

基于条件模拟的非平稳空间相关地震动仿真研究

刘 锋^{1,2}, 吕西林², 王 来¹

(1. 山东科技大学 山东省土木工程防灾重点实验室, 山东 青岛 266590;

2. 同济大学 土木工程防灾国家重点实验室, 上海 200092)

摘 要: 基于性能抗震理论发展的迫切需要, 针对结构开展精细的非线性分析, 这对大跨度结构空间相关地震动的模拟生成提出了新的挑战。本文基于实测天然地震动, 应用条件模拟方法, 发展了空间相关地震动的模拟生成理论。并通过地震动的数据加窗, 和基于现代谱估计理论的 AR 模型进行功率谱密度函数估计, 实现模拟地震动的非平稳特性。理论验证表明, 模拟地震动与原始波在峰值、反应谱、功率谱方面具有很好的一致性, 并且与源波具有良好的相干性, 因此可以广泛应用于空间相关地震动的模拟生成。

关键词: 非平稳; 空间相关; 模拟地震; 条件模拟; AR 模型

中图分类号: TD82

文献标志码: A

文章编号: 1672-3767(2013)04-0067-08

Generation of a Class of Non-stationary Correlated Earthquake Ground Motions Based on Conditional Simulation

Liu Feng^{1,2}, Lü Xilin², Wang Lai¹

(1. Shandong Provincial Key Laboratory of Civil Engineering Disaster Prevention and Mitigation,

Shandong University of Science and Technology, Qingdao, Shandong 266590, China;

(2. State Key Laboratory for Disaster Reduction in Civil Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China)

Abstract: An approach has been developed for the simulation of spatially correlated ground motions statistically analogous with a reference record. This procedure makes use of a discrete representation of the ground motion as a random process in terms of its frequency components via the AR model and subdivides the known record into a sequence of time windows to account for its temporal variation. Ground motions, consistent with both the target auto-spectrum of the known record and a frequency-dependent coherency function, were simulated at different stations. Model diagnostic checking shows that this procedure is accurate and applicable for discretely supported systems particularly when used in conjunction with seismological models to generate strong motion spatially correlated acceleration to adapt to the performance-based design.

Key words: non-stationary; correlation; simulation model; conditional simulation; AR model

地震发生时从震源释放出来的能量以波的形式传递, 途经不同的路径、不同的地形和不同的地质条件, 从而使得地表面的实测震动存在差异。这种差异主要由以下几种因素造成^[1-2]: ①在地震动场地不同位置, 地震波在到达时间上存在一定的差异, 称之为行波效应; ②地震波在传播过程中, 将产生复杂的反射和散射, 同时, 地震动场地不同位置地震波的叠加方式不同, 导致了相干函数的损失, 称之为部分相干效应; ③波在传播的过程中, 随着能量的耗散, 其振幅将逐渐减小, 称之为波的衰减效应; ④在地震动场地不同位置, 土的性质存在差异, 这会影响地震波的振幅和频率, 称之为局部场地效应。

收稿日期: 2013-04-18

基金项目: 土木工程防灾国家重点实验室开放基金项目(SLDRCE10-MB-04); 国家自然科学基金项目(51178259); 山东省“泰山学者”建设工程专项经费项目

作者简介: 刘 锋(1977—), 男, 山东济南人, 副教授, 博士, 主要从事结构减灾方面的研究. E-mail: feng.liu@sdust.edu.cn

二十多年来,国内外学者对此类空间相关地震动引起的诸如管道、大坝、桥梁等大跨度结构的动力反应进行了深入研究。绝大多数研究集中于在频域中进行的随机振动方法和在时域中的反应谱方法。然而,由于这两种方法无法针对结构的非线性反应展开分析,因此无法适应日趋发展的基于性态的抗震设计理论的发展。

进行结构的非线性分析,地震动的模拟生成至关重要。当今地震动模拟方法通常假定地震动为平稳随机过程,其相关函数和功率谱用时间平均的方法得出,对于地震这样一个高频非平稳过程来说,此类方法显然过于简单^[3]。此外,地震动的统计特性往往集中体现于功率谱密度函数,现有的地震动模拟方法通常采用规则化的单峰功率谱来描述地震动的频谱特性,且只采用少数几个参数考虑不同的场地土特征,此类方法对于复杂多变的实际地震动仍然过于简化。本研究将谱估计方法引入地震动的模拟生成过程,选取天然地震动作为源波进行地震动的条件模拟,建立一种非平稳地震动的模拟方法,使其更加真实地体现地震动的强度和频率的非平稳特性,从而模拟得到更加贴近实际情况的地震动时程。

1 地震动模拟生成条件的模拟方法

若点 i 处地震动为非各态历经、零均值的离散时间序列 $Z_i(t_j)$ ^[4],则可表示为

$$Z_i(t_j) = \sum_{k=1}^K [A_{ik} \cos(\omega_k t_j) + B_{ik} \sin(\omega_k t_j)] \quad (1)$$

其中: A_{ik}, B_{ik} 为零均值的随机变量; $t_j = (j-1)\Delta t, j = 1, 2, \dots, K; \Delta t = t_i / (K-1); \omega_k = (k-1)\Delta\omega; \Delta\omega = 2\pi / (t_i + \Delta t), k = 1, 2, \dots, K; t_i$ 为 $Z_i(t_j)$ 的总持时。

系数 A_{ik}, B_{ik} 可通过离散傅里叶变换与 $Z_i(t_j)$ 相关联:

$$\begin{aligned} A_{ik} &= \frac{1}{K} \sum_{j=1}^K Z_i(t_j) \cos\left(\frac{2\pi(k-1)(j-1)}{K}\right); \\ B_{ik} &= \frac{1}{K} \sum_{j=1}^K Z_i(t_j) \sin\left(\frac{2\pi(k-1)(j-1)}{K}\right). \end{aligned} \quad (2)$$

对于空间 i, j 两点的情况, A_{jk}, B_{jk} 可表示 j 点时间序列 $Z_j(t)$ 的傅里叶系数。而 i, j 两点系数 A_{ik}, A_{jk} 的协方差可以表示为

$$\text{Cov}[A_{ik} A_{jk}] = \frac{1}{K^2} \sum_{n=1}^K \sum_{l=1}^K E\{Z_i(t_n) Z_j(t_l)\} \cos\left(\frac{2\pi(k-1)(n-1)}{K}\right) \cos\left(\frac{2\pi(k-1)(l-1)}{K}\right). \quad (3)$$

假定空间点数为 N , 已知 n 个位置的地震动时程, 需要模拟 $m (m = N - n)$ 个未知点的地震动时间序列。对于每一频率分量 $\omega_k, k = 1, 2, \dots, 1 + K/2 = \pi / \Delta t$, 通过式(6)、式(7)可以求得每点和两点傅里叶系数间的协方差, 并可组合为协方差矩阵

$$\mathbf{C}_k = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{\alpha\alpha} & \mathbf{C}_{\alpha\beta} \\ \mathbf{C}_{\beta\alpha} & \mathbf{C}_{\beta\beta} \end{bmatrix}. \quad (4)$$

其中, $\mathbf{C}_{\alpha\alpha} = E[\mathbf{A}_\alpha \mathbf{A}_\alpha^T], \mathbf{C}_{\alpha\beta} = E[\mathbf{A}_\alpha \mathbf{A}_\beta^T]$ 。向量 $\mathbf{A}_\alpha = \{A_{1k}, \dots, A_{nk}\}; \mathbf{A}_\beta = \{A_{(n+1)k}, \dots, A_{(n+m)k}\}$ 分别表示已知点和未知点的傅叶系数。

假定 $\mathbf{A}_s = (A_{\alpha s}, A_{\beta s})$ 为模拟生成的傅里叶系数, 其中 $A_{\alpha s}, A_{\beta s}$ 分别代表记录点和模拟点的系数。同理, $\mathbf{B}_s = (B_{\alpha s}, B_{\beta s})$ 也可同时得以建立。对于给定的空间相关函数 $G(\omega_k)$ 和 $\rho_{\omega k}(\gamma_{ij})$, \mathbf{C}_k 可通过 Cholesky 分解为

$$\mathbf{C}_k = \mathbf{L}_k \mathbf{L}_k^T. \quad (5)$$

其中, \mathbf{L}_k 为下三角矩阵, \mathbf{L}_k^T 为其转置矩阵。

对于 $\omega_k, k = 1, 2, \dots, 1 + K/2 = \pi / \Delta t$ 的每一个分量, 可以得到相互独立的正态分布随机变量 $\mathbf{U}_k = (U_{1k}, U_{2k}, \dots, U_{Nk}), \mathbf{V}_k = (V_{1k}, V_{2k}, \dots, V_{Nk})$ 。 $\mathbf{A}_s, \mathbf{B}_s$ 即可表示为

$$\mathbf{A}_s = \mathbf{L}_s \mathbf{U}_k, \mathbf{B}_s = \mathbf{L}_k \mathbf{V}_k \quad (6)$$

对求得的已知点的系数应用最优线性无偏估计, 可得未知点的傅里叶系数:

$$\mathbf{A}_{\beta s}^* = \mathbf{C}_{\alpha\beta}^T \mathbf{C}_{\alpha\alpha}^{-1} \mathbf{A}_{\alpha s}, \mathbf{B}_{\beta s}^* = \mathbf{C}_{\alpha\beta}^T \mathbf{C}_{\alpha\alpha}^{-1} \mathbf{B}_{\alpha s}. \quad (7)$$

同理,由已知点的傅里叶系数为 A_α, B_α , 可求得一组未知点的最优无偏估计系数:

$$A_\beta^* = C_{\alpha\beta}^T C_{\alpha\alpha}^{-1} A_\alpha, B_\beta^* = C_{\alpha\beta}^T C_{\alpha\alpha}^{-1} B_\alpha \quad (8)$$

未知点处的傅里叶系数为:

$$A_{\alpha, k} = A_\beta^* + A_{\beta\beta} - A_{\beta\beta}^*, B_{\alpha, k} = B_\beta^* + B_{\beta\beta} - B_{\beta\beta}^* \quad (9)$$

根据系数 $A_{\alpha, k}, B_{\alpha, k}$, 通过傅里叶逆变换, 即可得到未知点处的时间序列。

2 非平稳空间相关地震动的模拟生成

2.1 原始地震动和场地选择

本研究选择如图 1 所示场地进行地震动的条件模拟生成, 并进行模拟结果的分析对比。图中, O 为原始地震动输入点, i, j 为模拟点, 其距离 O 点分别为 100 m 和 200 m。此外, 为了进行不同频谱的地震动模拟, 本文分别选取表 1 所示的实测 Northridge^[5] 地震动的水平方向和竖直方向分量作为源波进行模拟, 其时程曲线和时频分析分别如图 2 和图 3 所示。

表 1 Northridge 地震波信息表

Tab. 1 The information of the Northridge record

地震动	日期	记录台	震级	加速度峰值 /g	反应谱峰值 /g	数据长度 /s
Northridge	1994-01-17	ARleta-Nordhoff	6.7	0.344 (H)	0.951 (H)	2000 × 0.02
		Fire station		0.552 (V)	1.770 (V)	

注: H, V 分别代表地震动水平和竖直分量; 反应谱计算时阻尼比取值为 5%; g 为重力加速度

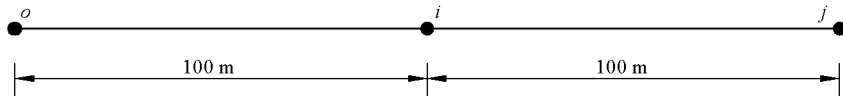


图 1 模拟场地示意图

Fig. 1 The illustration of the target reference site

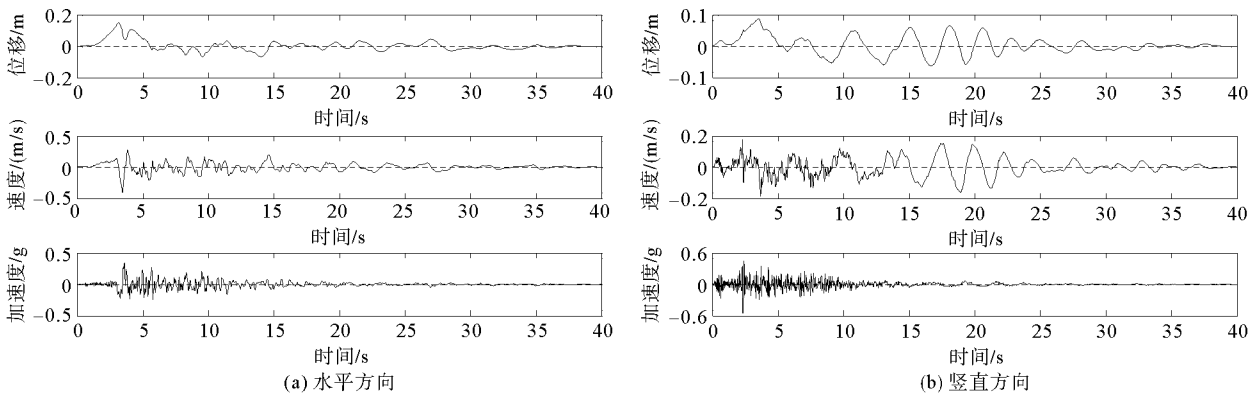


图 2 Northridge 地震动加速度、速度、位移时程曲线图

Fig. 2 The time histories of acceleration, velocity and displacement of Northridge record

2.2 功率谱密度函数估计

为了准确刻画地震动的非平稳特性, 对原始地震动进行加窗处理, 将原始地震波划分为 8 个部分。同时, 为了满足快速傅里叶变换的数据要求, 对原始地震动进行补零处理, 将原始数据的 2000 个数据点扩充为 2048 个点。加窗后的水平和竖直分量加速度时程如图 4 所示。

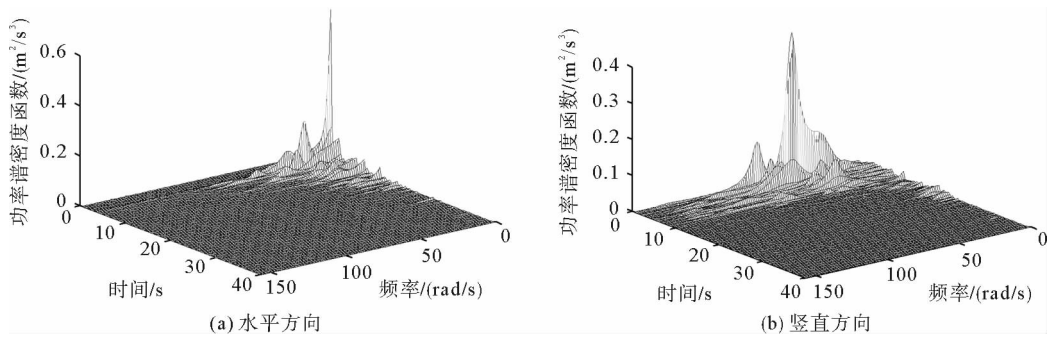


图 3 Northridge 地震记录时变功率谱密度函数

Fig. 3 The time varying power spectra density function of Northridge record

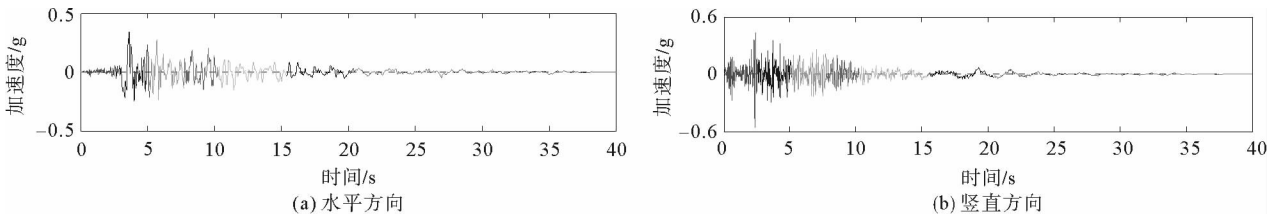


图 4 Northridge 地震记录加窗示意图

Fig. 4 The illustration of the window for the Northridge record

应用自回归模型(auto-regressive, AR)^[6]进行功率谱密度函数的估计。限于篇幅,表 2 仅给出水平分量前 10 阶的 AR 参数。此外,图 5 为水平分量各窗口的功率谱密度函数分布曲线。

表 2 Northridge 地震记录水平分量 AR 模型阶次和参数计算结果表

Tab. 2 The power and the parameter of the AR model for the horizontal component of the Northridge record

窗口	长度 /s	阶次	AR 模型参数									
			1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	2.56	25	0.35	0.21	0.05	-0.10	0.22	-0.38	0.17	0.03	0.37	-0.42
2	2.56	3	1.58	-1.06	0.36	—	—	—	—	—	—	—
3	2.56	29	1.61	-1.37	0.94	-0.64	0.40	-0.47	0.79	-1.08	1.25	-1.36
4	2.56	30	2.03	-2.14	1.89	-1.61	1.34	-1.03	0.70	-0.77	0.97	-1.12
5	5.12	29	2.23	-2.32	1.89	-1.62	1.49	-1.39	1.18	-1.15	1.20	-1.13
6	5.12	19	2.47	-2.86	2.33	-1.63	1.11	-0.99	1.21	-1.31	1.21	-1.14
7	10.24	20	2.16	-1.86	0.91	-0.44	0.45	-0.56	0.70	-0.69	0.50	-0.39
8	10.24	30	1.90	-1.19	0.29	-0.23	0.49	-0.55	0.56	-0.63	0.58	-0.48

2.3 相干函数

本研究选取 Harichandran 模型^[7]进行水平方向地震动的模拟:

$$\gamma(\xi, \omega) = A \exp\left[-\frac{2\xi}{\alpha\theta(\omega)}(1-A+\alpha A)\right] + (1-A) \exp\left[-\frac{2\xi}{\theta(\omega)}(1-A+\alpha A)\right]. \quad (10)$$

其中: $\theta(\omega)$ 是依赖于频率 ω 的相干系数,

$$\theta(\omega) = \kappa \left[1 + \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^b\right]^{-1/2}. \quad (11)$$

$A, \alpha, \kappa, \omega_0, b$ 为模型参数,通常取值为: $A = 0.736; \alpha = 0.147; \kappa = 510 \text{ m}; \omega_0 = 6.85 \text{ rad/s}; b = 2.78$ 。

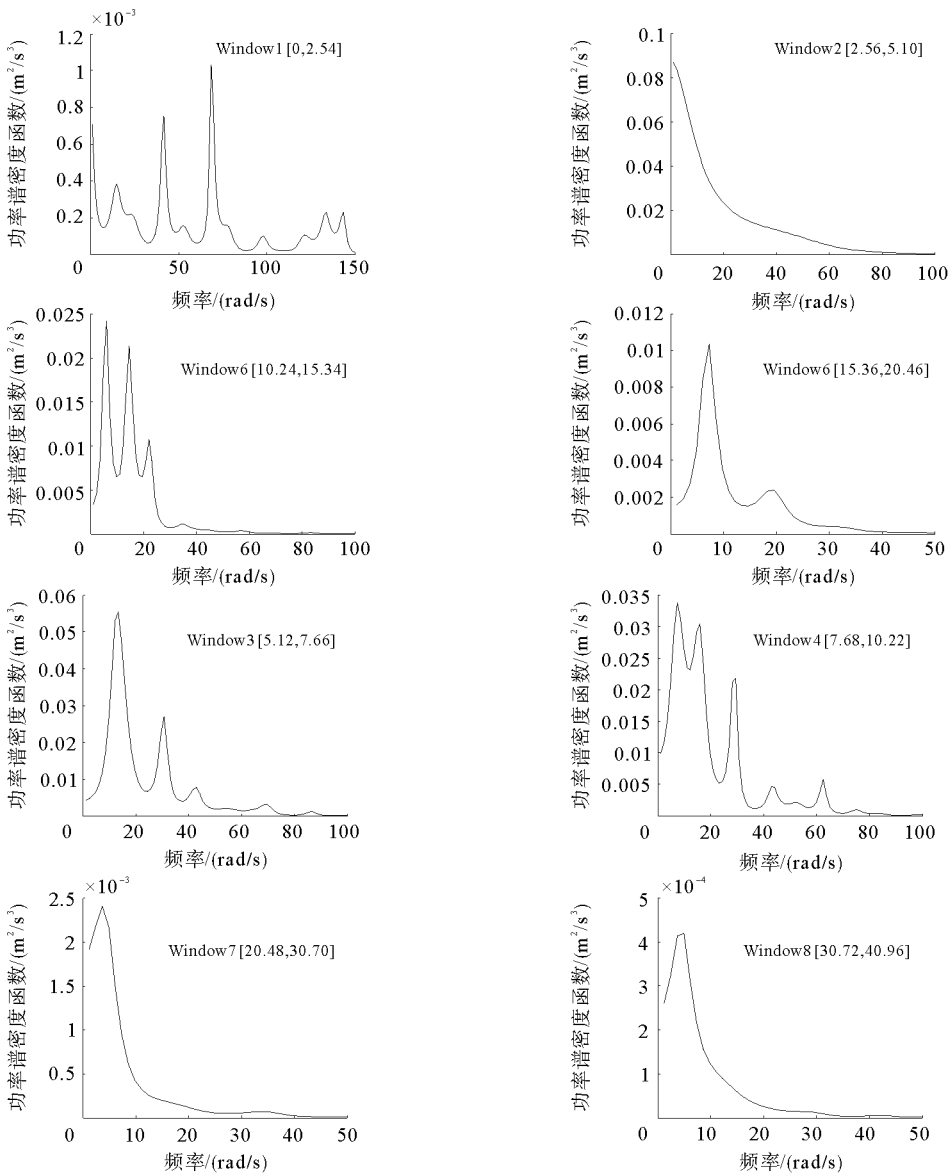


图5 Northridge 地震记录水平分量功率谱密度函数估计图

Fig. 5 Estimated power spectra for each window of the horizontal component of Northridge record

选取 Hao 模型^[8] 进行竖直方向地震动的模拟:

$$|\gamma_{kl}(\omega, d_{kl}^l, d_{kl}^t)| = \exp(-\beta_1 |d_{kl}^l| - \beta_2 |d_{kl}^t|) \exp\left\{-\left[\alpha_1(\omega)\sqrt{|d_{kl}^l|} + \alpha_2(\omega)\sqrt{|d_{kl}^t|}\right]\left(\frac{\omega}{2\pi}\right)^2\right\}. \quad (12)$$

式中,

$$\begin{aligned} \alpha_1(\omega) &= \frac{2\pi a}{\omega} + \frac{b\omega}{2\pi} + c, \\ \alpha_2(\omega) &= \frac{2\pi d}{\omega} + \frac{e\omega}{2\pi} + g. \end{aligned} \quad (13)$$

α, g 为常数, 当 $\omega > 20\pi$ 时, $\alpha_1(\omega), \alpha_2(\omega)$ 取常值。 β_1, β_2 也为常值, d_{kl}^l, d_{kl}^t 为 k, l 两点之间距离在水平方向和竖直方向的几何投影。

3 计算理论的验证和对比

应用前文 1, 2 节介绍的条件模拟方法进行数值模拟, 图 6 给出了 i 点的水平方向和竖直方向加速度、速

度和位移时程曲线。

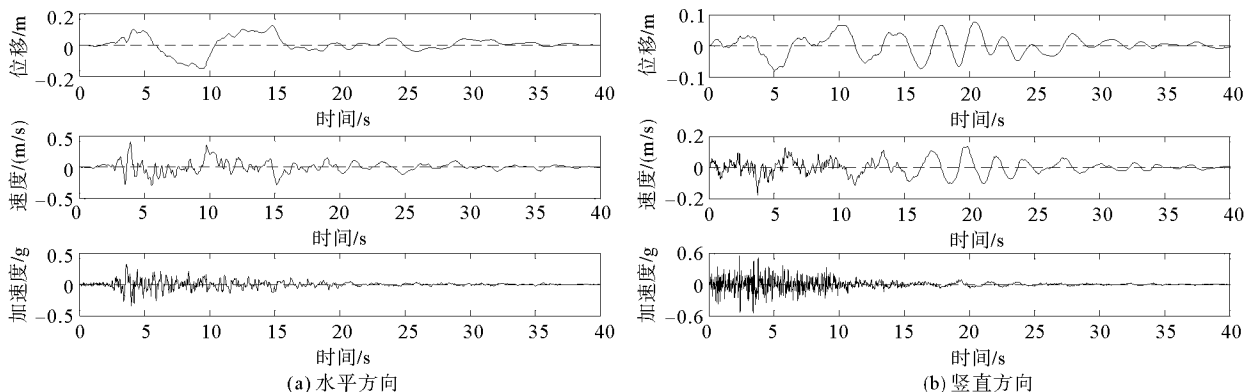


图 6 i 点水平、竖直方向加速度、速度、位移时程图

Fig. 6 The time histories of acceleration, velocity and displacement of the i site

为了验证所生成地震动的可靠性,从①加速度、速度、位移时程的峰值;②功率谱和加速度反应谱;③相干性;④时频分布等方面对模拟波与原始地震动进行对比分析。

3.1 峰值对比

表 3 给出了 o, i 两点、两个方向的加速度、速度、位移时程的峰值,以及相对误差情况。比较结果可见,模拟地震波与原始地震波在加速度、速度、位移方面峰值的差别很小。

3.2 功率谱和反应谱对比

图 7 和图 8 给出了 i 点的模拟地震动功率谱、加速度反应谱与原始地震动相应变量的对比。观察可知,模拟地震动较好地保持了原始波的频谱组份,并且两者的反应谱形状和幅值均符合较好。

表 3 地震波加速度、速度、位移峰值对比表

Tab. 3 The comparison of the peak value of the acceleration, velocity and displacement

位置	加速度 / (m/s ²)		速度 / (m/s)		位移 / m	
	峰值	误差 / %	峰值	误差 / %	峰值	误差 / %
$o(H)$	3.440	—	0.406	—	0.150	—
$i(H)$	3.369	-2.1	0.395	-2.7	0.152	1.3
$o(V)$	5.523	—	0.184	—	0.088	—
$i(V)$	5.562	0.7	0.180	-2.2	0.085	3.5

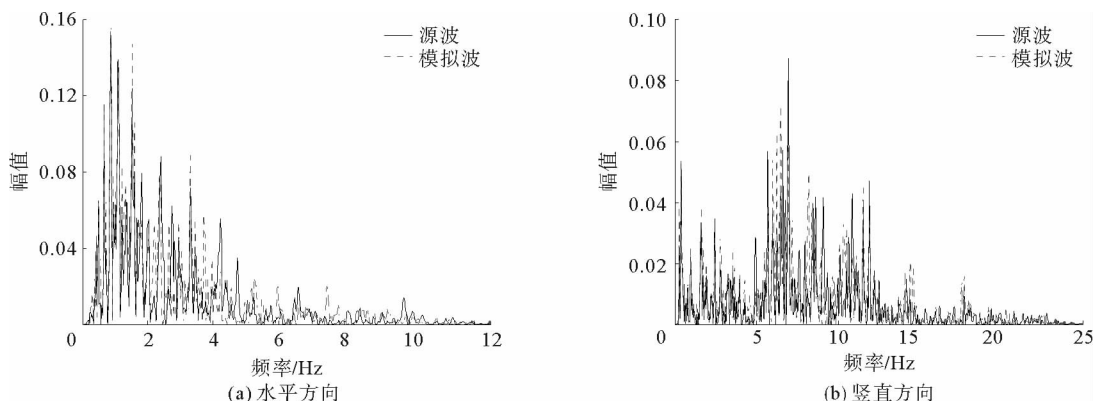


图 7 i 点模拟地震动功率谱分布图

Fig. 7 The power spectra of the simulated ground motions of i site

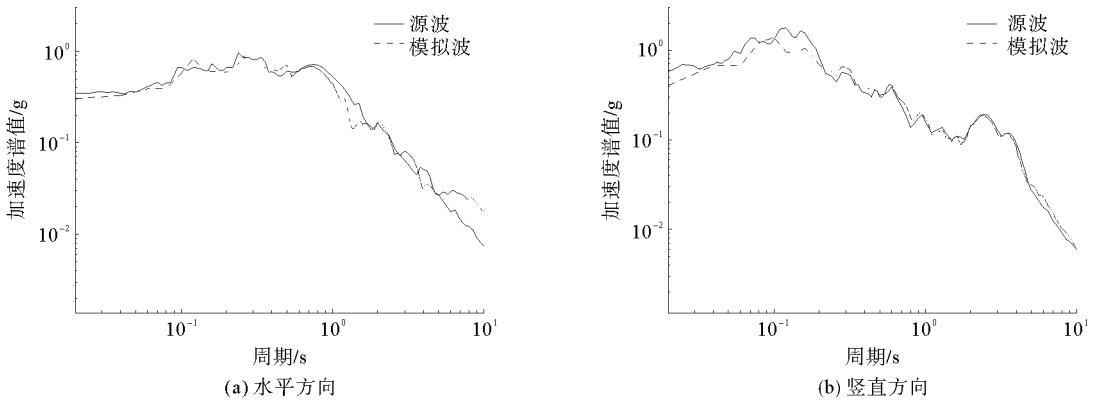


图 8 *i* 点模拟地震动加速度反应谱图

Fig. 8 The acceleration response spectra of the simulated ground motions of *i* site

3.3 相干性分析

按式(14)进行相干分析,图9分别给出了*i*点模拟波与原始地震动的相干曲线。对比可知,该模型较好地体现了模拟理论采用的 Harichandran 模型^[7]和 Hao 模型^[8]。

$$\gamma_{ij}(\omega) = \frac{S_{ij}(\omega)}{\sqrt{S_i(\omega)S_{jj}(\omega)}} \quad (14)$$

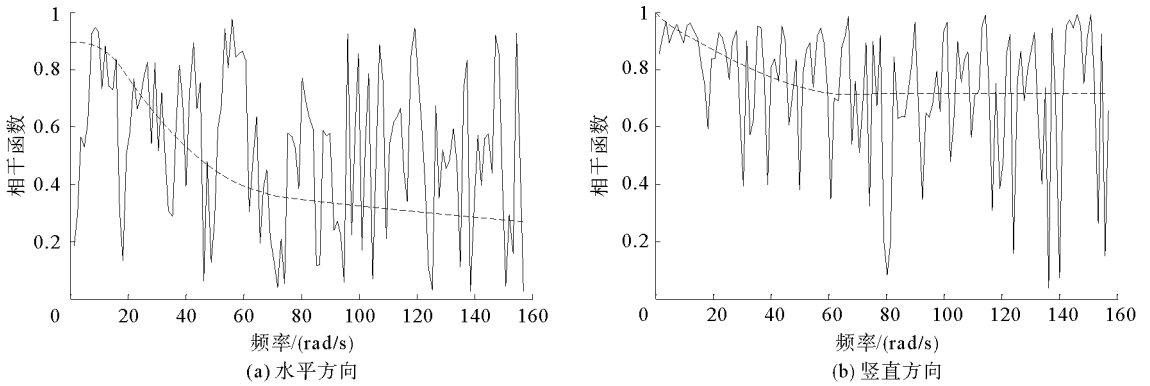


图 9 *i* 点模拟波与 *o* 点原始波的相干函数

Fig. 9 The coherency function of the simulating wave of *i* site and the original wave of *o* site

3.4 时频分析

图 10 分别给出了*i*点模拟地震动水平和竖向分量的时频分布图形。对比图 3,模拟波很好地保持了原始波在强度和频率上的非平稳特性,与原始波在时频分布上具有很好的一致性。

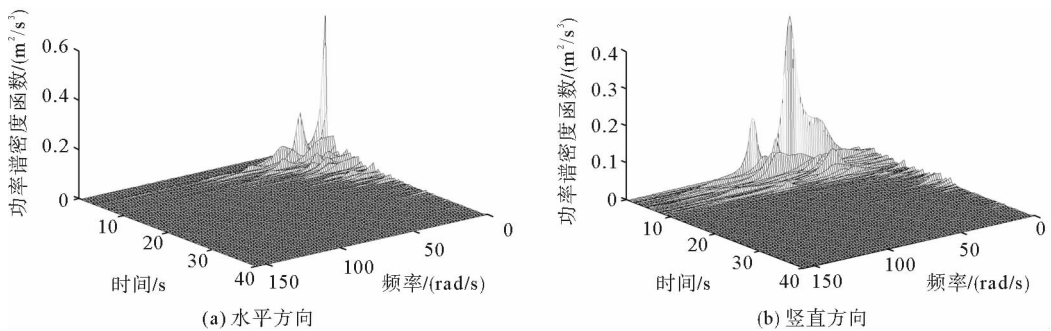


图 10 *i* 点模拟地震动时变功率谱密度函数

Fig. 10 The time varying power spectra density function of the *i* site

4 结论

基于实测天然地震动,应用条件模拟方法,发展了空间相关地震动的模拟生成理论。通过对地震动的数据加窗,和基于现代谱估计理论的 AR 模型进行功率谱密度函数估计,实现模拟地震动的非平稳特性。理论验证表明,模拟地震动与原始波在峰值、反应谱、功率谱方面有很好的 consistency,与源波具有良好的相干性,并且很好地保留了天然地震动所具有的非平稳特性,可以广泛用于空间相关地震动的模拟生成,从而适应大跨度结构基于性能抗震设计理论的发展。

参考文献:

- [1] Zerva A, Zervas V. Spatial variation of seismic ground motions; An overview[J]. Applied Mechanics Reviews ASME, 2002, 55(3): 271-297.
- [2] Shama A A. Simplified procedure for simulating spatially correlated earthquake ground motions[J]. Engineering Structures, 2007, 29(2): 248-258.
- [3] Wang J J, Fan L C. Simulation of non-stationary frequency content and its importance to seismic assessment of structures [J]. Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 2002, 31(4): 993-1005.
- [4] Heredia-Zavoni E, Cruz S S. Conditional simulation of a class of nonstationary space-time random fields[J]. Journal of Engineering Mechanics ASCE, 2000, 126(4): 398-404.
- [5] Pacific Earthquake Engineering Research Center, PEER Strong Motion Database[EB/OL]. (1994-08-16)/[2013-02-15] <http://peer.berkeley.edu/smcat/index.html>.
- [6] Aghababaii-Mobarakeh A, Rofooei F R, Ahmadi G. Simulation of earthquake records using time-varying Arma(2, 1) model [J]. Probabilistic Engineering Mechanics, 2002, 17(1): 15-34.
- [7] Harichandran R S, Vanmarcke E H. Stochastic variation of earthquake ground motion in space and time[J]. Journal of Engineering Mechanics Division, 1986, 112(2): 154-174.
- [8] Hao H, Oliveira C S, Penzien J. Multiple-station ground motion processing and simulation based on SMART-1 array data [J]. Nuclear Engineering and Design, 1989, 111(3): 293-310.

(责任编辑:高丽华)