

# 单轴压缩下岩石断口裂纹的分形特征研究

黄冬梅<sup>1</sup>, 常西坤<sup>1</sup>, 林晓飞<sup>2</sup>, 傅颖霞<sup>1</sup>

(1. 山东科技大学 矿业与安全工程学院, 山东 青岛 266590; 2. 安徽工业大学 建筑工程学院, 安徽 马鞍山 243002)

**摘要:** 为了对岩石断口进行细观分析, 以大理岩为例, 借助 MTS 岩石伺服试验系统, 进行单轴加载实验直至破坏, 获取了四类不同破坏载荷下大理岩断口试件。运用扫描电镜拍摄了岩石破坏断口裂纹的细观结构图像, 综合应用图像分析技术和分形几何理论, 编制了 Matlab 程序, 计算出细观结构图像的分形维数, 并简要分析了大理岩细观结构具有的分形特征。结果表明: 大理岩表现出良好的自相似性; 其断口的分形维数与破坏载荷之间具有一定的相关性。

**关键词:** 单轴压缩; 岩石断口; 扫描电镜图像; 细观形貌; 分形维数

中图分类号: TD313

文献标志码: A

文章编号: 1672-3767(2014)02-0058-05

## The Fractal Dimension of Rock Crack Under Uniaxial Compression

Huang Dongmei<sup>1</sup>, Chang Xikun<sup>1</sup>, Lin Xiaofei<sup>2</sup>, Fu Yingxia<sup>1</sup>

(1. College of Mining and Safety Engineering, Shandong University of Science and Technology, Qingdao, Shandong 266590, China;  
2. School of Civil Engineering and Architecture, Anhui University of Technology, Maanshan, Anhui 243002, China)

**Abstract:** To give the microscopic analysis of rock fracture, marble was used in the uniaxial loading experiments for the rock failure with the help of MTS test system. The marble specimen under four different fracture specimens was obtained. Then rock crack microstructure image was produced by the scanning electron microscope and the matlab program was compiled according to the application of image analysis technology and the fractal geometry theory. Finally, the fractal dimension microstructure of image was calculated, and a brief analysis was made on fractal characteristics of microstructure with the marble. The results show that good self-similarity is found in marble and there are certain correlation between fractal dimension and the failure load of fracture.

**Key words:** uniaxial compression; rock crack; SEM image; microscopic morphology; fractal dimension

分形几何学是一门以自相似、不规则图形为研究对象的学科, 于 1975 年前后由 Mandelbrot 创立<sup>[1-2]</sup>。分形几何学主要是从系统自身的复杂性入手, 将不好量化的复杂系统或对象用更方便的方法表达出来并量化, 其主要研究方式是探讨研究对象的分形维数与其物理参数之间的相关性。

近年来, 分形在煤岩体、岩石力学中的应用日益广泛。大量研究<sup>[1-3]</sup>表明: 分形维数在表征岩石微、细观结构的复杂性上是一个很实用的参数, 但以往的研究绝大部分侧重于断裂的宏观结构, 对于细观裂纹的分形维数研究甚少, 对脆性岩石材料结构演化特征也鲜有介绍。因此, 本研究着眼于岩石断口裂纹细观形貌的分形维数计算和分析。

## 1 岩石单轴压缩及 SEM 扫描实验

为获得岩石断口试件, 采用 MTS (mechanical testing & simulation) 岩石伺服试验系统对多个大理岩试

收稿日期: 2013-11-12

基金项目: 国家重点基础研究发展计划 (“973”) 项目 (2010CB226805-02)

作者简介: 黄冬梅 (1982—), 女, 山东济宁人, 博士研究生, 主要从事矿山安全方面的研究。E-mail: kmcandy@126.com

件进行单轴压缩实验。在单轴压缩应力下,大理岩产生横向扩张变形和纵向压缩变形,当应力达到某一级别时,岩块体积开始膨胀并出现初裂,然后裂隙逐渐发展,最后导致试件破坏。在破坏试件中,选取四类不同破坏载荷下的试件,其中试件压缩破坏后典型照片如图 1 所示。其断裂基本上沿着某一裂隙断面呈脆性破坏,故表现为脆性岩石的特征。



图 1 单轴压缩下岩石破坏样图

Fig. 1 Rock crack under uniaxial compression



图 2 扫描电镜实验系统

Fig. 2 The SEM experiment system

岩石断口是岩石类试件断裂后留下的关于断裂情况的记录,在断口上蕴藏着丰富的微、细观信息。通过对单轴加载实验造成的大理岩试件的断口进行形貌分析,可以更好地了解岩石断裂破坏的细观状态。因此,本研究采用扫描电镜(scanning electron microscope, SEM)对两类不同加载条件下的试件断口进行了观测和图像信息采集。电镜实验系统如图 2 所示。具体做法是将大理岩试件的断口块状物从压缩断裂后的试件上取下来,制成适于扫描电镜试件腔允许的尺寸。由于岩石试件不导电,故需要将待测试件用超声波清洗、干燥之后,进行断口喷镀金膜处理。然后进行实验观察,采集二次电子图像,结果如图 3 所示。

## 2 岩石断口细观形貌的分形维数计算方法

分形维数是描述分形体复杂结构的重要手段之一。目前有多种分形维数的定义和计算办法,如盒维数、Hausdroff 维数、关联维数、信息维数等<sup>[3]</sup>。其中, Hausdroff 维数是分形几何理论的基础,主要用于分形几何问题的基础推导,对实际问题提出的分形维数无能为力,而盒维数物理意义比较直观,易于进行程序化计算,在分形维数的实际计算中得到了广泛的应用。本研究即用盒维数来计算岩石断口的分形维数。

从细观来看,岩石的断裂面是非常粗糙且无规则的,很难用光滑平直的面来模拟,而且破坏面还包含着各种分叉,路径也弯曲不平,具有统计意义上的自相似性,因此符合分形理论的特征。

设  $A$  是  $n$  维欧式空间的任意非空有界子集,对每一个满足  $m > 0$  的情况,  $N(A, m)$  表示覆盖子集为  $A$ 、半径为  $m$  的最小闭球数,若极限  $\lim_{m \rightarrow 0} \frac{N(A, m)}{\ln(1/m)}$  存在,则将该极限定义为  $A$  的盒维数  $H$ <sup>[4]</sup>。盒维数的这一算法非常实用,在实际问题中,上述定义中的闭球可以用多种集合来代替,如线段、正方形、立方体等,以便计算出维数。

在实际的岩石断口细观形貌盒维数计算时,由于选取的对象是断口 SEM 图像,所以,可以将图像的像素点作为一个闭球来覆盖空间有限子集,从而计算出  $\ln m$ ,  $\ln N(A, m)$  所建立的曲线斜率以便确定断口 SEM 图像的盒维数。

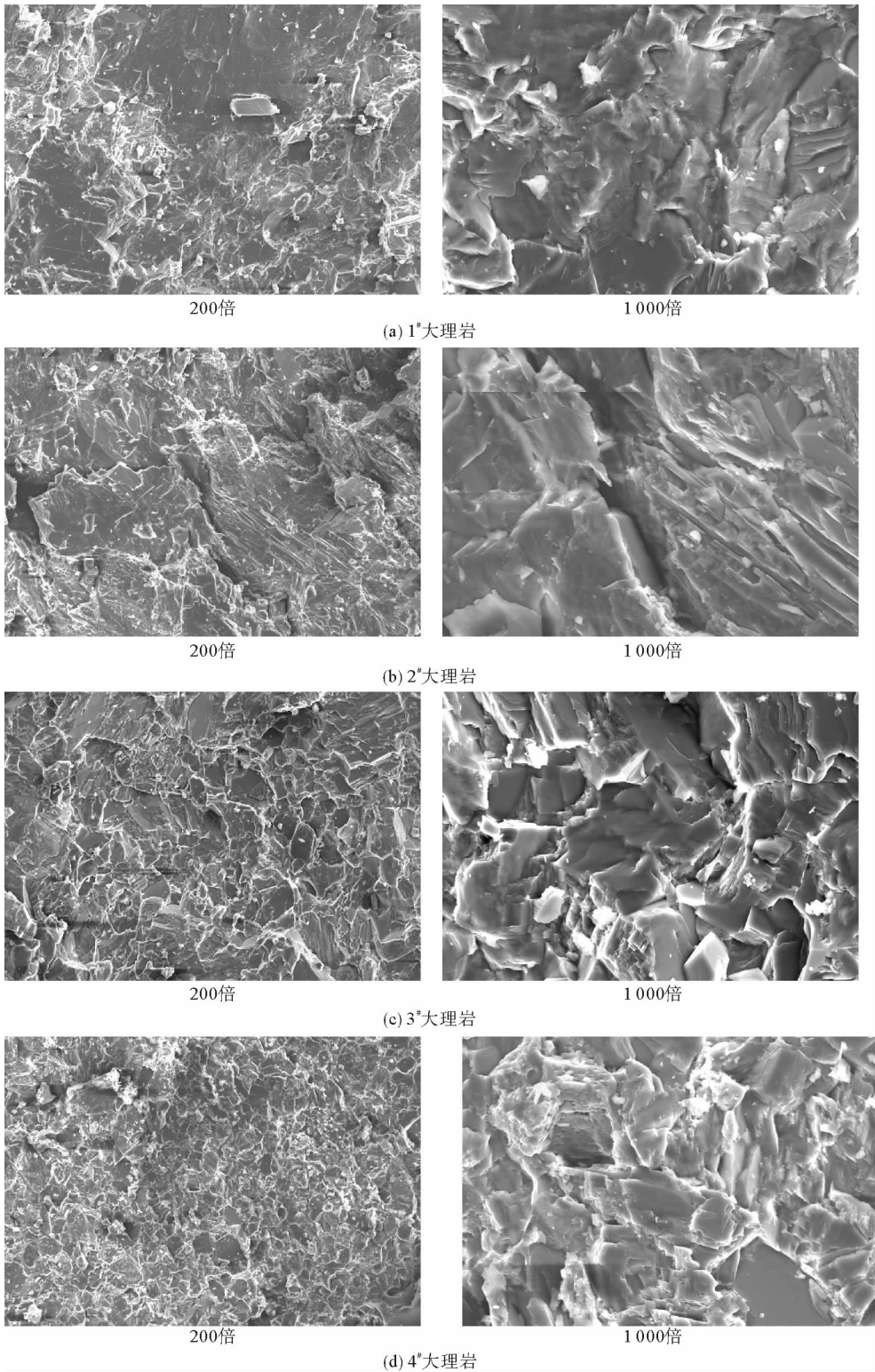


图 3 四种不同破坏载荷下的大理岩断口 SEM 图像

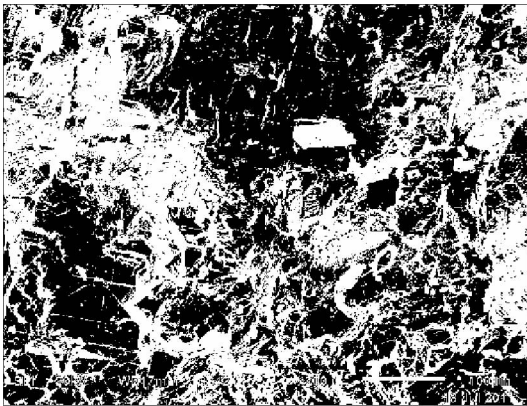
Fig. 3 The SEM image of marble crack under different fracture specimens

由于 SEM 扫描得到的图像是灰度图像,采用上述盒维数法计算图像分形维数时,首先要将图像中的被关注区域从中提取出来,然后对该图像进行平滑滤波处理、锐化滤波以及直方图调整,最后进行二值化处理,

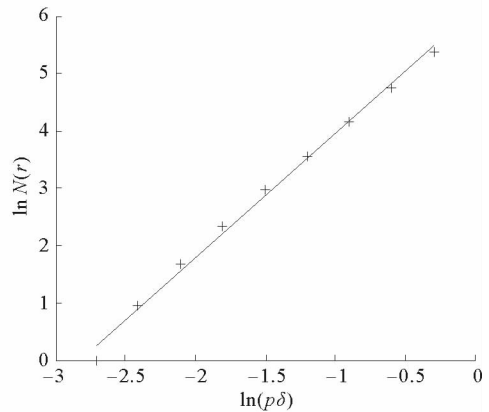
转化为黑白位图<sup>[5-6]</sup>。这些处理在 Matlab 中可以很方便地实现,如图 4(a)所示。

在 Matlab 环境下,处理后的二值图像是由一系列的像素点所组成,可以看做是一个  $M \times N$  的数值矩阵,其中像素点为黑色或白色,在相应的矩阵中分别用 1 或者 0 来表示。

将数据矩阵划分为若干块,每块的行列数均为  $p$ ,计算出矩阵中包含 1 的块所占据的盒子数  $N(r)$ 。一般来说取  $p=1,2,4,\dots,2^i(i=0,1,2,\dots)$ ,即以  $p$  个像素点尺寸为边长划分数据文件,得到对应的盒子数  $N(r)$ 。设  $\delta$  为 1 个像素点的大小,则行和列都为  $p$  的盒子的边长为  $p\delta$ 。将所得的盒子数和盒子边长取对数,并将  $\ln N(r)$  和  $\ln(p\delta)$  进行线性拟合,所得直线的斜率即为该图像的分形维数。采用 Matlab 进行编程,由计算机进行计算与处理,得到二值化拟合直线,所得到的直线斜率,即为该图像的分形维数<sup>[7]</sup>。图 4(b)为 Matlab 计算的图像双对数拟合图。



(a) 二值图



(b) 双对数拟合图

图 4 二值图和双对数拟合图(以 1 号试件 200 倍为例,分维为 2.158 0)

Fig. 4 Binary image and double logarithmic (take 1<sup>#</sup> marble for example, fractal dimension is 2.158 0)

### 3 计算结果与分析

选取的四类试件中,不同的破坏载荷下大理岩断口微观形貌的分形维数如表 1 所示。

表 1 不同破坏载荷下大理岩分形维数计算结果表

Tab. 1 Fractal dimension of marble under different fracture specimens

试件	1 <sup>#</sup>	2 <sup>#</sup>	3 <sup>#</sup>	4 <sup>#</sup>	平均值
破坏载荷/MPa	125.31	127.62	129.58	137.32	
200 倍分维	2.158 0	2.163 4	2.164 0	2.170 7	2.164 0
1 000 倍分维	2.145 5	2.154 9	2.155 1	2.163 8	2.154 8
分维平均值	2.151 8	2.159 2	2.159 6	2.167 3	

通过对四类单轴压缩后大理岩试件的微观结构和微观孔隙研究,初步探讨了大理岩的分形特征。

扫描电镜实验结果(图 3)中可以看出:大理岩是非均质材料,在微观层次上具有不同的特征。其微观结构以块状构造为主,具有典型的粒状结构,也可以见到些许条带状结构;试件破坏后的微观图像说明因单轴压缩后的断裂破坏具有显著不同的特征。大理岩的微观结构特征,在一定条件下反映了其在单轴压缩后的宏观构造破坏程度和应力作用的性质。

综合图 3 实验结果可知,大理岩断口裂纹沿着其界面扩展,裂纹相对比较平直,并出现分叉。这主要是由于大理岩比较致密,破坏时往往伴随一定的能量释放,在裂纹形成时往往应力水平不是很高,但损伤严重,

所以裂纹会出现分叉现象。单轴压缩引起破坏的大理岩裂纹主要受已有孔隙、节理的影响,表面相对比较平整,裂纹发育主要是在应力作用下开裂与扩展,裂纹的破坏过程具有自相似的特征。由此可知:大理岩内部的细观形貌影响其在外力作用下的应力-应变状态,进而影响其宏观力学响应和破坏机制。

由图像的分形维数计算结果可以看出,对于同一种岩石大理岩来说,单轴压缩下不同的破坏载荷下,其断口细观图像的分形维数是不同的,随着载荷的增大,分形维数也是逐渐增大的,另外,对于同一试件,其分形维数随着图像放大倍数的增加是逐渐减小的,总体趋势如图 5 所示。

具体来说,分形维数不同,表明各个断口具有不同的粗糙度和复杂程度。4# 断口的纹理最密集、细观形貌最复杂,它的分形维数为 2.167 3,是最大的;1# 断口的纹理规则性强、相对单调一些,细观形貌最简单,它的分形维数为 2.151 8,是最小的。2# 断口光滑却复杂,3# 断口粗糙却单调,其分形维数分别为 2.159 2 和 2.159 6,二者相对比较接近。通过上述分析和计算表明:用盒维数法算出的分形维数能够将大理岩断口细观形貌的复杂性和不规则程度量化。但上述各断口的分形维数对断口特征的敏感性比较小,如 2#、3# 断口,两个断口在形貌上差别很大,但分形维数却非常接近,说明仅靠分形维数不能全面地区别断口之间的差异及各断口的形貌特征。

#### 4 结论

在进行单轴压缩和扫描电镜实验的基础上,以大理岩为例,根据盒维数的算法,并结合数字图像处理技术与 Matlab 软件,研制了一种细观图像分维计算程序。按照这种方法对单轴压缩实验下的大理岩试件断口进行了分形维数的计算,计算结果表明大理岩表现出了良好的自相似性;得到大理岩断口的分形维数与破坏载荷之间的关系,为今后探索大理岩裂纹的分形特征与其承受荷载之间的相关性,以及建立量化描述大理岩分形结构的数学及力学方法奠定了基础。

#### 参考文献:

[1]肯尼思·法尔科内. 分形几何:数学基础及其应用[M]. 曾文曲,刘世耀,译. 沈阳:东北大学出版社,1991:78-84.  
 [2]谢和平,薛秀谦. 分形应用中的数学基础与方法[M]. 北京:科学出版社,1997:85-94.  
 [3]彭瑞东,谢和平,鞠杨. 二维数字图像的分形维数计算方法[J]. 中国矿业大学学报,2004,33(1):19-24.  
 Peng Ruidong, Xie Heping, Ju Yang. Calculation method of fractal dimension for two-dimensional digital image[J]. Journal of China University of Mining and Technology, 2004, 33(1): 19-24.  
 [4]谭云亮,刘传孝,赵同彬. 岩石非线性动力学初论[M]. 北京:煤炭工业出版社,2007:120-133.  
 [5]杨书中,邵龙义. MATLAB 环境下图像分形维数的计算[J]. 中国矿业大学学报,2006,35(4):478-482.  
 Yang Shushen, Shao Longyi. Calculation of the image fractal dimension under Matlab environment[J]. Journal of China University of Mining and Technology, 2006, 35(4): 478-482.  
 [6]陈从新,刘秀敏,刘才华. 数字图像技术在岩石细观力学研究中的应用[J]. 岩土力学,2010,31(S1):53-60.  
 Chen Congxin, Liu Xiumin, Liu Caihua. Application of digital image processing to rock mesomechanics[J]. Rock and Soil Mechanics, 2010, 31(S1): 53-60.  
 [7]祝文化,李建雄,张明中. 混凝土损伤裂纹的二维数字图像盒维数算法[J]. 武汉理工大学学报,2008,30(6):60-62.  
 Zhu Wenhua, Li Jianxiong, Zhang Mingzhong. 2 D digital image box-counting dimension calculational method of cracks on damaged concrete[J]. Journal of Wuhan University of Technology, 2008, 30(6): 60-62.

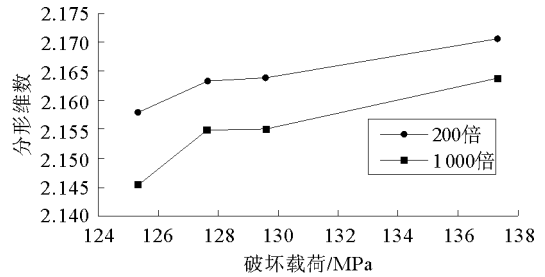


图 5 分形维数随破坏载荷变化趋势图  
 Fig. 5 The tendency of fractal dimension along with the fracture specimens