式(15)中其系数为零, 计算时可不必考虑。

由此, 任意裂隙方位双相 HTI 介质中弹性波方程的正演模拟问题变为求解由式(10)、式(12)、式(14)一式(17)组成的方程组的数值解的问题, 本文采用基于交错网格技术<sup>[15]</sup>的高阶有限差分算法<sup>[16]</sup>求解之。在交错网格空间中, 采用高阶有限差分法对其进行差分离散, 可得到双相 HTI 介质地震波正演的高阶有限差分格式。限于篇幅, 仅给出式(10)中  $\sigma_{xx}$  的高阶差分格式, 其余格式可用类似方法导出。

式(10)中  $\sigma_{xx}$  与速度之间的关系为

$$\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial t} = (C_{11}(i, j) - A_{11} Q_{11}) \frac{\partial v_x}{\partial x} + (C_{13}(i, j) - A_{11} Q_{33}) \frac{\partial v_z}{\partial z} + C_{16}(i, j) \frac{\partial v_y}{\partial x} - F_1 R_{11} \frac{\partial V_x}{\partial x} - F_1 R_{33} \frac{\partial V_z}{\partial z}.$$

对其进行时间 2 阶精度、空间 2L 阶精度差分得到

$$\begin{aligned} \sigma_{xx}^{n+} (i, j) = & \sigma_{xx}^{n-} (i, j) + (C_{11}(i, j) - A_{11} \cdot Q_{11}) \frac{\Delta t}{\Delta x} \sum_{m=1}^L a_m^L \left[ v_x^n (i + m - \frac{1}{2}, j) - v_x^n (i - m + \frac{1}{2}, j) \right] + \\ & (C_{13}(i, j) - A_{11} \cdot Q_{33}) \frac{\Delta t}{\Delta z} \sum_{m=1}^L a_m^L \left[ v_z^n (i, j + m - \frac{1}{2}) - v_z^n (i, j - m + \frac{1}{2}) \right] + \\ & (C_{16}(i, j) \frac{\Delta t}{\Delta x} \sum_{m=1}^L a_m^L \left[ v_y^n (i + m - \frac{1}{2}, j) - v_y^n (i - m + \frac{1}{2}, j) \right] - \\ & F_1 \cdot R_{11} \cdot \frac{\Delta t}{\Delta x} \sum_{m=1}^L a_m^L \left[ v_x^n (i + m - \frac{1}{2}, j) - v_x^n (i - m + \frac{1}{2}, j) \right] - \end{aligned}$$

$$F_1 \cdot R_{33} \cdot \frac{\Delta t}{\Delta z} \sum_{m=1}^L a_m^L \left[ v_z^n(i, j + m - \frac{1}{2}) - v_z^n(i, j - m + \frac{1}{2}) \right]. \quad (18)$$

其中:  $Q_i = -F_i \cdot \frac{\alpha_{ii} - \phi}{\phi}$ ;  $\Delta x, \Delta z$  为空间离散步长;  $\Delta t$  为时间离散步长;  $i, j$  为空间离散点序号;  $n$  为时间离散点序号;  $L$  为差分阶数的一半;  $a_m^L$  为差分系数, 其值由文献[15]确定。

### 3.2 边界条件

由于计算空间有限而波的传播空间无限, 必须在计算空间的边界处采用特殊算法以实现利用有限计算空间模拟无限传播空间的目标, 这就是地震波正演中的边界条件。依据完全匹配层的分裂思想<sup>[17]</sup>, 推导了任意裂隙方位双相 HTI 介质中弹性波方程正演模拟的 PML(perfectly matched layer, 完全匹配层) 吸收边界条件。以  $\sigma_{xx}$  为例, 其在  $x$  方向的 PML 吸收边界条件为

$$\sigma_{xx} = \sigma_{xx}^\perp + \sigma_{xx}^\parallel, \quad (19)$$

$$\frac{\partial(\sigma_{xx}^\perp)}{\partial t} + d(x)\sigma_{xx}^\perp = (C_{11}(i, j) - A_{11}Q_{11}) \frac{\partial v_x}{\partial x} + C_{16}(i, j) \frac{\partial v_y}{\partial x} - F_1 R_{11} \frac{\partial V_x}{\partial x}, \quad (20)$$

$$\frac{\partial(\sigma_{xx}^\parallel)}{\partial t} = (C_{13}(i, j) - A_{11}Q_{33}) \frac{\partial v_z}{\partial z} - F_1 R_{33} \frac{\partial V_z}{\partial z}. \quad (21)$$

其中:  $d(x) = \lg(\frac{1}{R}) \cdot \frac{3V_p}{2\delta} \cdot (\frac{x}{\delta})^4$ <sup>[17]</sup> 为  $x$  方向上的阻尼因子,  $R$  为理论反射系数,  $\delta$  为 PML 厚度,  $V_p$  为纵波速度;  $\sigma_{xx}^\perp$  和  $\sigma_{xx}^\parallel$  分别为  $\sigma_{xx}$  在  $x$  方向和  $z$  方向上的分解分量。

采用与式(18)相同的推导思路, 可得交错网格空间中式(19)~式(21)的时间 2 阶精度、空间高阶精度的有限差分格式:

$$\sigma_{xx}^{n+\frac{1}{2}}(i^+, j) = (\sigma_{xx}^\perp)^{n+\frac{1}{2}}(i^+, j) + (\sigma_{xx}^\parallel)^{n+\frac{1}{2}}(i^+, j), \quad (22)$$

其中:

$$\begin{aligned} (\sigma_{xx}^\perp)^{n+\frac{1}{2}}(i^+, j) &= \frac{1}{1 + 0.5d(x)\Delta t} \left\{ [1 - 0.5d(x)\Delta t] (\sigma_{xx}^\perp)^{n-\frac{1}{2}}(i^+, j) + \right. \\ &(C_{11}(i, j) - A_{11} \cdot Q_{11}) \frac{\Delta t}{\Delta x} \sum_{m=1}^L a_m^L \left[ v_x^n(i + m - \frac{1}{2}, j) - v_x^n(i - m + \frac{1}{2}, j) \right] + \\ &C_{16}(i, j) \frac{\Delta t}{\Delta x} \sum_{m=1}^L a_m^L \left[ v_y^n(i + m - \frac{1}{2}, j) - v_y^n(i - m + \frac{1}{2}, j) \right] - \\ &F_1 R_{11} \frac{\Delta t}{\Delta x} \sum_{m=1}^L a_m^L \left[ V_x^n(i + m - \frac{1}{2}, j) - V_x^n(i - m + \frac{1}{2}, j) \right] \left. \right\}, \\ (\sigma_{xx}^\parallel)^{n+\frac{1}{2}}(i^+, j) &= \frac{1}{1 + 0.5d(x)\Delta t} \left\{ [1 - 0.5d(x)\Delta t] (\sigma_{xx}^\parallel)^{n-\frac{1}{2}}(i^+, j) + \right. \\ &(C_{13}(i, j) - A_{11} \cdot Q_{33}) \frac{\Delta t}{\Delta z} \sum_{m=1}^L a_m^L \left[ v_z^n(i, j + m - \frac{1}{2}) - v_z^n(i, j - m + \frac{1}{2}) \right] - \\ &F_1 R_{33} \frac{\Delta t}{\Delta z} \sum_{m=1}^L a_m^L \left[ V_z^n(i, j + m - \frac{1}{2}) - V_z^n(i, j - m + \frac{1}{2}) \right] \left. \right\}. \end{aligned}$$

其它波场分量的计算方法与之相似, 本文不再赘述。

## 4 数值算例及波场分析

### 4.1 PML 吸收边界效果验证

利用均匀双相 HTI 介质模型, 验证本文选用的 PML 吸收边界条件对外行波的吸收效果。均匀介质的模型参数为表 1 中的介质 1 所示, 其裂隙方位与测线走向的夹角为  $30^\circ$ , 震源置于网格中央。图 1 为 600 ms 时流相  $x$  分量的波场快照, 可见, 图中入射到截断边界的外行波被完全吸收, 说明本文的吸收边界条件有效。

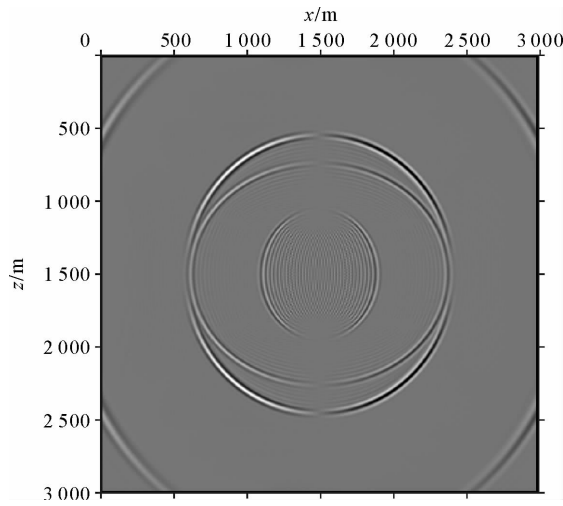


图 1 600 ms 流相  $x$  分量波场快照图

Fig. 1 The wave field snapshots of  $x$  component when  $t = 600$  ms

表 1 模型物性参数表

Tab. 1 The physical property parameters of the model

介质	固体系数						流相参数			孔隙参数			耦合密度		
	$C_{11}$	$C_{13}$	$C_{33}$	$C_{44}$	$C_{66}$	$\rho_s$	$K_s$	$\rho_f$	$K_f$	$\eta$	$\phi$	$k_1$	$k_3$	$\rho_{a1}$	$\rho_{a3}$
1	26.4	6.11	15.6	4.38	6.84	2.65	12.402	0.89	2.25	0.0	0.10	4.0	1.25	0.450	0.400
2	26.4	6.11	15.6	4.38	6.84	2.65	12.402	0.89	2.25	0.001	0.10	4.0	1.25	0.450	0.400
3	26.4	6.11	15.6	4.38	6.84	2.65	12.402	0.89	2.25	0.0	0.35	4.0	1.25	0.450	0.400
4	26.4	6.11	15.6	4.38	6.84	2.65	12.402	0.89	2.25	0.0	0.10	4.0	1.25	0.083	0.400
5	26.4	6.11	15.6	4.38	6.84	2.65	12.402	0.89	2.25	0.0	0.10	4.0	1.25	0.450	0.083

注： $C_{ij}, K_j$  的单位为  $1.0 \times 10^9 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$ ； $\rho_i$  的单位为  $1.0 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ； $\eta$  的单位为  $\text{Pa} \cdot \text{s}^{-1}$ ； $k_i$  的单位为  $1.0 \times 10^9 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ 。

## 4.2 均匀双相 HTI 介质中的波场分析

为讨论问题方便,仅分析二维情况,取表 1 介质 1 的模型弹性参数(裂隙方位角取  $\varphi = 45^\circ$ )分析均匀双相 HTI 介质中的弹性波场特征。正演用参数如下:剖分空间网格大小  $10 \text{ m} \times 10 \text{ m}$ ,剖分时间网格  $1 \text{ ms}$ ,震源位于模型中央,为  $x$  方向冲击力,震源为主频  $30 \text{ Hz}$  的 Ricker 子波。图 2 为正演过程中记录的固相  $x$  分量、流相三分量波场快照。

分析图 2 可得如下结论:双相 HTI 介质中存在四种波,由外层向内依次为第一类纵波(qP1 波),快横波(qS1 波)、慢横波(qS2 波)和第二类纵波(qP2 波)。四种波的波前面均不是圆形,说明它们在各个方向上的传播速度不同,两类纵波的波前面为椭圆形,横波出现分裂现象,表现出强烈的各向异性特征。由图 2(a)、图 2(b)可见,慢纵波在流相中能量强但频散严重,在固相中能量十分微弱,仔细观察还可注意到慢纵波在固相和流相波场中相位相反。由图 2(b)、图 2(c)、图 2(d)可见,qP1 波在  $x$  分量上能量最强,qP2 波在  $y$  分量上能量很微弱, $z$  分量上四类波能量均较  $x$  分量弱。

## 4.3 物性参数对波场影响

为分析粘滞系数、孔隙度和附加密度对双相 HTI 介质的影响,取表 1 中介质 2—5 的模型参数(裂隙方位角取  $\varphi = 90^\circ$ ),其他参数不变,通过正演模拟得到的不同介质流相  $x$  分量波场快照如图 3 所示。

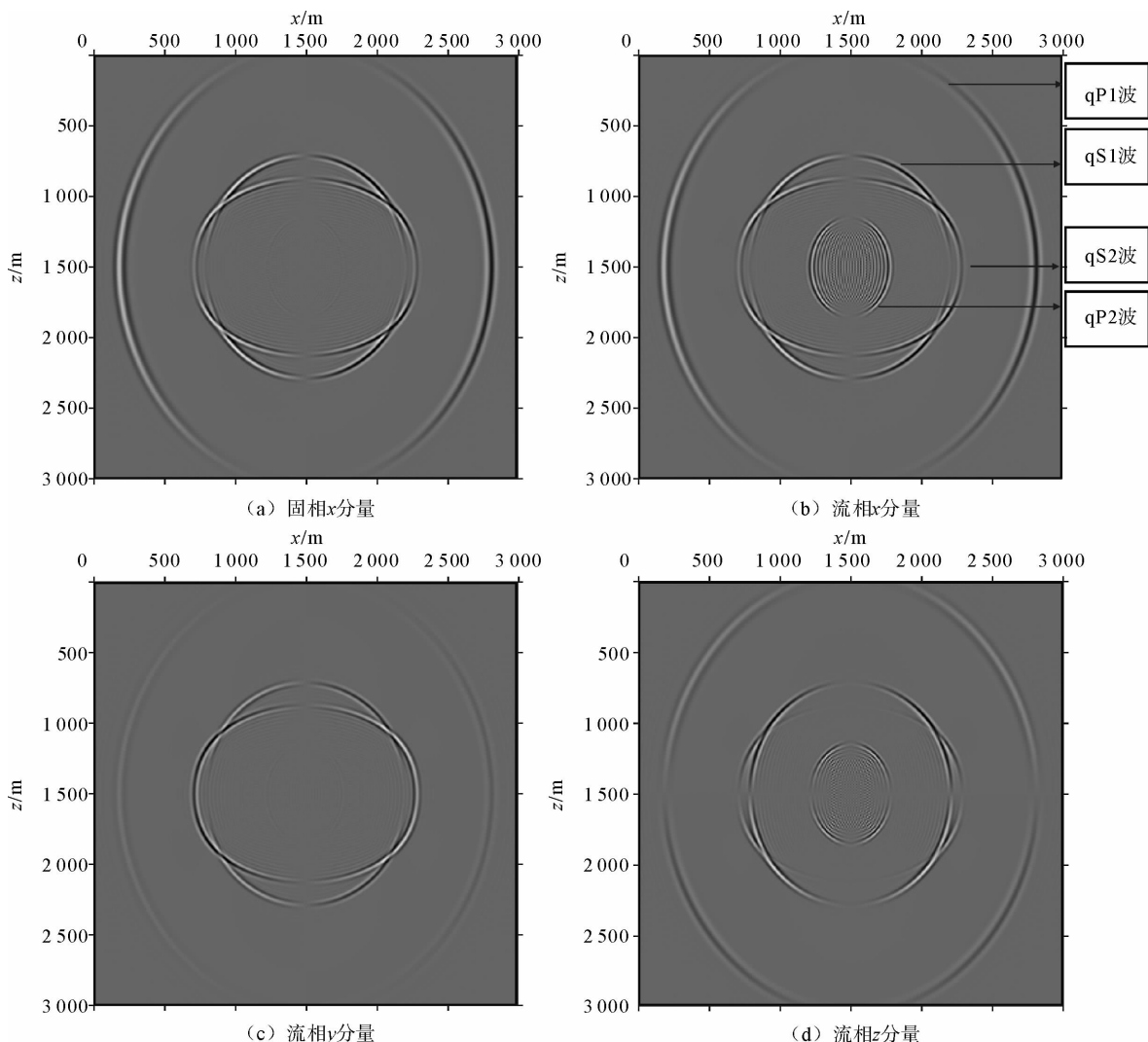


图2 方位角45°时500ms波场快照图

Fig. 2 The wave field snapshots when  $t = 0.5 \text{ s}$ ,  $\varphi = 45^\circ$

对比图3(a)和图3(b)发现,粘滞系数对慢纵波的影响很大,即使粘滞系数很小,慢纵波也迅速衰减到几乎不可见。图3中(a)、(c)、(d)、(e)均为理想相界(即粘滞系数为零)情况下改变介质的其它参数的快照,可见在理想相界条件下改变介质其它参数,慢纵波的能量变化不大,说明慢纵波的能量主要受粘滞系数影响,应为由固流摩擦产生的高耗散波。由图3(a)、图3(c)可以看出,孔隙度增大,两类纵波和快慢横波的速度都增大,qP2波的速度增幅大于qP1波和qS1、qS2波。附加密度对波场的影响比较复杂,对比图3中的(a)、(d)、(e)可得出:减小水平方向的附加密度,qP2波在垂直方向上的速度迅速增大,水平方向速度不变;减小垂直方向附加密度,qP2在平行方向上的速度迅速增大,垂直方向速度不变。

#### 4.4 方位角对波场的影响

取表1中介质1的模型参数分析裂隙方位角对双相HTI介质的影响,方位角 $\varphi$ 分别取 $0^\circ, 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ ,接收排列布置在1200m深度的水平界面,其它参数不变。正演计算得出的不同方位角的流相x分量波场快照如图4所示, $0^\circ, 30^\circ$ 和 $90^\circ$ 三分量合成地震记录如图5所示。

由图4不同方位角的波场快照可见,在裂隙方位角为 $0^\circ$ 时, $xoz$ 平面实际上是均匀双相介质的平面,具有两类纵波和一类横波,qP1波、qS波和qP2波的波前面都是圆形。随着方位角的增大,qP1波和qP2波波前面变为长轴在垂直方向上的椭圆,并可观察到横波分裂现象,方位角越大qP1波和qP2波的方向各向异性越明显;qS1波的波前面由平滑的曲面逐渐变得尖角突出。方位角增大到 $90^\circ$ 时,qP1波的波前面变为菱

形, qS 波出现三分叉现象。

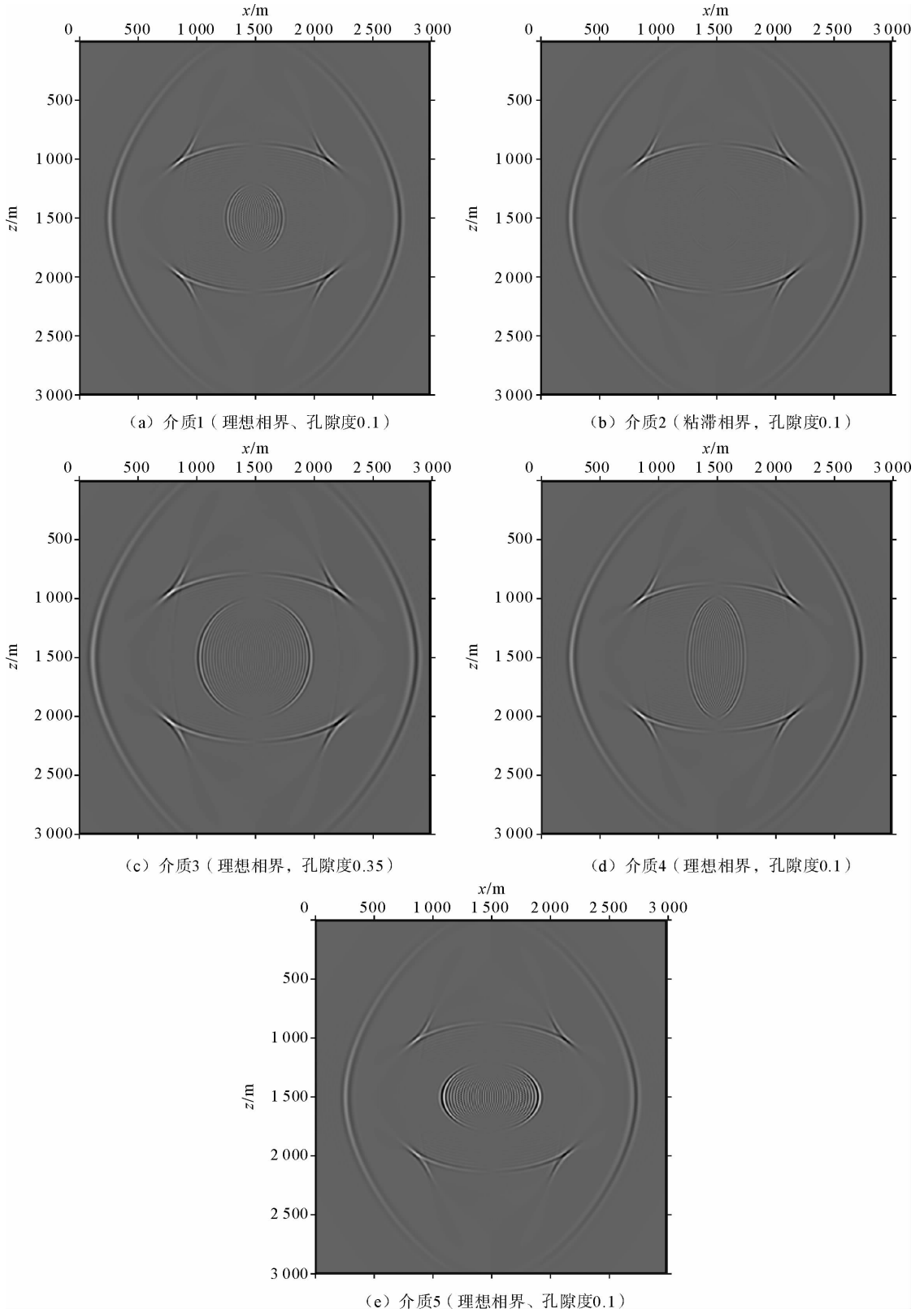


图 3 方位角  $90^\circ$  时 500 ms 流相 x 分量波场快照图

Fig. 3 The wave field snapshots of x component when  $t = 0.5 \text{ s}$ ,  $\varphi = 90^\circ$



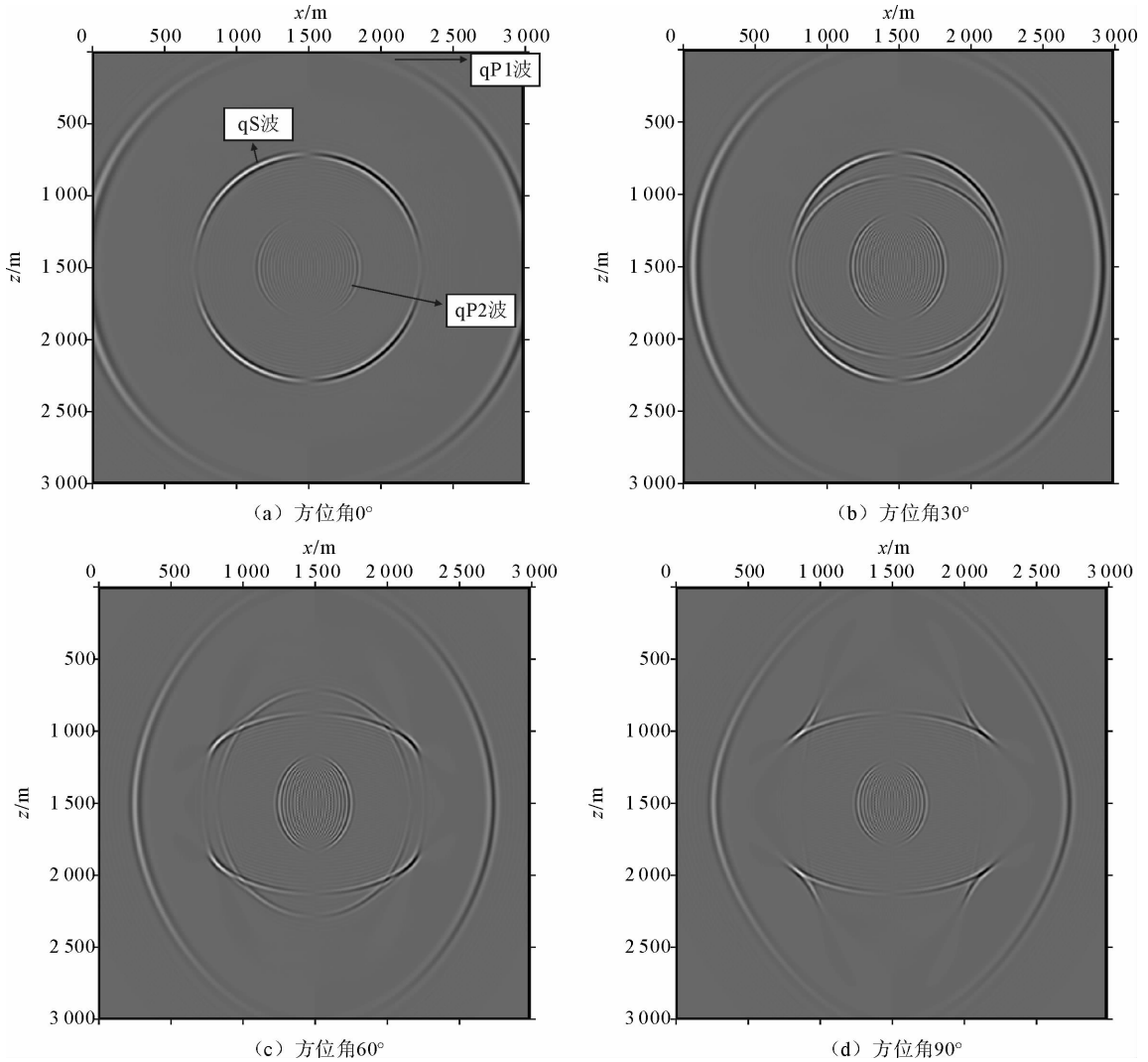


图 4 500 ms 不同方位角流相  $x$  分量流相波场快照图

Fig. 4 The wave field snapshots of  $x$  component when  $t = 0.5$  s with arbitrary azimuth angle

由图 5 的三分量合成地震记录可见,方位角为  $0^\circ$  时, $y$  分量接收不到地震记录, $x$  分量和  $z$  分量的 qP1 波和 qS 波同相轴清晰可见,qP2 波频散严重;方位角为  $30^\circ$  时,三个分量均能接收到地震记录;方位角  $90^\circ$  时, $x$  分量和  $z$  分量可接收到清晰的地震记录,qS 波的三叉区十分明显,而  $y$  分量接收到的地震记录十分微弱。还可观察到其它参数不变时,随着方位角增大慢纵波能量逐渐增强。

## 5 结论

不同方位角的双相 HTI 介质既表现出 HTI 介质诱导的方位各向异性特征、横波分裂现象等,又表现出双相介质诱导的双相性特征,波场信息丰富且复杂。孔隙度、粘滞系数和固液耦合密度均对慢纵波影响明显,孔隙度和粘滞系数影响慢纵波的速度,固液耦合密度主要影响慢纵波的波前形状。方位角主要影响纵波方位各向异性与横波分裂,方位角为  $0^\circ$  和  $90^\circ$  时, $y$  分量接收不到地震记录或地震记录十分微弱,这与均匀 HTI 介质的性质相同。由于本文结论的双相性多表现在慢纵波方面,而实际观测中几乎观测不到慢纵波,故今后的研究重点应放在各向异性和双相对快纵波的影响方面。

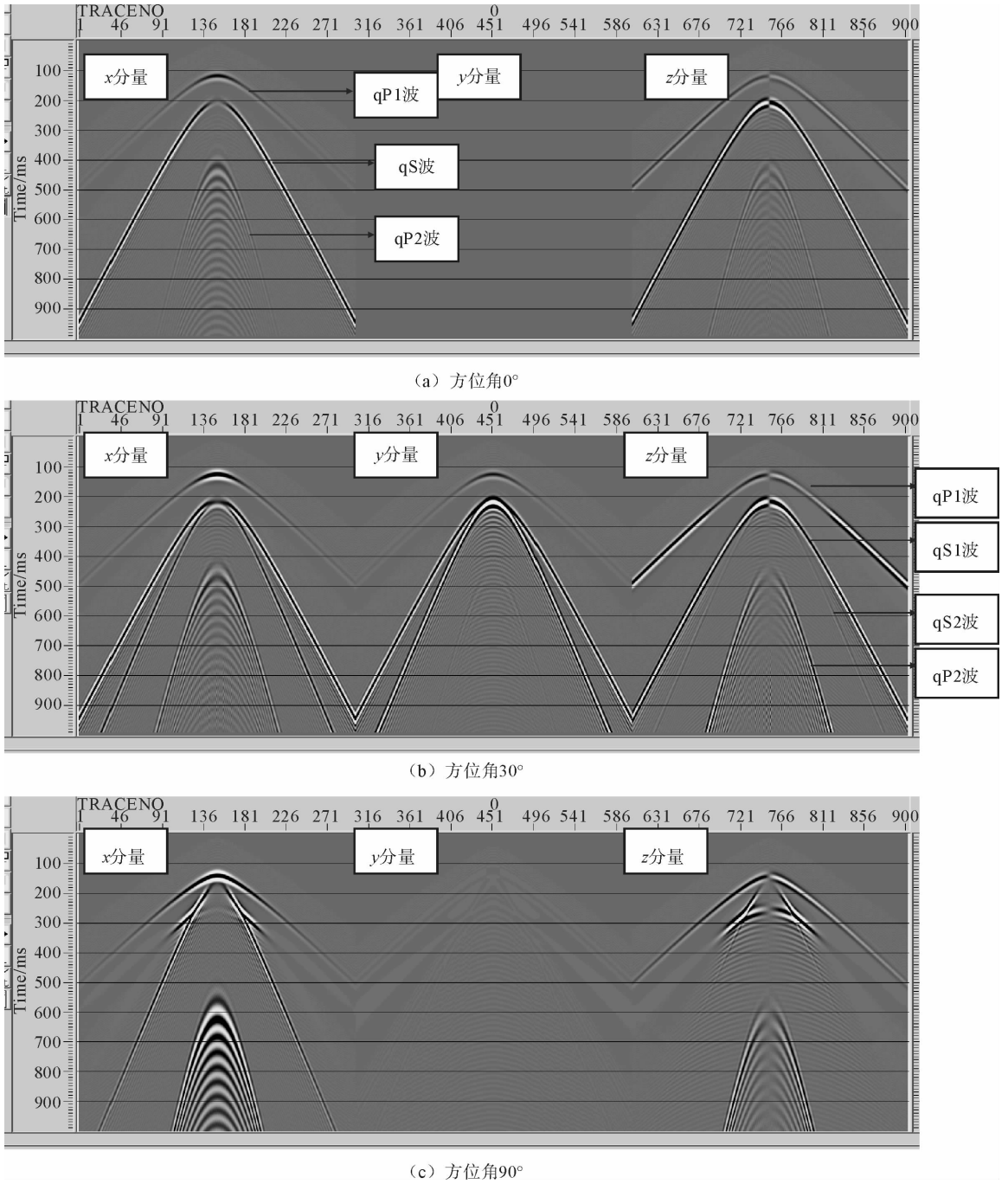


图 5 不同方位角流相二维三分量合成记录图

Fig. 5 Two dimensional three components fluid seismograms with different azimuth angle

参考文献:

[1] CRAMPIN S. The dispersion of surface waves in multilayered anisotropic media[J]. Geophysical Journal International, 1970, 21(3):387-402.

[2] GASSMANN F. Elastic waves through a packing of spheres[J]. Geophysics, 1951, 16(4):673-685.

[3] BIOT M A. Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid. I. low-frequency range[J]. The Acoustical Society of America, 1956, 28(2):168-178.

[4] BIOT M A. Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid. II. high-frequency range[J]. The A-

- coustical Society of America, 1956, 28(2): 179-191.
- [5] BIOT M A. Mechanics of deformation and acoustic propagation in porous media[J]. Journal of Applied Physics, 1962, 33(4): 1482-1498.
- [6] BIOT M A. Generalized theory of acoustic propagation in porous dissipative media[J]. The Acoustical Society of America, 1962, 34(9A): 1254-1264.
- [7] DVORKIN J, NUR A. Dynamic poroelasticity: A unified model with the squirt and the Biot mechanisms[J]. Geophysics, 1993, 58(4): 524-533.
- [8] YANG D H, ZHANG Z J. Poroelastic wave equation including the Biot/squirt mechanism and the solid/fluid coupling anisotropy[J]. Wave Motion, 2002, 35: 223-245.
- [9] 杨顶辉, 张中杰. Biot和喷射流动耦合作用对各向异性弹性波的影响[J]. 科学通报, 2000, 12(45): 1333-1340.  
YANG Dinghui, ZHANG Zhongjie. Biot and Squirt-flow coupling influence on anisotropic elastic wave[J]. Chinese Science Bulletin, 2000, 45(23): 1333-1340.
- [10] 杨宽德, 杨顶辉, 王书强. 基于 Biot-Squirt 方程的波场模拟[J]. 地球物理学报, 2002, 45(6): 853-861.  
YANG kuande, YANG Dinghui, WANG Shuqiang. Wave-field simulation based on the Biot-Squirt equation[J]. Chinese Journal of Geophysics, 2002, 56(6): 853-861.
- [11] 杨宽德, 杨顶辉, 王书强. 基于 BISQ 高频极限方程的交错网格法数值模拟[J]. 石油地球物理勘探, 2002, 37(5): 463-468.  
YANG Kuande, YANG Dinghui, WANG Shuqiang. Numerical simulation by staggered grid method for high frequency limited BISQ equation[J]. Oil Geophysical Prospecting, 2002, 37(5): 463-468.
- [12] 魏修成. 双相各向异性介质中的地震波场研究[D]. 北京: 中国石油大学, 1995.
- [13] 刘洋, 李承楚. 双相各向异性介质中弹性波传播伪谱法数值模拟研究[J]. 地震学报, 2000, 22(2): 132-138.  
LIU Yang, LI Chengshu. Research on elastic wave propagation in dual-phase anisotropic media with pseudo-spectral method numerical simulation[J]. Acta Seismologica Sinica, 2000, 22(2): 132-138.
- [14] 轩义华, 何樵登, 林炎, 等. 双相各向异性介质正演研究[J]. 石油天然气学报, 2006, 28(6): 69-72.  
XUAN Yihua, HE Qiaodeng, LIN Yan, et al. Research on forward modeling in dual-phase anisotropic media[J]. Journal of Oil and Gas Technology, 2006, 28(6): 69-72.
- [15] 董良国, 马在田, 曹景忠, 等. 一阶弹性波方程交错网格高阶差分分解法[J]. 地球物理学报, 2000, 43(3): 411-419.  
DONG Liangguo, MA Zaitian, CAO Jingzhong, et al. A staggered-grid high-order difference method of one-order elastic wave equation[J]. Chinese Journal of Geophysics, 2000, 43(3): 411-419.
- [16] 牟永光, 裴正林. 三维复杂介质地震数值模拟[M]. 北京: 石油工业出版社, 2005.
- [17] COLLINO F, TSOGKA C. Application of the PML absorbing layer model to the linear elastodynamic problem in anisotropic heterogeneous media[J]. Geophysics, 2001, 9(1): 294-307.