

内可逆 Carnot 制冷机和热泵输出率密度分析与优化

陈 诚¹, 赵永瑞², 李明龙¹

(1. 青岛海防工程局 第三大队, 山东 青岛 266012; 2. 中国石油大学(华东) 机电工程学院, 山东 青岛 266055)

摘 要:以内可逆 Carnot 循环的输出率密度(对循环最大体积平均的循环输出率),即 Carnot 制冷机的制冷率密度和 Carnot 热泵的供热率密度作为热力性能指标,分别对内可逆 Carnot 制冷机和热泵进行分析与优化,导出了最佳换热器面积分配关系式,通过数值计算分析了热源温比对输出率密度与性能系数关系的影响。结果表明,考虑循环体积后,Carnot 制冷机的制冷率密度与制冷系数特性关系呈抛物线型,这与传统分析中单调递减的制冷率与制冷系数特性关系完全不同;Carnot 热泵的供热率密度与供热系数特性关系呈抛物线型,也与传统分析得到的单调递减的供热率与供热系数特性关系不同。

关键词:内可逆 Carnot 制冷机;内可逆 Carnot 热泵;制冷率密度;供热率密度;换热器面积分配

中图分类号:TK123

文献标志码:A

文章编号:1672-3767(2014)05-0102-05

Analysis and Optimization of Output Load Density for Endoreversible Carnot Refrigerator and Heat Pump

Chen Cheng¹, Zhao Yongrui², Li Minglong²

(1. The Third Group of Qingdao Coastal Engineering Bureau, Qingdao, Shandong 266012, China;

2. College of Mechanical and Electrical Engineering, China University of Petroleum, Qingdao, Shandong 266055, China)

Abstract: The performance analysis and optimization of endoreversible Carnot refrigerator and heat pump was carried out by taking the output load density (the ratio of output load to the maximum specific volume in the cycle), i. e. the cooling load density and the heating load density as the optimization objective. The analytical expression for the optimal allocation of heat-exchanger area was derived. The effect of heat reservoir temperature ratio on the output load density versus coefficient of performance (COP) was analyzed with detailed numerical examples. The results show that the characteristic curve of cooling load density versus COP is a parabolic-like one, dramatically different from the monotonic curve of cooling load versus COP; the characteristic curve of heating load density versus COP is also a parabolic-like one, different from the monotonic curve of heating load versus COP.

Key words: endoreversible Carnot refrigerator; endoreversible Carnot heat pump; cooling load density; heating load density; allocation of heat-exchanger area

自 NoviKov, Chambadal, Curzon 和 Ahlborn 等学者分别导出著名的 CA(Curzon-Ahlborn)效率^[1-3]后,有限时间热力学的研究取得了大量成果^[4-7]。在对 Carnot 制冷机和热泵循环的研究中,众多学者以不同目标分析了循环性能。严子浚^[8-9]和 Goth^[10]首先研究了 Carnot 制冷机及热泵的基本优化关系。陈林根等^[11]建立了制冷机的生态学优化目标。吴治等^[12]、陈林根等^[13]、孙丰瑞等^[14]则研究了 Carnot 热泵的比供热率、

收稿日期:2013-11-07

基金项目:青岛市科技计划项目(11-2-4-4(11)-jch)

作者简介:陈 诚(1983—),男,江苏盐城人,助理工程师,硕士研究生,主要从事舰船动力装置方面的研究。

E-mail:541323148@qq.com

赵永瑞(1961—),男,山东莱芜人,教授,主要从事机械动力工程方面的研究,本文通信作者。

E-mail:1287090758@qq.com

生态学、经济性优化。1996 年起,一些学者以对最大体积的平均功率输出即功率密度为优化目标,研究了热机循环的性能优化问题,兼顾了发动机的尺寸和效率^[15-16]。随后,这一目标被广泛应用到多种热力循环和过程的研究之中,主要包括 Ericsson 循环和 Stirling 制冷循环^[17-18]、Stirling 热泵循环^[19]、内可逆空气热泵循环^[20]、Atkinson 循环^[21]、Brayton 循环^[22-23]等,得到了许多有意义的结果。

在前人工作的基础上,本文将功率密度的目标和方法引入到内可逆 Carnot 制冷和热泵循环的研究中。以内可逆 Carnot 循环的输出率密度,即 Carnot 制冷机的制冷率密度和 Carnot 热泵的供热率密度作为热力学性能目标,分别对内可逆 Carnot 制冷机和热泵进行分析与优化,并与以输出率为优化目标的研究结果进行比较,由于输出率密度的分析方法兼顾了装置的尺寸因素,所得结论对实际装置的运行和优化设计更具参考价值。

1 循环描述

考虑如图 1 所示的内可逆 Carnot 制冷机和热泵循环模型,假定该模型为定常态流,内可逆 Carnot 循环,两恒温热源温度分别为 T_H, T_L , 高、低温侧工质的温度分别为 T_{HC}, T_{LC} ; 过程 A—B 为从 T_L 热源等温吸热过程,过程 C—D 为向 T_H 热源等温放热过程, B—C 和 D—A 分别为绝热压缩和绝热膨胀过程。图 1 中, T 为温度, S 为熵。

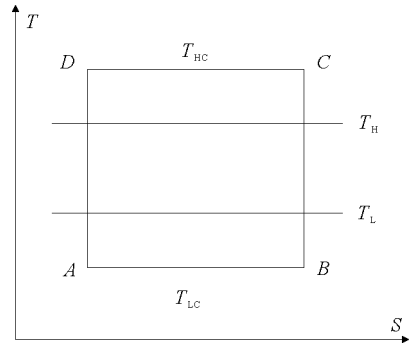


图 1 内可逆 Carnot 制冷机、热泵循环模型示意图

Fig. 1 T-S diagram for endoreversible

Carnot refrigerator and heat pump cycle model

2 制冷机的制冷率、制冷率密度分析

制冷机的制冷率 Q_L 定义为单位时间制冷机系统的低温热源放出的热量, W ; 制冷机的制冷系数 ϵ 定义为制冷率与消耗的输入功率之比。对内可逆 Carnot 制冷机的研究表明,其制冷率 Q_L 与制冷系数 ϵ 的基本优化关系为^[8]

$$Q_L = \frac{K_1 K_2 (F_1 + F_2)}{(K_1^{1/2} + K_2^{1/2})^2} (T_L - \frac{T_H}{1 + \epsilon^{-1}}). \quad (1)$$

其中: T_H, T_L — 高温和低温热源的温度, K ; K_1, K_2 — 工质与高、低温热源间的传热系数, $W/(m^2 \cdot K)$; F_1, F_2 — 高、低温侧换热器的传热面积, m^2 。

由式(1)可知,对内可逆循环, Q_L 与 ϵ 呈单调递减关系: $Q_L = Q_{L\min} = 0$ 时, $\epsilon = \epsilon_{\max} = \epsilon_C = T_L / (T_H - T_L)$, ϵ_C 为可逆 Carnot 制冷系数; $\epsilon = \epsilon_{\min} = 0$ 时, $Q_L = Q_{L\max} = K_1 K_2 (F_1 + F_2) T_L / (K_1^{1/2} + K_2^{1/2})^2$ 。

由图 1 可知,状态点 B 为循环中体积最大点。制冷率密度定义为制冷率与循环中最大比体积之比:

$$q_L = \frac{Q_L}{v_2} = \frac{K_1 K_2 (F_1 + F_2)}{v_2 (K_1^{1/2} + K_2^{1/2})^2} (T_L - \frac{T_H}{1 + \epsilon^{-1}}). \quad (2)$$

设 $F_1 + F_2 = F_T = \text{常数}$, 定义面积比为 $f = F_1 / F_2$ 。由式(1)和式(2)可知,给定 T_H, T_L, K_1, K_2, F_T 和 ϵ 时, Q_L 和 q_L 都是面积比 f 的函数。由 $dQ_L / df = 0$, $dq_L / df = 0$ 可知,当面积分配为最佳值 $f = f_{\text{opt}} = (K_2 / K_1)^{1/2}$ 时, Q_L, q_L 同 ϵ 之间取得最佳关系,即给定制冷系数 ϵ 时,分别存在最优制冷率和制冷率密度;相应地,在给定制冷率 Q_L 或制冷率密度值 q_L 时,也分别存在最优制冷系数。 Q_L 和 q_L 与 ϵ 的最佳关系分别为

$$Q_L = \frac{K_1 K_2 F_T}{(K_1^{1/2} + K_2^{1/2})^2} (T_L - \frac{T_H}{1 + \epsilon^{-1}}); \quad (3)$$

$$q_L = \frac{Q_L}{v_2} = \frac{K_1 K_2 F_T}{v_2 (K_1^{1/2} + K_2^{1/2})^2} (T_L - \frac{T_H}{1 + \epsilon^{-1}}). \quad (4)$$

为了更清楚地显示制冷率、制冷率密度的特性,建立标准化无因次制冷率 \bar{Q}_L 和制冷率密度 \bar{q}_L 的关系式,可得

$$\bar{Q}_L = \frac{Q_L}{K_2 F_T T_L} = \frac{K_1 [1 - \tau / (1 + \epsilon^{-1})]}{(K_1^{1/2} + K_2^{1/2})^2}; \quad (5)$$

$$\bar{q}_L = \frac{q_L}{(K_2 F_T T_L) / v_3} = \bar{Q}_L v_3 / v_2 = \frac{K_1 [1 - \tau / (1 + \epsilon^{-1})]}{(K_1^{1/2} + K_2^{1/2})^2} \left(\frac{1}{1 + \epsilon^{-1}} \right)^{1/(k-1)}. \quad (6)$$

其中: $\tau = T_H / T_L$ 为热源温比, k 为比定压热容与比定容热容之比。无因次体积由式(7)计算:

$$v_3 / v_2 = (T_{LC} / T_{HC})^{1/(k-1)} = \left(\frac{1}{1 + \epsilon^{-1}} \right)^{1/(k-1)}. \quad (7)$$

令 $d\bar{q}_L / d\epsilon = 0$, 可得当制冷系数取最佳值 $\epsilon = \epsilon_{opt} = 1 / (\tau k - 1)$ 时, 无因次制冷率密度存在最大值 $\bar{q}_{L,max}$ $= \frac{(1 - 1/k) K_1 (1/\tau k)^{1/(k-1)}}{(K_1^{1/2} + K_2^{1/2})^2}$, 此时最佳制冷系数 ϵ_{opt} 小于制冷系数的最大值。根据材料性能, 取 $K_1 = K_2$, $k = 1.4$, $\tau = 1.12$, 由式(5)和式(6)可得到无因次制冷率与制冷系数、无因次制冷率密度与制冷系数的关系, 如图 2 所示。由图可知, $\bar{Q}_L - \epsilon$ 关系与 $\bar{q}_L - \epsilon$ 关系明显不同: 随着制冷系数的上升, 制冷率总是单调递减; 而制冷率密度与制冷系数则呈类似抛物线关系, 存在最佳制冷系数 ϵ_{opt} , 使制冷率密度达到最大值 $\bar{q}_{L,max}$ 。这是本研究进行制冷率密度分析所得结果与传统的制冷率特性分析^[8]的最大差别。

图 3 给出了 $K_1 = K_2$ 时, 热源温比 τ 对制冷率密度的影响, 可以看出, 制冷率密度随着热源温比 τ 值的增大而减小。

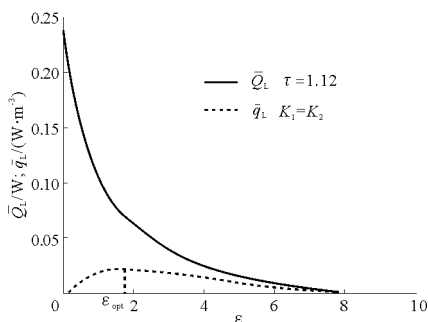


图 2 制冷率、制冷率密度与制冷系数的关系曲线图
Fig. 2 Dimensionless cooling load and cooling load density versus the COP

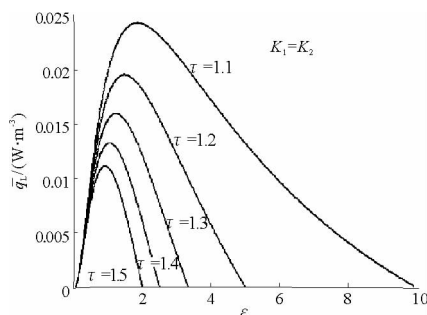


图 3 热源温比对制冷率密度性能的影响曲线图
Fig. 3 Effect of heat reservoir temperature ratio on the cooling load density characteristic

3 热泵的供热率、供热率密度分析

热泵的供热率 Q_H 定义为单位时间制冷机的低温热源放出的热量, W ; 热泵的供热系数 β 定义为供热率与热泵消耗的输入功率之比。内可逆 Carnot 热泵的供热率 Q_H 与供热系数 β 的关系为^[9]

$$Q_H = \frac{K_1 K_2 (F_1 + F_2)}{(K_1^{1/2} + K_2^{1/2})^2} \left(\frac{T_L}{1 - \beta^{-1}} - T_H \right). \quad (8)$$

热泵的供热率与供热系数呈单调递减关系, 当 $\beta = \beta_c = T_H / (T_H - T_L)$ 时, $Q_H = 0$, β_c 为 Carnot 供热系数; 当 $\beta = 1$ 时, $Q_H \rightarrow \infty$ 。

图 1 中, B 点为循环过程中体积最大点, 则供热率密度的解析式为

$$q_H = \frac{Q_H}{v_2} = \frac{K_1 K_2 (F_1 + F_2)}{v_2 (K_1^{1/2} + K_2^{1/2})^2} \left(\frac{T_L}{1 - \beta^{-1}} - T_H \right). \quad (9)$$

同样, 由式(8)和式(9)可以看出, 在 T_H , T_L , K_1 , K_2 , F_T 和 β 值一定的情况下, Q_H 和 q_H 都是 f 的函数, 由 $dQ_H / df = 0$, $dq_H / df = 0$ 可得, 当面积分配为最佳值 $f = f^* = (K_2 / K_1)^{1/2}$ 时, Q_H 和 q_H 同 β 之间取得最佳关系:

$$Q_H = \frac{K_1 K_2 F_T}{(K_1^{1/2} + K_2^{1/2})^2} \left(\frac{T_L}{1 - \beta^{-1}} - T_H \right); \quad (10)$$

$$q_H = \frac{Q_H}{v_2} = \frac{K_1 K_2 F_T}{v_2 (K_1^{1/2} + K_2^{1/2})^2} \left(\frac{T_L}{1 - \beta^{-1}} - T_H \right). \quad (11)$$

建立无因次供热率 \bar{Q}_H 和供热率密度 \bar{q}_H 的关系式:

$$\bar{Q}_H = \frac{Q_H}{K_2 F_T T_L} = \frac{K_1 [1/(1 - \beta^{-1}) - \tau]}{(K_1^{1/2} + K_2^{1/2})^2}; \quad (12)$$

$$\bar{q}_H = \frac{q_H}{(K_2 F_T T_L)/v_3} = \bar{Q}_H v_3/v_2 = \frac{K_1 [1/(1 - \beta^{-1}) - \tau]}{(K_1^{1/2} + K_2^{1/2})^2} (1 - \beta^{-1})^{\frac{1}{k-1}}. \quad (13)$$

无因次体积为:

$$v_3/v_2 = (T_{LC}/T_{HC})^{1/(k-1)} = (1 - \beta^{-1})^{1/(k-1)}. \quad (14)$$

令 $d\bar{q}_H/d\beta = 0$, 可得当供热系数取得最佳值 $\beta = \beta_{opt} = \tau/(k + \tau - 2)$ 时, 无因次供热率密度存在最大值 $\bar{q}_{Hmax} = (k-1)K_1 [(2-k)/\tau]^{(2-k)/(k-1)} / (K_1^{1/2} + K_2^{1/2})^2$, 此时最佳供热系数 β_{opt} 小于供热系数的最大值。

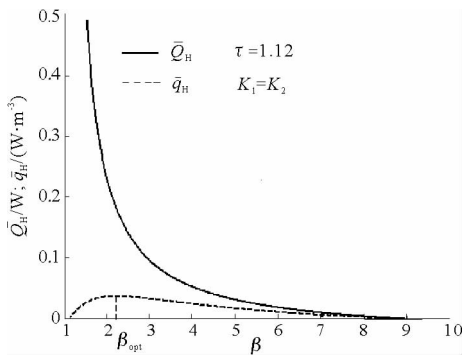


图 4 供热率、供热率密度与供热系数的关系曲线图
Fig. 4 Dimensionless heating load and heating load density versus the cop

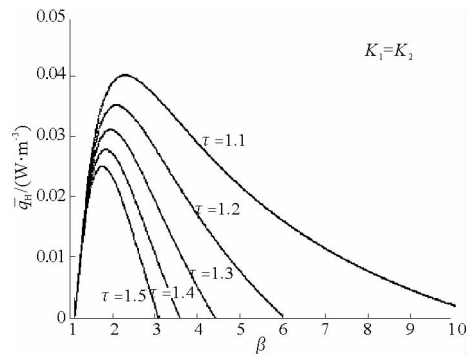


图 5 热源温比对供热率密度性能的影响曲线图
Fig. 5 Effect of heat reservoir temperature ratio on the heating load density characteristic

由式(12)和式(13), 计算中取 $K_1 = K_2$, $k = 1.4$, $\tau = 1.12$, 得到无因次供热率、供热率密度与供热系数的关系如图 4 所示。由图可知, $\bar{Q}_H - \beta$ 关系与 $\bar{q}_H - \beta$ 关系明显不同。随着供热系数的上升, 供热率总是单调递减; 而供热率密度与供热系数则呈类似抛物线关系, 存在最佳供热系数 β_{opt} , 使供热率密度达到最大值 \bar{q}_{Hmax} , 这是本研究进行供热率密度分析所得结果与传统的供热率特性分析^[9]的最大差别。

图 5 给出了 $K_1 = K_2$ 时热源温比 τ 的变化对供热率密度的影响, 该图说明, 供热率密度随热源温比 τ 值增大而减小。

4 结论

将功率密度的目标和方法引入到内可逆 Carnot 制冷和热泵循环的研究中, 以制冷(供热)率密度为优化目标, 对内可逆 Carnot 制冷机和热泵性能进行分析和优化, 着重讨论制冷机和热泵的制冷率密度和供热率密度与性能系数之间的关系, 得到以下结论:

1) 在考虑体积因素后, 制冷机(热泵)的性能特性与传统的性能分析有较大差异。而在实际制冷和供热装置的设计中, 装置的体积是不可或缺的重要因素之一。

2) 在给定其他参数的情况下, 制冷机(热泵)的高低温热源温度之比越大, 热源温差就越大, 而其制冷率(供热率)密度越小。

3) 在实际制冷机(热泵)的设计中, 要参考不同优化目标下系统的理论分析结果, 同时还应对装置的体积因素和热源情况进行综合考虑。

参考文献:

[1]Novikov I I. The efficiency of atomic power stations: A review[J]. Atommaya Energiya, 1957(11): 409.
[2]Chambdal P. Les centrales nucleases[M]. Paris: Armand Colin, 1957(11): 41-58.

- [3]Curzon F L,Ahlborn B. Efficiency of a Carnot engine at maximum power output[J]. American Journal of Physics,1975,43(1):22-24.
- [4]Bejan A. Entropy generation minimization;The new thermodynamics of finite-size device and finite-time processes[J]. Journal of Applied Physics,1996,79(3):1191-1218.
- [5]Berry R S,Kazakov V A,Sieniutycz S,et al. Thermodynamic optimization of finite time processes[M]. Chichester: Wiley, 1999:218-240.
- [6]Chen L,Sun F. Advances in finite time thermodynamics: Analysis and optimization[M]. New York: Nova Science Publishers,2004:240.
- [7]陈林根. 不可逆过程和循环的有限时间热力学分析[M]. 北京:高等教育出版社,2005:280.
- [8]严子浚. 卡诺制冷机的最佳制冷系数与制冷率关系[J]. 物理,1984,13(12):768-770.
- [9]严子浚. 内可逆卡诺热泵的最优性能[J]. 厦门大学学报,1984,23(4):414-419.
Yan Zijun. Optimal performance of endoreversible Carnot heat pump[J]. Journal of Xiamen University,1984,23(4):414-419.
- [10]Goth Y,Feidt M. Optimal COP for endoreversible heat pump or refrigerating machine[J]. Comptes Rendus Hebdomadaires des Seances de L'Academie des Sciences,1986,303(1):19-24.
- [11]陈林根,孙丰瑞,陈文振. 两源制冷机的生态学优化准则[J]. 自然杂志,1992,15(8):633.
- [12]Wu C. Specific heating load of an endoreversible Carnot heat pump[J]. International Journal of Ambient Energy,1993,14(1):25-28.
- [13]Chen L,Wu C,Sun F. Heat pump performance with internal heat leak[J]. International Journal of Ambient Energy,1997,18(3):129-134.
- [14]Sun F,Chen W,Chen L,et al. Optimum performance of an endoreversible Carnot heat pump[J]. Energy Conversion and Management,1997,38(14):1439-1443.
- [15]Sahin B,Kodal A,Yavuz H. Maximum power density analysis of an endoreversible Carnot heat engine[J]. Energy,1996,21(10):1219-1225.
- [16]Chen L,Zheng J,Sun F,et al. Power density analysis and optimization of a regenerated closed variable-temperature heat reservoir Brayton cycle [J]. Journal of Physics D: Applied Physics,2001,34(11):1727-1739.
- [17]Yavuz H L,Erbay L B. General performance characteristics of an ericsson refrigerator[C]//International Conference on Efficiency, Cost, Optimization, Simulation and Environmental Impact of Energy Systems. Nancy, France,1998:565-571.
- [18]Erbay L B,Yavuz H L. The maximum cooling density of a realistic Stirling refrigerator[J]. Journal of Physics D: Applied Physics,1998,31(3):291-293.
- [19]Erbay L B,Yavuz H L. Maximum heating density of a Stirling heat pump[C]//International Conference on Efficiency, Cost, Optimization, Simulation and Environmental Impact of Energy Systems. Nancy, France,1998:533-539.
- [20]Bi Y,Chen L,Sun F. Heating load,heating load density and COP optimizations for an endoreversible air heat pump[J]. Applied Energy,2008,85(7):607-617.
- [21]Ust Y. A comparative performance analysis and optimization of irreversible Atkinson cycle under maximum power density and maximum power conditions[J]. International Journal of Thermophysics,2009,30(3):1001-1013.
- [22]Korukcu M O,Kilic M. A comparative performance analysis of an irreversible Brayton cycle under maximum power density and maximum power conditions[J]. Journal of Uludag University,2005,10(1):59-70.
- [23]Bi Y,Xie G,Chen L,et al. Heating load density optimization of an irreversible simple Brayton cycle heat pump coupled to counter-flow heat exchangers[J]. Applied Mathematical Modelling,2012,36(5):1854-1863.

(责任编辑:吕文红)