

移动集中简谐荷载下粘弹性自由场地振动规律研究

戚桂峰¹, 陈士海¹, 张子华², 杜荣强¹

(1. 山东科技大学 山东省土木工程防灾减灾重点实验室, 山东 青岛 266590; 2. 山东科技大学图书馆, 山东 青岛 266590)

摘要:为了评价轨道交通引起的环境振动对人们生产、生活的影响,建立了移动集中简谐荷载作用下粘弹性半空间体的计算模型,利用傅立叶变换及其逆变换和格林函数对自由场地的振动规律进行了相关研究,给出了地面振动速度的计算表达式,分析了不同影响因素下的地面振动速度的变化趋势,得到了移动集中简谐荷载作用下粘弹性自由场地振动的一般规律。

关键词:粘弹性自由场地;集中简谐荷载;傅立叶变换;格林函数;地面振动速度

中图分类号: TU435

文献标志码: A

文章编号: 1672-3767(2012)01-0057-05

Study on Vibration of Visco-elastic Free Field under Moving Concentrated Harmonic Load

QI Guifeng¹, CHEN Shihai¹, ZHANG Zihua², DU Rongqiang¹

(1. Shandong Provincial Key Laboratory of Civil Engineering Disaster Prevention and Mitigation,

Shandong University of Science and Technology, Qingdao, Shandong 266590, China;

2. Library of Shandong University of Science and Technology, Qingdao, Shandong 266590, China)

Abstract: In order to evaluate the effect of rail traffic vibration on the production and living activities of people, we set up a calculating model of half-space body of visco-elastic free field under moving concentrated harmonic load, and studied its related law of vibration by means of Fourier transform and its inverse transform and Green's function, giving out the calculating expression of the ground vibration velocity and obtaining the general law of vibration of visco-elastic free field under moving concentrated harmonic load by analyzing the change trends of vibration velocities with different influence factors.

Key words: visco-elastic free field; concentrated harmonic load; Fourier transform; Green's function; ground vibration velocity

随着轨道交通建设的快速发展,轨道交通运行引起的环境振动问题日益突出。为了能够在建筑结构与轨道之间采取一定的工程措施隔断环境振动的传播,开展对地层中振动波的传播规律研究具有十分重要的意义。Eason^[1]通过对弹性半空间体在运动荷载下的动力响应研究,求得了移动荷载下弹性半空间体的一维有限积分解;Sneddon^[2]研究了匀速运动荷载下弹性半平面的情况,给出了半平面中位移的积分形式解答;Barros等^[3]采用波数积分方法求解了移动荷载作用下弹性半空间体动力响应的空间变换领域的解。吴倩等^[4]通过室内试验分析了交通荷载下土体中各项应力的时程曲线和主应力轴旋转的过程;周华飞等^[5]采用格林函数法求解了粘弹性半空间体在各种移动荷载下的动力响应问题;颜可珍等^[6]运用解析方法求得了交通荷载作用下瑞利波的特征方程,并对弥散性和荷载运动对波的传播的影响进行了分析;边学成等^[7]对高

收稿日期: 2011-10-30

基金项目: 山东省自然科学基金项目(ZR2010EM046); 山东科技大学研究生科技创新基金项目(YCB110025)

作者简介: 戚桂峰(1988—),男,山东泰安人,硕士研究生,主要从事轨道交通振动和防灾减灾工程及防护工程研究。

E-mail: qgf0866@163.com

陈士海(1964—),男,山东新泰人,教授,博士生导师,主要从事爆破灾害预测与控制技术研究。

E-mail: cshblast@163.com

速列车荷载作用下地基和隧道的动力响应进行了研究,得到了 2.5 维半无限粘弹性体中的动力响应的解;魏鹏勃等^[8]运用解析方法求得了交通荷载作用下瑞利波的特征方程,并对弥散性和荷载运动对波的传播的影响进行了分析。本研究利用 Green 函数法求解了轨道交通移动集中简谐荷载作用下粘弹性半空间自由场地振动解析解,探讨了移动集中简谐荷载作用下的粘弹性半空间体自由场地振动规律。

1 基本方程

由于地基土具有一定的粘弹性,所以在分析中假设地基为粘弹性半空间体,轨道交通产生的荷载为垂直的移动的简谐荷载。当垂直简谐荷载在 $z=0$ 表面以固定速度 v 在粘弹性半空间体表面沿 x 轴运动时自由场地振动计算模型如图 1 所示。其中, P 为粘弹性半空间体所受 z 轴方向的作用力; V 为作用力沿 x 轴方向的移动速度。

采用位移解法,均质各向同性粘弹性半空间体以位移表示的运动方程为^[9]:

$$(\lambda + G)\nabla(\nabla \cdot \vec{u}) + G\nabla^2 \vec{u} + \vec{f} = \rho \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial t^2} \quad (1)$$

其中: λ 为 Lamé 常数; E 、 ν 、 G 和 ρ 分别为粘弹性半空间体的弹性模量、泊松比、剪切模量和密度; \vec{u} 为粘弹性半空间体的位移; \vec{f} 为粘弹性半空间体的体力; ∇ 为 Hamilton 算子; ∇^2 为 Laplace 算子。

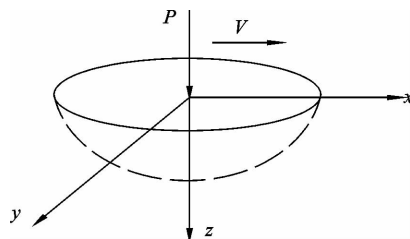


图 1 粘弹性半空间体受力模型图

Fig. 1 Force model of visco-elastic half-space body

2 粘弹性半空间体在移动荷载作用下自由场地振动的解析解

根据矢量场的 Helmholtz 分解,可以假设运动方程(1)的解为:

$$\vec{u} = \nabla \varphi + \nabla \times \vec{\Psi} \quad (2)$$

其中: φ 为位移的标量势; $\vec{\Psi}$ 为位移的矢量势, $\vec{\Psi} = (\Psi_1, \Psi_2, \Psi_3)$, 且 $\Psi_3 = 0$ 。

将 \vec{u} 代入方程(1),并不计体力,并进行关于 x, y 和 t 的傅里叶变换,可得

$$\begin{cases} \frac{\partial^2}{\partial z^2} \bar{\varphi} - m_1^2 \bar{\varphi} = 0 \\ \frac{\partial^2}{\partial z^2} \bar{\Psi} - m_2^2 \bar{\Psi} = 0 \end{cases} \quad (3)$$

其中:

$$k_p = \frac{\omega}{c_p}, k_s = \frac{\omega}{c_s}, m_1^2 = k_x^2 + k_y^2 - k_p^2, m_2^2 = k_x^2 + k_y^2 - k_s^2 \quad (4)$$

$c_p = \sqrt{\frac{\lambda + 2G}{\rho}}$, $c_s = \sqrt{\frac{G}{\rho}}$ 分别为粘弹性半空间体中的纵波波速和横波波速。

公式(3)是关于 z 的二阶常系数齐次微分方程,求解方程可得

$$\bar{\varphi} = Ae^{-m_1 z}, \bar{\Psi}_x = Be^{-m_2 z}, \bar{\Psi}_y = Ce^{-m_2 z} \quad (5)$$

其中: A, B, C 可以通过边界条件求得。

用位移标量势 φ 和位移矢量势 $\vec{\Psi}$ 表示位移和应力,并进行傅里叶变换,将式(5)代入并整理可以得到由 A, B, C 表示的位移和应力的表达式。

$$\begin{bmatrix} \bar{u} \\ \bar{v} \\ \bar{w} \end{bmatrix} = [D][H] \begin{bmatrix} A \\ B \\ C \end{bmatrix}; \begin{bmatrix} \bar{\sigma}_{zz} \\ \bar{\tau}_{yz} \\ \bar{\tau}_{xz} \end{bmatrix} = [S][H] \begin{bmatrix} A \\ B \\ C \end{bmatrix} \quad (6)$$

其中: $[H] = \text{diag}[e^{-m_1 z} \quad e^{-m_2 z} \quad e^{-m_2 z}]$;

$$[D] = \begin{bmatrix} ik_x & 0 & m_2 \\ ik_y & -m_2 & 0 \\ -m_1 & -ik_y & ik_x \end{bmatrix}; [S] = \begin{bmatrix} -2iGk_x m_1 & Gk_x k_y & -G(k_x^2 + m_2^2) \\ (2G + \kappa)m_1^2 - \lambda(k_x^2 + k_y^2) & 2iGk_y m_2 & -2iGk_x m_2 \\ -2iGk_y m_1 & G(k_y^2 + m_2^2) & -Gk_x k_y \end{bmatrix}。$$

已知应力边界条件为： $\sigma_{zz}(z=0) = -P$, $\tau_{yz}(z=0) = 0$, $\tau_{xz}(z=0) = 0$, 将应力边界条件的傅里叶变换形式代入式(6), 求得 A、B、C, 并代入得

$$\begin{bmatrix} \bar{u} \\ \bar{v} \\ \bar{w} \end{bmatrix} = [D][H][S]^{-1} \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}。 \quad (7)$$

其中： $[S]^{-1} = \frac{1}{2G\Delta}[R]$, $\Delta = \left(k_x^2 + k_y^2 - \frac{1}{2}k_s^2\right)^2 - m_1 m_2 (k_x^2 + k_y^2)$ 。

矩阵[R]的各元素为： $R_{11} = k_x^2 + k_y^2 - \frac{1}{2}k_s^2$; $R_{12} = -ik_y m_2$; $R_{13} = -ik_x m_2$; $R_{21} = ik_y m_1$;

$R_{22} = \frac{k_x^2}{m_2^2} \left(k_x^2 + k_y^2 - \frac{1}{2}k_s^2 - 2m_1 m_2\right) + \left(k_x^2 + k_y^2 - \frac{1}{2}k_s^2\right)$; $R_{23} = k_x k_y \left[2 \frac{m_1}{m_2} - \frac{1}{m_2^2} \left(k_x^2 + k_y^2 - \frac{1}{2}k_s^2\right)\right]$; $R_{31} = -$

$ik_x m_1$; $R_{32} = -k_x k_y \left[2 \frac{m_1}{m_2} - \frac{1}{m_2^2} \left(k_x^2 + k_y^2 - \frac{1}{2}k_s^2\right)\right]$; $R_{33} = -\frac{k_y^2}{m_2^2} \left[\left(k_x^2 + k_y^2 - \frac{1}{2}k_s^2 - 2m_1 m_2\right) + \left(k_x^2 + k_y^2 - \frac{1}{2}k_s^2\right)\right]$ 。

当 $k_x \neq 0$ 时, 令 $\gamma = \frac{k_y}{k_x}$, x 方向的相速度 $c_{ph} = \frac{\omega}{k_x}$, $\theta_p = \frac{c_{ph}}{c_p}$, $\theta_s = \frac{c_{ph}}{c_s}$, 并令 $\Delta = 0$, 可得

$$\left(1 + \gamma^2 - \frac{1}{2}\theta_s^2\right)^2 - (1 + \gamma^2) \sqrt{1 + \gamma^2 - \theta_p^2} \sqrt{1 + \gamma^2 - \theta_s^2} = 0。 \quad (8)$$

当相速度大于瑞利波速时, 位移格林函数的被积函数存在两个奇点, 这样使得求解积分显得十分困难。通过引入材料阻尼, 可以使得奇点偏离 k_x 的实轴, 一般采用复 Lamé 常数引进材料阻尼, 即 $\lambda^* = \lambda(1 + 2i\beta)$, $G^* = G(1 + 2i\beta)$, 其中 β 为滞回阻尼比。

3 粘弹性半空间体表面移动荷载作用的数值分析

在 $z=0$ 平面上沿 x 轴正方向以速度 V 匀速运动的列车移动集中简谐荷载可以表示为

$$P(x, y, t) = P_0 e^{i\omega_0 t} \delta(y) \delta(x - Vt)。 \quad (9)$$

其中： $\delta(y)$ 为单位脉冲函数, ω_0 为荷载变化的圆频率。

根据 FUNG^[10] 对 Boussinesq 问题的研究, 得到粘弹性自由场表面振动速度的表达式如下:

$$\begin{cases} \dot{u} = -\frac{(1-2\nu)\{\dot{P}(x-Vt) - PV\}[(x-Vt)^2 + y^2] + 2PV(x-Vt)^2}{4\pi G[(x-Vt)^2 + y^2]^2} \\ \dot{v} = -\frac{(1-2\nu)y\{\dot{P}[(x-Vt)^2 + y^2] + 2PV(x-Vt)\}}{4\pi G[(x-Vt)^2 + y^2]^2} \\ \dot{w} = \frac{(1-\nu)\{\dot{P}[(x-Vt)^2 + y^2] + PV(x-Vt)\}}{2\pi G[(x-Vt)^2 + y^2]^{\frac{3}{2}}} \end{cases}。 \quad (10)$$

其中： P 为粘弹性半空间体所受的 z 方向的作用力, 即 $P = P(x, y, t)$, $r^2 = (x - Vt)^2 + y^2$ 。

在下面的分析中, 已知 $\nu = 0.25$, $G = 2 \times 10^7 \text{ N/m}^2$, 由前期荷载计算可以假定 $P = 1.4 \times 10^5 \cos(115t)$, $\dot{P} = -1.61 \times 10^7 \sin(115t)$, 考虑荷载 P 所在与列车运动方向相垂直的线上点的振动速度。

1) 假设计算点处 $y = 6 \text{ m}$, 列车移动速度 $V = 49 \text{ m/s}$, 代入式(10), 可以得到地面振动速度随时间的变化规律, 其中地面竖直方向振动速度随时间变化曲线如图 2 所示;

2) 假设列车运行速度 $V = 49 \text{ m/s}$, 时间 $t = 1 \text{ s}$, 代入式(10), 可得到地面振动速度随着与列车运行方向垂直距离增大的变化规律, 其中地面竖直方向振动速度曲线如图 3 所示;

3) 假设计算点处 $y = 6 \text{ m}$, 时间 $t = 1 \text{ s}$, 代入式(10), 可得到地面振动速度随着列车运行速度的变化规律, 其平行于列车运行方向和速度变化曲线如图 4—图 6 所示。

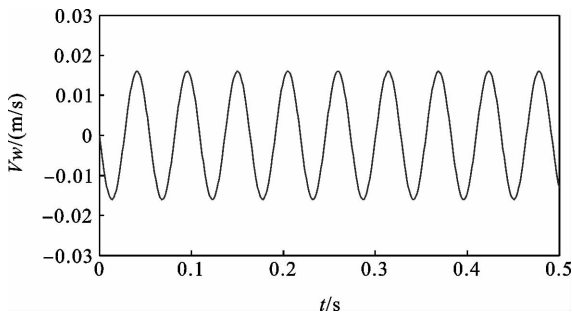


图 2 竖直方向振动速度随时间变化曲线

Fig. 2 The vibration velocity with time at the vertical direction

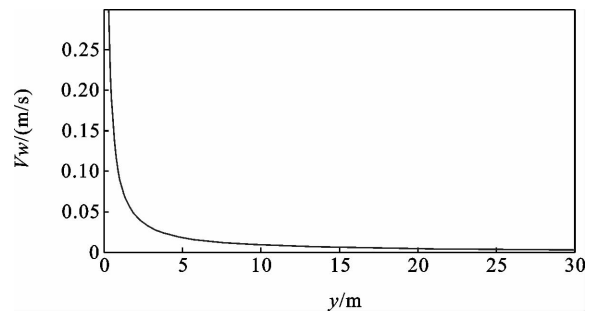


图 3 竖直方向振动速度随垂直距离的变化曲线

Fig. 3 The vibration velocity with the vertical distance at the vertical direction

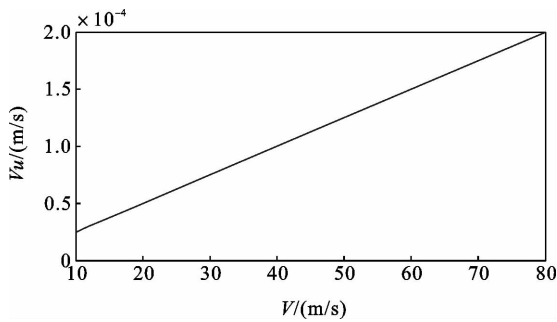


图 4 平行于列车运行方向振动速度
随列车速度变化曲线

Fig. 4 The vibration velocity with the train speed at the direction parallel to the train

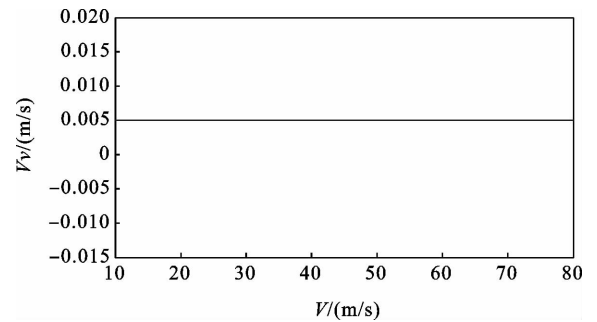


图 5 垂直于列车运行方向振动速度
随列车速度变化曲线

Fig. 5 The vibration velocity with the train speed at the direction perpendicular to the train

当计算点位于列车运行方向的垂直线上,且与列车保持相对静止时,由图 2—图 6 可得:

1) 计算点处竖直方向的地面振动位移随着时间的变化成简谐曲线;

2) 计算点处竖直方向的地面振动速度随着与列车运行方向垂直距离的增大逐渐衰减;

3) 随着列车速度的增大,平行于列车运行方向的地面振动速度呈现线性增大的趋势,而垂直列车运行方向和竖直方向的地面振动速度保持固定的值不变;

4) 尽管平行于列车运行方向的地面振动速度随着列车运行速度的增加呈现增大的趋势,但在列车速度不超过一定值时,其值仍然远小于另外两个方向,计算点处三个方向地面振动速度关系未发生变化,即 $V_u < V_v < V_w$ 。

4 结论

对移动集中简谐荷载作用于粘弹性半空间体表面时地面振动速度的传播规律作了相关分析,利用傅里叶变换及其逆变换和格林函数对速度函数和边界条件进行了研究,最终得到移动荷载作用下粘弹性半空间

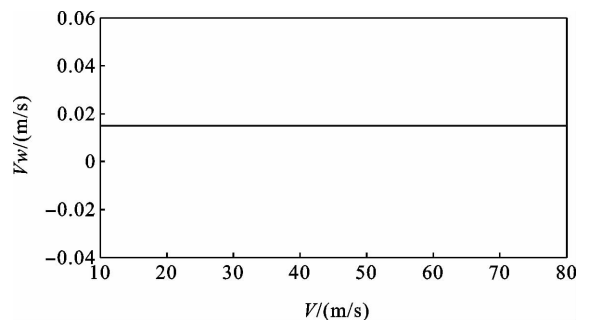


图 6 竖直方向振动速度随列车速度变化曲线

Fig. 6 The vibration velocity with the train speed at the vertical direction

体地面振动速度计算表达式。通过分析得到,自由场地内某点垂直方向的振动速度随着时间的变化成简谐曲线变化,随列车移动方向垂直距离递减,而与列车运行速度无关;地面某点平行于列车运行方向的振动速度与列车运行速度成正比,而垂直列车运行方向的地面振动速度不随列车运行速度的变化而改变。

参考文献:

- [1]EASON G. The stresses produced in a semi-infinite solid by a moving surface force[J]. International Journal of Engineering Sciences,1965,2(6):581-609.
- [2]SNEDDON I N. Fourier Transforms[M]. New York:McGraw Hill,1951.
- [3]BARROS D, LUCO J E. Response of a layered visco-elastic half-space to a moving point load[J]. Wave Motion,1994,19:189-210.
- [4]吴倩,韩爱民,肖俊华,等.地铁列车移动荷载作用下地基土的动应力响应[J].江苏建筑,2010,138(6):72-73.
WU Qian,HAN Aimin,XIAO Junhua, et al. The dynamic stress response of foundation soil by the subway train travelling load[J]. Jiangsu Construction,2010,138(6):72-73.
- [5]周华飞,蒋建群.高速移动荷载下黏弹性半空间体的动力响应[J].力学学报,2007,39(4):545-553.
ZHOU Huafei,JIANG Jianqun. The dynamic stress response of visco-elastic half-space under the high-speed load[J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics,2007,39(4):545-553.
- [6]颜可珍,夏唐代,姜爱华.交通荷载作用下地基中瑞利波的传播特性[J].岩土力学,2004,25(增):414-417.
YAN Kezhen,XIA Tangdai,JIANG Aihua. Characteristics of rayleigh wave in soils generated by traffic load[J]. Rock and Soil Mechanics,2004,25(s):414-417.
- [7]边学成.高速列车运动荷载作用下地基和隧道的动力响应分析[D].杭州:浙江大学,2005.
- [8]魏鹏勃.城市轨道交通引起的环境振动预测与评估[D].北京:北京交通大学,2009.
- [9]FUNG Y C. Foundations of solid mechanics[M]. Englewood Cliffs:Prentice-Hall, Inc.,1965.