

# 多机械臂系统分布式主从同步控制算法与仿真

赵 阁<sup>1</sup>, 赵东亚<sup>1</sup>, 赵永瑞<sup>2</sup>, 崔宝华<sup>3</sup>, 赵文博<sup>1</sup>

(1. 中国石油大学(华东) 化学工程学院, 山东 青岛 266580;

2. 中国石油大学(华东) 机电工程学院, 山东 青岛 266580;

3. 青岛美光机械有限公司, 山东 青岛 266510)

**摘 要:**针对多机械臂系统同步控制问题,提出一种分布式多机械臂同步控制算法。运用通信拓扑学的知识,定义主从机械臂间同步误差;基于无向图放松约束条件,设计同步控制算法;根据李雅普诺夫函数进行了稳定性分析。2自由度多机械臂系统仿真表明:应用该控制算法,主从机械臂间的同步误差能渐近收敛到零;与集中式同步控制相比具有更高的稳定性。

**关键词:**多机械臂系统;主从控制;通信拓扑;同步误差;同步控制;分布式控制

中图分类号: TP273

文献标志码: A

文章编号: 1672-3767(2014)04-0099-06

## Leader-follower Based Distributed Synchronous Control and Simulation for Multi-manipulators System

Zhao Ge<sup>1</sup>, Zhao Dongya<sup>1</sup>, Zhao Yongrui<sup>2</sup>, Cui Baohua<sup>3</sup>, Zhao Wenbo<sup>1</sup>

(1. College of Chemical Engineering, China University of Petroleum, Qingdao, Shandong 266580, China;

2. College of Mechanical and Electronic Engineering, China University of Petroleum, Qingdao, Shandong 266580, China;

3. Qingdao Meiguang Machinery Co. Ltd, Qingdao, Shandong 266510, China)

**Abstract:** This paper developed a novel distributed synchronous control algorithm for multiple robotic manipulator systems. Based on the manipulator's dynamic properties and leader-following topologies, a new synchronous control algorithm was proposed for multi-manipulator systems and the limitations were reduced. The corresponding stability of the proposed approach was analyzed by using Lyapunov methods. The simulation results of a two-degree multi-manipulator system show that the synchronous error can converge to zero asymptotically. Compared with centralized synchronous control method, the proposed approach is more stable.

**Key words:** multi-manipulators system; leader-follower control; communication topology; synchronous error; synchronous control; distributed control

随着现代制造业规模不断扩大,多机械臂系统在运输、喷涂、焊接等众多高精度复杂任务中扮演了越来越重要的角色<sup>[1-4]</sup>,多机械臂同步控制是完成此类任务的关键<sup>[5]</sup>。多机械臂同步控制系统是一个多输入多输出的复杂系统,具有强耦合、强非线性等特征,其控制器设计具有相当大的挑战性。近年来,国内外学者对此进行了不懈的探索研究,提出了一系列同步控制策略,并取得了系统的成果<sup>[6-10]</sup>。文献[11]运用滑模控制原理,提出一种鲁棒自适应同步控制算法。文献[12]研究了低通滤波器的滑模同步控制算法。文献[13]提出

收稿日期: 2013-10-31

基金项目: 国家自然科学基金项目(61004080, 61273188); 山东省自然科学基金项目(ZR2011FM003, ZR2011EEQ023); 山东省泰山学者建设经费项目; 中央高校基本科研业务费专项资金项目(14CX02063A)

作者简介: 赵 阁(1991—), 男, 山东潍坊人, 硕士研究生, 主要从事多机械臂系统同步控制等方面的研究。

赵东亚(1975—), 男, 山东济宁人, 副教授, 博士, 主要从事机器人控制、非线性控制和过程控制等领域的研究, 本文通信作者。E-mail: dyzhao@upc.edu.cn; dongy Zhao@gmail.com

基于主从通信拓扑的自适应滑模控制算法。需要指出的是,文献[11-12]的同步误差定义,运用一种特殊的环形通信拓扑形式,文献[13]是针对一类二阶线性系统提出的滑模同步控制方法。在传统集中式同步控制系统中,所有从动机械臂均直接跟踪主动机械臂位置速度轨迹,系统结构简单,但稳定性不高,尤其是当某一机械臂出现问题时,会导致整个同步控制系统功能丧失。分布式控制系统中,通过合理设计通信拓扑结构,形成多个控制回路,系统结构灵活,具有更高的可靠性。

本研究针对多机械臂系统动力学特征,应用图论知识定义一种主从机械臂系统同步误差,在计算力矩原理的基础上,提出一种固定拓扑的分布式多机械臂同步控制算法:应用有向图理论,放松传统同步控制方法中的约束条件<sup>[11-12]</sup>,解决文献[13]未考虑的非线性系统同步问题。运用李雅普诺夫方法分析系统稳定性,通过数值仿真验证方法的有效性和可用性。

## 1 系统描述

### 1.1 多机械臂系统动力学模型

在理想情况下,考虑由 1 个主动机械臂以及  $n$  个相同的完全驱动的  $m$  关节从动机械臂组成的多机械臂系统。其动力学方程可表示为:

$$M(q_0)\ddot{q}_0 + C(q_0, \dot{q}_0)\dot{q}_0 + G(q_0) = \tau_0; \quad (1)$$

$$M(q_i)\ddot{q}_i + C(q_i, \dot{q}_i)\dot{q}_i + G(q_i) = \tau_i. \quad (2)$$

其中:下标 0 和  $i$  分别表示主动机械臂和从动机械臂,  $i=1, 2, \dots, n$ ;  $q_0, \dot{q}_0, \ddot{q}_0 \in \mathbf{R}^m$  和  $q_i, \dot{q}_i, \ddot{q}_i \in \mathbf{R}^m$  分别表示主从机械臂关节的位置,速度和加速度;  $M(\cdot) \in \mathbf{R}^{m \times m}$  是对称正定惯性矩阵,  $C(\cdot) \in \mathbf{R}^{m \times m}$  表示哥氏力和向心力矩阵,  $G(\cdot) \in \mathbf{R}^m$  是重力矢量,  $\tau \in \mathbf{R}^m$  是关节处的转矩矢量。虽然主从机械臂具有不同的初始状态,但是具有相同的动力学参数。

定义  $x_0 = [q_0^T, \dot{q}_0^T]^T$ ,  $x_i = [q_i^T, \dot{q}_i^T]^T$  分别表示主从机械臂的状态,那么,主从机械臂的动态方程为

$$\dot{x}_0 = Ax_0 + b_0 + BM^{-1}(q_0)\tau_0; \quad (3)$$

$$\dot{x}_i = Ax_i + b_i + BM^{-1}(q_i)\tau_i. \quad (4)$$

其中:  $A = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_m & \mathbf{I}_m \\ \mathbf{0}_m & \mathbf{0}_m \end{bmatrix}$ ,  $B = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_m \\ \mathbf{I}_m \end{bmatrix}$ ,  $b_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{M}_0^{-1}[-C_0\dot{q}_0 - G_0] \end{bmatrix}$ ,  $b_i = \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{M}_i^{-1}[-C_i\dot{q}_i - G_i] \end{bmatrix}$ , 下标 0 和  $i$  分别表示主从机械臂,例如,  $\mathbf{M}_0^{-1}$  代表  $M^{-1}(q_0)$ 。

### 1.2 主从控制系统构建

本研究参考文献[14]构建主从机械臂之间的联系,进而定义同步误差。考虑包括 1 个主动机械臂和  $n$  个从动机械臂的主从控制系统。定义  $G = \{V, E\}$  为一个无向图,其中:  $V = \{1, 2, \dots, n\}$  是所有节点的集合,代表  $n$  个机械臂;  $E$  是边的集合。图  $G$  中的一个边,就是指相邻两个节点  $i, j$  之间的连接线,用一个有序对  $(i, j)$  表示。当且仅当机械臂  $i$  和  $j$  之间能够传递信息,那么  $(i, j) \in E$ 。图  $G$  是无向图,即  $E$  中的边  $(i, j)$  和  $(j, i)$  可以认为是相同的,即机械臂  $i$  和  $j$  能够互相得到对方的信息。如果  $(i, j) \in E$ , 就称  $i$  和  $j$  相邻。节点  $i$  相邻节点的集合可以定义为:  $N_i = \{j \mid j \in V, (i, j) \in E, j \neq i\}$ 。一个路径就是图中连接的边的一个序列,即从发出信息的节点到接收信息的节点之间的一串节点和边。如果在每两个节点之间都有一个路径相连通,则称这个图是连通的。主动机械臂在图中用节点 0 表示。只有与主动机械臂相邻的机械臂能够获得其部分状态,反之不成立。

对于定义在  $V = \{1, 2, \dots, n\}$  中节点上的图  $G$  的相邻矩阵  $A \in \mathbf{R}^{n \times n}$ , 如果  $(i, j)$  是图  $G$  中的一条边,那么,它的输入就是 1; 如果  $(i, j)$  不是图  $G$  中的一条边或者  $i = j$ , 那么它的输入就是 0。图  $G$  的次数矩阵  $D = \text{diag}(d_1, d_2, \dots, d_n)$ , 它的第  $i$  个对角元素记为  $\sum_{j=1}^n a_{ij}$ 。图  $G$  的拉普拉斯变化可以定义为一个矩阵:  $L = -A + D$ , 并有如下性质: 当且仅当图  $G$  的拉普拉斯矩阵  $L$  仅有一个零特征根, 图  $G$  是连通的<sup>[14]</sup>。

本研究基于固定拓扑通信网络进行,所谓固定拓扑,是指具有邻近位置感应器的每个节点,只与固定的邻近节点通信,即在研究过程中,系统拉普拉斯矩阵固定。通过合理设计通信网络,可以获得相应的系统拉

普拉斯矩阵。若通信图中某个节点出现故障或缺失,为保证图仍连通,需改变原有通信拓扑结构,即切换拓扑。此时,切换耦合矩阵以及切换时间等均对系统稳定性产生影响,需附加部分约束条件。

### 1.3 控制目标

在连通无向图理论中,主从机械臂之间以及各机械臂之间的关系可以描述为:从动机械臂只能单向获得主机机械臂的信息,而从动机械臂之间可以依据固定拓扑网络获取一定信息,因而可运用网络通信信息描述主从机械臂之间的同步误差。在多机械臂主从同步控制中,当每个从动机械臂与主动机械臂之间同步误差为零时,可以认为系统达到同步状态。定义主从机械臂之间的同步误差为

$$\boldsymbol{\varepsilon}_i = \boldsymbol{x}_i - \boldsymbol{x}_0. \quad (5)$$

将动态方程式(3)和式(4)带入式(5)中并整理,可以得到动态方程:

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_i = \boldsymbol{A}\boldsymbol{\varepsilon}_i + \boldsymbol{B}\boldsymbol{M}^{-1}(\boldsymbol{q}_i)\boldsymbol{\tau}_i - \boldsymbol{B}\boldsymbol{M}^{-1}(\boldsymbol{q}_0)\boldsymbol{\tau}_0 + \boldsymbol{b}_i - \boldsymbol{b}_0. \quad (6)$$

根据式(6)所描述的同步误差,本研究的控制目标可以总结为:根据同步误差的动态方程,设计一个主从同步控制算法,使得同步误差  $\boldsymbol{\varepsilon}_i$  能够渐近收敛到零。

## 2 控制器设计

以有向图理论和机械臂计算力矩原理为基础,设计分布式同步控制算法:

$$\boldsymbol{\tau}_i = \boldsymbol{\tau}_{i1} + \boldsymbol{\tau}_{i2} + \boldsymbol{\tau}_{i3}. \quad (7)$$

其中:  $\boldsymbol{\tau}_{i1} = \boldsymbol{C}(\boldsymbol{q}_i, \dot{\boldsymbol{q}}_i)\dot{\boldsymbol{q}}_i + \boldsymbol{G}(\boldsymbol{q}_i)$ ,  $\boldsymbol{\tau}_{i2} = \boldsymbol{M}(\boldsymbol{q}_i) \left[ \boldsymbol{K} \sum_{j \in N_i} (\boldsymbol{x}_j - \boldsymbol{x}_i) + \boldsymbol{K}d_i(\boldsymbol{x}_0 - \boldsymbol{x}_i) + \boldsymbol{M}^{-1}(\boldsymbol{q}_0)\boldsymbol{\tau}_0 \right]$ ,  $\boldsymbol{K} = \boldsymbol{B}^T \boldsymbol{P}$ ;

$$\boldsymbol{\tau}_{i3} = \boldsymbol{M}(\boldsymbol{q}_i) \{ \boldsymbol{M}^{-1}(\boldsymbol{q}_0) [ \boldsymbol{C}(\boldsymbol{q}_0, \dot{\boldsymbol{q}}_0)\dot{\boldsymbol{q}}_0 + \boldsymbol{G}(\boldsymbol{q}_0) ] \}.$$

将式(7)所描述的主从同步控制律带入误差方程(6)中,整理可得主从同步误差方程为:

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_i = \boldsymbol{A}\boldsymbol{\varepsilon}_i + \boldsymbol{B}\boldsymbol{K} \sum_{j \in N_i} (\boldsymbol{\varepsilon}_j - \boldsymbol{\varepsilon}_i) - \boldsymbol{B}\boldsymbol{K}d_i\boldsymbol{\varepsilon}_i. \quad (8)$$

其中,  $N_i = \{j | j \in V, (i, j) \in E, j \neq i\}$  为节点  $i$  相邻节点的集合,即与机械臂  $i$  直接相连的从动机械臂的集合。定义  $\boldsymbol{\varepsilon} = [\boldsymbol{\varepsilon}_1^T, \boldsymbol{\varepsilon}_2^T, \dots, \boldsymbol{\varepsilon}_n^T]^T$ ,  $\boldsymbol{D} = \text{diag}(d_1, d_2, \dots, d_n)$ , 利用图  $G$  的拉普拉斯矩阵  $\boldsymbol{L}$ , 上述同步误差方程可以整理为矩阵的形式:

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = [(\boldsymbol{I}_n \otimes \boldsymbol{A}) - \boldsymbol{\Gamma} \otimes \boldsymbol{B}\boldsymbol{K}] \boldsymbol{\varepsilon}, \text{ 其中 } \boldsymbol{\Gamma} = \boldsymbol{L} + \boldsymbol{D}. \quad (9)$$

**引理 1**<sup>[14]</sup>  $\boldsymbol{\Gamma}$  具有非负特征根,当且仅当图  $\bar{G}$  是连通的,  $\boldsymbol{\Gamma}$  正定。

**假设 1** 图  $\bar{G}$  是连通的。

令  $\delta = \lambda_{\min}(\boldsymbol{\Gamma})$ 。因为  $\boldsymbol{\Gamma}$  是正定的,那么  $\delta > 0$  且  $\boldsymbol{A}, \boldsymbol{B}$  是可控的,因此式(10)所示 Riccati 方程的解是一个正定对称矩阵,即  $\boldsymbol{P} > 0$ :

$$\boldsymbol{P}\boldsymbol{A} + \boldsymbol{A}^T \boldsymbol{P} - 2\delta \boldsymbol{P}\boldsymbol{B}\boldsymbol{B}^T \boldsymbol{P} = -\boldsymbol{Q}, \text{ 其中 } \boldsymbol{Q} \text{ 是一个正矩阵}. \quad (10)$$

**定理 1** 对于式(1)和式(2)所示的多机械臂系统,如果采用式(7)所示的主从控制律,那么对于任意  $\boldsymbol{q}_0, \dot{\boldsymbol{q}}_0, \ddot{\boldsymbol{q}}_0 \in \mathbf{R}^m$  和  $\boldsymbol{q}_i, \dot{\boldsymbol{q}}_i, \ddot{\boldsymbol{q}}_i \in \mathbf{R}^m$ , 通过选取合适的  $\boldsymbol{Q} > 0$ , 从动机械臂都能够跟踪主动机械臂的轨迹,当  $t \rightarrow \infty$ , 主从同步误差  $\boldsymbol{\varepsilon}_i$  将渐近收敛到零。

**证明:** 考虑李雅普诺夫函数  $V = \boldsymbol{\varepsilon}^T (\boldsymbol{I}_n \otimes \boldsymbol{P}) \boldsymbol{\varepsilon}$ , 对  $V$  进行求导可得:

$$\dot{V} = \boldsymbol{\varepsilon}^T [ \boldsymbol{I}_n \otimes (\boldsymbol{P}\boldsymbol{A} + \boldsymbol{A}^T \boldsymbol{P}) - \boldsymbol{\Gamma} \otimes (2\boldsymbol{P}\boldsymbol{B}\boldsymbol{B}^T \boldsymbol{P}) ] \boldsymbol{\varepsilon} \leq -\lambda \min(\boldsymbol{Q}) \sum_{i=1}^n \boldsymbol{\varepsilon}_i^T \boldsymbol{\varepsilon}_i. \quad (11)$$

根据 LaSalle 不变集原理,当  $t \rightarrow \infty$ , 有  $\boldsymbol{\varepsilon}_i \rightarrow 0$ , 即在该控制律下,主从同步误差渐近收敛到零。

在控制器设计中,  $\boldsymbol{\tau}_1$  用于消除从动机械臂哥氏力及重力的影响,  $\boldsymbol{\tau}_2$  用于消除主从机械臂之间同步误差,  $\boldsymbol{\tau}_3$  用于消除主动机械臂力矩。

**注 1** 本文中,反馈矩阵  $\boldsymbol{K}$  通过求解 Riccati 方程(10)可以得出,相比传统方法减少计算量,尤其是当从动机械臂数目较多情况下,这种优势更为明显。

**注 2** 本文控制器设计基于有向图理论,相比无向图条件,约束条件更为放松。

**注 3** 本文采用分布式多机械臂同步控制算法,相比传统集中式控制算法具有更好的稳定性。

### 3 仿真分析

为了验证基于主从控制的分布式多机械臂同步控制算法的性能,对 1 个主动机械臂和 4 个从动机械臂构成的多机械臂同步系统,分别采用分布式控制和集中式控制算法进行对比仿真验证,并对控制效果进行对比分析。

在通信网络设计方面:集中式控制中,4 个从动机械臂分别单独接受主动机械臂控制信号,且各从动机械臂之间无通信;分布式控制中,各从动机械臂不仅能接受主动机械臂控制信号,且互相通信,获取控制信息,即各从动机械臂充分利用通信网络交换信息,提高了系统的稳定性。

主动机械臂用下标 0 表示,从动机械臂分别用下标 1,2,3,4 表示,机械臂均为 2 自由度。

假设所有机械臂具有相同的动力学方程  $\mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{G}(\mathbf{q}) = \boldsymbol{\tau}$ , 参数设置如下:

$$\mathbf{M}_i(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} J + m_1 + 2m_2 \cos q_{i2} & m_1 + m_2 \cos q_{i2} \\ m_1 + m_2 \cos q_{i2} & m_1 \end{bmatrix}; \mathbf{C}_i(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \begin{bmatrix} -m_2 \dot{q}_{i2} \sin q_{i2} & -m_2 (\dot{q}_{i1} + \dot{q}_{i2}) \sin q_{i2} \\ m_2 \dot{q}_{i1} \sin q_{i2} & 0 \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{G}_i(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} m_3 g \cos q_{i1} + m_4 g \cos (q_{i1} + q_{i2}) \\ m_4 g \cos (q_{i1} + q_{i2}) \end{bmatrix}.$$

其中:  $J = 13.33, m_1 = 8.98, m_2 = 8.75, m_3 = 15, m_4 = 8.75, g = 9.8$ , 下标  $i1, i2$ , 分别表示第  $i$  个机械臂第 1,2 个关节。

主动机械臂的期望位置跟踪轨迹以及期望速度设置为:

$$\begin{cases} q_1^d = 1 + 0.2 \sin(0.5\pi t) \\ q_2^d = 1 - 0.2 \cos(0.5\pi t) \end{cases}; \begin{cases} \dot{q}_1^d = 0.1\pi \cos(0.5\pi t) \\ \dot{q}_2^d = 0.1\pi \sin(0.5\pi t) \end{cases}.$$

设置主动机械臂以及从动机械臂的初始关节位置以及初始速度为:

$$\mathbf{q}_0(0) = [1, 0.8]^T, \dot{\mathbf{q}}_0(0) = [0.1\pi, 0]^T;$$

$$\mathbf{q}_1(0) = [0.6, 0.3]^T, \dot{\mathbf{q}}_1(0) = [0.5, 0.5]^T; \mathbf{q}_2(0) = [0.3, 0.15]^T, \dot{\mathbf{q}}_2(0) = [0.25, 0.25]^T;$$

$$\mathbf{q}_3(0) = [0.4, 0.4]^T, \dot{\mathbf{q}}_3(0) = [0.3, 0.3]^T; \mathbf{q}_4(0) = [0.1, 0.4]^T, \dot{\mathbf{q}}_4(0) = [0.1, 0.1]^T.$$

$\mathbf{L}, \mathbf{D}$ , 反馈增益  $\mathbf{K}$  以及所选择的正矩阵  $\mathbf{Q}$  为:

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \mathbf{D} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{Q} = 5.2679 \text{diag}(1, 1, 1, 1).$$

从图 1~4 可以看出,主从机械臂之间的位置同步误差能够在 3 s 内渐进收敛到零,即从动机械臂的位置能够快速高精度地跟踪主动机械臂的位置轨迹,且在稳定后无较大波动。图 3(a)和图 4(a)分别表示分布式控制下主从机械臂各关节的速度,可以看出,主从机械臂之间的速度同步误差能够 5 s 内渐进收敛到零,即从动机械臂的关节速度能够快速高精度跟踪主动机械臂的速度,在系统趋于稳定后无较大波动产生。而在集中式控制下,从动机械臂之间同步误差相对较大,特别是在跟踪信号方向发生变化时。在系统稳定性方面,作为对比,从动机械臂 1 在 10 s 开始不能接收主动机械臂控制信号。从图中可以看出:本文设计的分布式控制下,只要通信图仍为连通图,从动机械臂 1 就能通过其他路径获得主动机械臂信号,实现正常工作;在集中式控制下,从动机械臂 1 不能继续获取主动机械臂信号,运动轨迹及速度均发散,不能正常工作。原因在于,二者使用的通信网络不同。在集中式控制中,每个机械臂唯一接受主动机械臂控制信号,即仅有一个控制回路;在分布式控制中,通过合理设计通信网络,当某一回路发生故障时,如果剩余通信网络仍为连通,则能保证系统的稳定性。

### 4 结论

提出了基于主从控制的分布式多机械臂同步控制算法,与切换拓扑通信网络的同步控制方法相比,放松了部分约束条件。仿真表明,该分布式主从同步控制算法,能够保证从机械臂在跟踪主机机械臂运动的同时实现同步运动,相比传统集中式控制方法有更高的准确性和稳定性;通过合理设置控制器参数,从动机械臂能够较好地跟踪主动机械臂的位置轨迹及速度,两者之间的位置跟踪误差和速度误差能够渐近稳定。

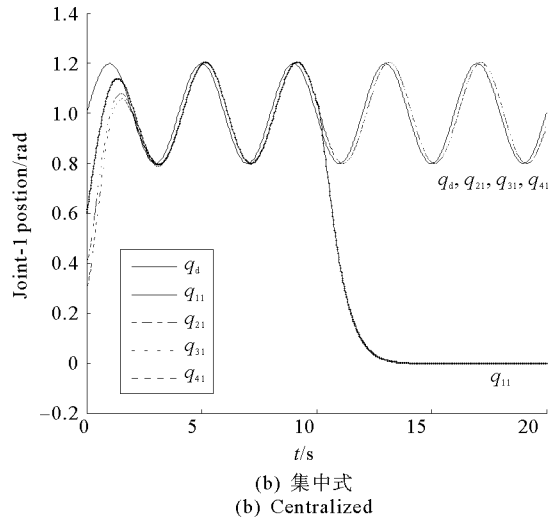
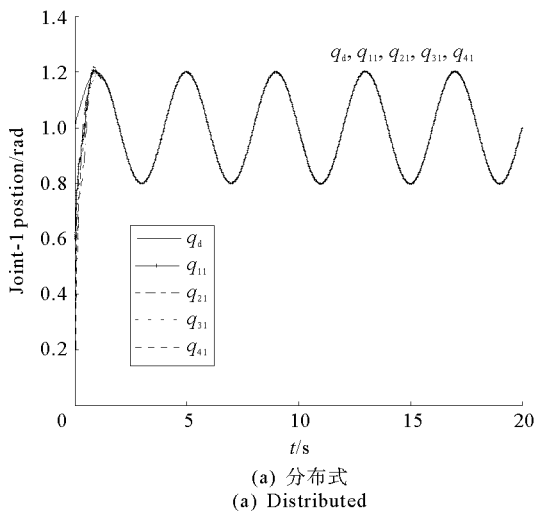


图 1 关节 1 位置

Fig. 1 Joint-1 position

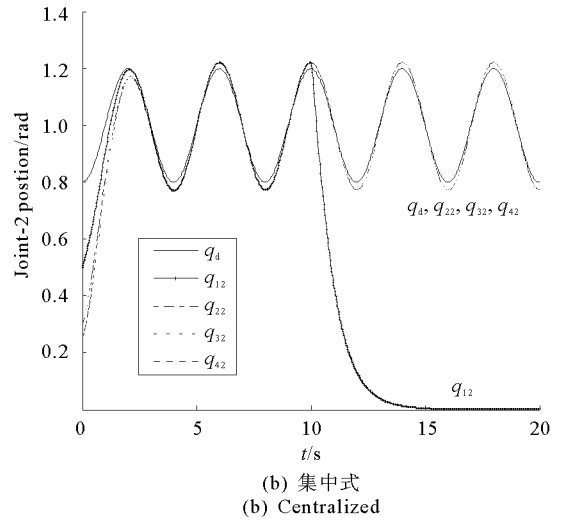
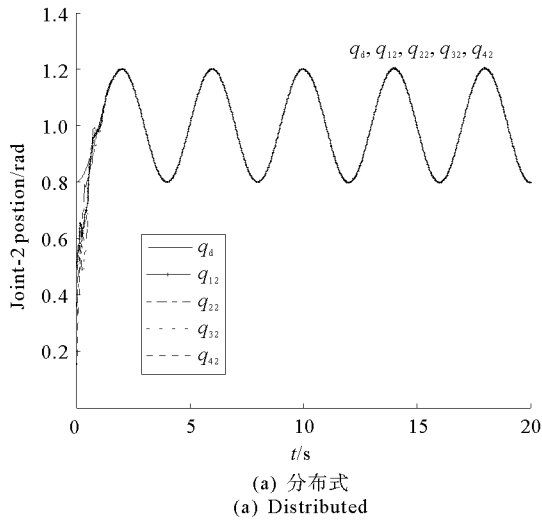


图 2 关节 2 位置

Fig. 2 Joint-2 position

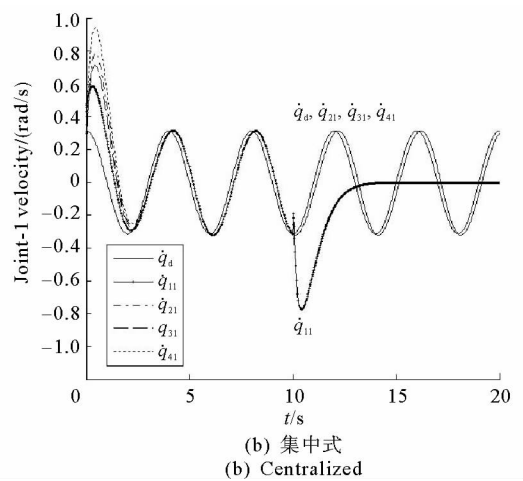
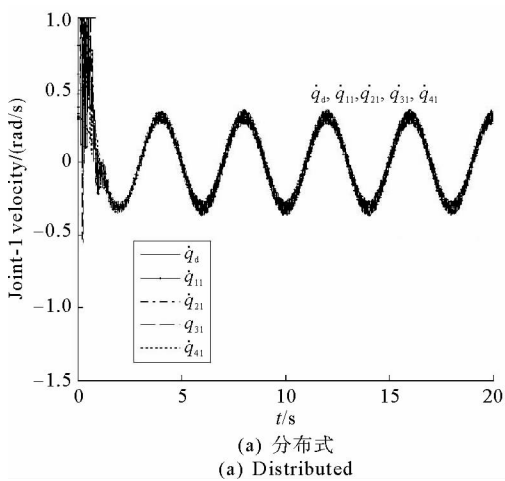


图 3 关节 1 速度

Fig. 3 Joint-1 velocity

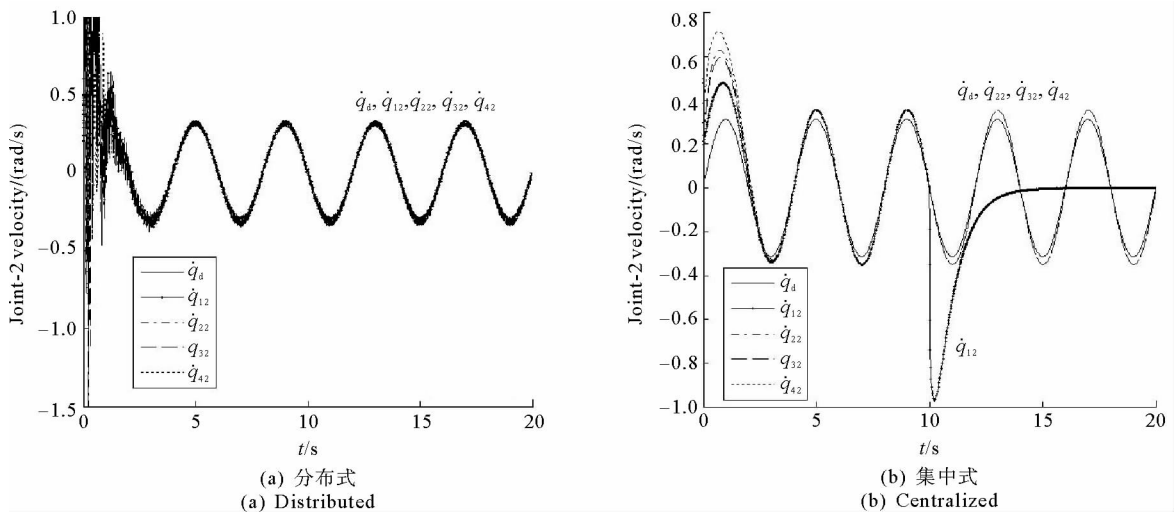


图 4 关节 2 速度

Fig. 4 Joint-2 velocity

参考文献:

[1] Gueaibe W, Al-Sharhan S, Miodrag B. Robust computationally efficient control of cooperative closed-chain manipulators with uncertain dynamics[J]. Automatica, 2007, 43(5): 842-851.  
 [2] Gueaibe W, Karray F. A robust hybrid intelligent position/force control scheme for cooperative manipulators[J]. IEEE Transactions on Mechatronics, 2007, 12(2): 109-125.  
 [3] Nijmeijer H, Rodriguez-Angeles A. Synchronization of mechanical systems[M]. Singapore: World Scientific, 2003: 1-13.  
 [4] Sun D. Synchronization and control of multiagent systems [M]. London: Taylor & Francis, 2010: 1-20.  
 [5] 赵东亚, 赵永瑞, 崔宝华, 等. 机械系统同步控制方法研究进展[J]. 山东科技大学学报: 自然科学版, 2013, 32(3): 1-6.  
 Zhao Dongya, Zhao Yongrui, Cui Baohua, et al. Synchronized control for mechanical systems[J]. Journal of Shandong University of Science and Technology: Natural Science, 2013, 32(3): 1-6.  
 [6] Chen C S, Chen L Y. Cross-coupling position command shaping control in multi-axis motion systems[J]. Mechatronics, 2010, 21(3): 625-632.  
 [7] Jiao X, Mei Z. Reduced-order observer-based robust synchronization control of cold rolling mills with measurement delay[J]. International Journal of Control, 2010, 83(10): 2080-2090.  
 [8] Zhang L B, You Y P, Yang X F. A control strategy with motion smoothness and machining precision for multi-axis coordinated motion CNC machine tools[J]. International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2013, 64(1-4): 335-348.  
 [9] Jiang J, Zhang Y D. Motion planning and synchronized control of the dental arch generator of the tooth-arrangement robot [J]. International Journal of Medical Robotics and Computer Assisted Surgery, 2013, 9(1): 94-102.  
 [10] Portillo-Velez R D, Cruz-Villar C A, Rodriguez-Angeles A. On-line master/slave robot systems synchronization with obstacle avoidance[J]. Studies in Informatics and Control, 2012, 21(1): 17-26.  
 [11] Zhao D, Li S, Gao F, et al. Robust adaptive terminal sliding mode-based synchronized position control for multiple motion axes systems[J]. IET Control Theory and Applications, 2009, 3(1): 136-150.  
 [12] Zhao D, Li C, Zhu Q. Low-pass-filter-based position synchronization sliding mode control for multiple robotic manipulator systems[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I: Journal of Systems and Control Engineering, 2011, 225(18): 1136-1148.  
 [13] Zhao D, Zou T, Li S, et al. Adaptive back stepping sliding mode control for leader-follower multi-agent systems[J]. IET Control Theory and Applications, 2012, 6(8): 1109-1117.  
 [14] Ni W, Cheng D. Leader-following consensus of multi-agent systems under fixed and switching topologies[J]. Systems & Control Letters, 2010, 3(4): 209-217.