

引用格式: 葛莹莹, 刘西奎. 有外部扰动的随机纯反馈非线性系统的自适应模糊控制[J]. 山东科技大学学报(自然科学版), 2018, 37(5):59-69.

GE Yingying, LIU Xikui. Adaptive fuzzy control for stochastic pure-feedback nonlinear system with external disturbances[J]. Journal of Shandong University of Science and Technology (Natural Science), 2018, 37(5):59-69.

有外部扰动的随机纯反馈 非线性系统的自适应模糊控制

葛莹莹, 刘西奎

(山东科技大学 数学与系统科学学院, 山东 青岛 266590)

摘要: 应用模糊逼近方法研究了一类具有外部扰动的随机纯反馈非线性系统的自适应模糊控制问题。在反推设计的每一步中, 利用中值定理解决纯反馈非线性函数问题。通过设计虚拟控制信号和自适应率, 解决外部扰动问题。基于模糊逻辑系统的逼近能力, 设计了一种新的自适应控制方案, 保证了闭环系统的所有信号一致有界, 并且跟踪误差收敛到原点的小邻域。最后仿真结果证明了所提出方案的有效性。

关键词: 外部扰动; 随机纯反馈非线性系统; 自适应模糊控制

中图分类号: O232 文献标志码: A 文章编号: 1672-3767(2018)05-0059-11

DOI: 10.16452/j.cnki.sdkjzk.2018.05.009

Adaptive fuzzy Control for Stochastic Pure-feedback Nonlinear System with External Disturbances

GE Yingying, LIU Xikui

(College of Mathematics and Systems Science, Shandong University
of Science and Technology, Qingdao, Shandong 266590, China)

Abstract: In this paper, the adaptive fuzzy control problem for a class of stochastic pure-feedback nonlinear systems with external disturbances was studied by using fuzzy approximation approach. The mean-value theorem was used to solve the problem of pure-feedback nonlinear function in each step of the backstepping design. Then, the problem of external disturbance was solved by designing the virtual control signal and the adaptive rate. Based on the approximation ability of fuzzy logic system, a new adaptive control scheme was designed, which ensures that all signals of the closed-loop system are uniformly bounded and the tracking error converges to the small neighborhood of the origin. Finally, the effectiveness of the proposed control scheme was demonstrated by the simulation results.

Key words: external disturbance; stochastic pure-feedback nonlinear system; adaptive fuzzy control

近年来, 非线性系统的控制问题广泛存在于物理设备的研究中, 如生物光学、机械执行器等, 因此对于

收稿日期: 2017-04-8

基金项目: 国家自然科学基金项目(61402265); 山东科技大学研究生创新基金项目(SDKDYC170344); 山东省泰山学者研究基金项目(2015TDJH105); 青岛博士后应用研究项目(2016118)

作者简介: 葛莹莹(1993—), 女, 山东菏泽人, 硕士研究生, 主要从事模糊控制理论的研究。

刘西奎(1973—), 男, 山东泰安人, 副教授, 博士生导师, 主要从事模糊控制理论研究, 本文通信作者。

E-mail: liuxikuiqd@163.com

非线性系统的控制方案已有很多研究成果^[1-4]。特别的,一些以线性逼近为基础的自适应控制方案已经从确定非线性系统^[5-7]扩展到随机非线性系统^[8-11]。文献[8]研究了具有未知时间延迟的单输入单输出严格反馈非线性随机系统,提出了一种自适应模糊控制方案。文献[9]针对一类不确定随机非线性严格反馈系统提出了两种自适应模糊输出反馈控制方法。文献[10]设计了一个模糊状态观测器来估计未测量的状态,研究一类具有不可估量状态的不确定随机纯反馈非线性系统的自适应模糊输出反馈问题。此外,通过结合模糊逻辑系统的逼近能力和反推技术,非线性系统已经成为研究模糊控制问题的重要工具。文献[11]考察了非严格反馈形式的单输入单输出非线性随机系统的自适应模糊控制问题,其中用模糊逻辑系统来逼近不确定非线性函数,并采用反推技术构建了自适应模糊控制器。文献[12]针对一类具有非严格反馈形式和未知非线性死区的非线性系统的自适应模糊跟踪控制问题,基于模糊逻辑系统的逼近能力和反推技术,提出了自适应模糊控制方案。然而,上述结果中的未知函数都是仿射形式的,即输出的状态方程是线性形式。

纯反馈非线性系统中的未知函数是无仿射形式。对于纯反馈非线性系统,基于中值定理,先后提出了一些自适应模糊控制方案^[13-15]。文献[13]针对一类具有时变延迟的不确定随机纯反馈系统,提出了自适应神经控制方案。文献[14]提出了一类具有未知滞后的随机纯反馈非线性系统的自适应模糊控制方案。文献[15]对于随机纯反馈非线性系统,提出了一类自适应神经网络控制方案。然而,这些研究忽略了外部扰动的影响。在实践中,外部扰动时常是系统不稳定的来源,带有外部扰动的系统对于自适应率和虚拟控制信号的设计有着更高的要求,带有外部扰动的系统比一般系统的研究更加困难。近年来,对于带有外部扰动的系统研究有了一些结果^[16-19]。而对于带有外部扰动的随机纯反馈非线性系统的研究成果较少。

不同于文献[20]研究的是确定系统,也不同于文献[21]中忽略了外部扰动,本文研究的是有外部扰动的随机纯反馈非线性系统的自适应模糊控制问题。利用中值定理,结合反推方法,提出了一种新的自适应模糊控制方案。

1 准备工作和问题陈述

先介绍以下随机非线性系统:

$$dx = f(x, t)dt + h(x, t)d\omega, \quad (1)$$

其中, $x \in \mathbf{R}^n$ 是状态变量, $f: \mathbf{R}^n \times \mathbf{R}^+ \rightarrow \mathbf{R}^n$, $h: \mathbf{R}^n \times \mathbf{R}^+ \rightarrow \mathbf{R}^{n \times r}$ 是连续函数。 ω 是定义在完备概率空间 $(\Omega, F, \{\mathcal{F}_t\}_{t \geq 0}, P)$ 上的 r 维独立标准布朗运动, 其中 Ω 是样本空间, F 表示 σ 域, $\{\mathcal{F}_t\}_{t \geq 0}$ 表示范围, P 是概率测度。

定义 1^[22] 对于二次连续可微函数 $V(x, t)$, 定义一个微分运算符 L , 则:

$$LV = \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial V}{\partial x}f + \frac{1}{2}Tr\left\langle h^T \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} h \right\rangle, \quad (2)$$

其中, Tr 是矩阵的迹。

考虑以下带有外部扰动的随机非线性系统:

$$\begin{cases} dx_i = f_i(\bar{x}_i, x_{i+1})dt + h_i^T(\bar{x}_i)d\omega, & 1 \leq i \leq n-1, \\ dx_n = (f_n(\bar{x}_n, u) + \Delta(t))dt + h_n^T(\bar{x}_n)d\omega, \\ y = x_1, \end{cases} \quad (3)$$

其中 $\bar{x}_i = [x_1, x_2, \dots, x_i]^T \in \mathbf{R}^i$ ($i = 1, 2, \dots, n$) 是状态变量。 $u \in \mathbf{R}$ 是系统输入, $y \in \mathbf{R}$ 是系统输出, $f_i(\cdot)$, $h_i(\cdot)$ ($i = 1, 2, \dots, n$) 是未知的非线性函数, $\Delta(t)$ 是有界外部扰动。

对于系统(3), 定义:

$$g_i(\bar{x}_i, x_{i+1}) = \frac{\partial f_i(\bar{x}_i, x_{i+1})}{\partial x_{i+1}}, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (4)$$

其中 $x_{n+1} = u$ 。

假设 1^[23] 对于 $i = 1, 2, \dots, n$, $g_i(\bar{x}_i, x_{i+1})$ 是已知的, 并且存在未知常数 b_m 和 b_M , 使得:

$$0 < b_m \leq |g_i(\bar{x}_i, x_{i+1})| \leq b_M < \infty, \forall (\bar{x}_i, x_{i+1}) \in \mathbf{R}^i \times \mathbf{R}. \quad (5)$$

使用模糊逻辑控制系统来逼近定义在完备集 Ω 上的一个连续函数 $f(\mathbf{x})$ 。采用单点模糊化和中心平均模糊化推论得到以下模糊规则^[14]:

$$R^l : \text{If } x_1 \text{ is } F_1^l \text{ and, } \dots, \text{and } x_n \text{ is } F_n^l, \\ \text{then } y \text{ is } G^l, l = 1, 2, \dots, N.$$

其中 $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T \in \mathbf{R}^n$ 和 $y \in \mathbf{R}$ 分别是模糊系统的输入和输出, F_i^l 和 G^l 是 R 中的模糊集, N 是规则数。则模糊系统的输出为:

$$y(\mathbf{x}) = \frac{\sum_{l=1}^N \phi_l \prod_{i=1}^n \mu_{F_i^l}(x_i)}{\sum_{l=1}^N \left[\prod_{i=1}^n \mu_{F_i^l}(x_i) \right]}, \quad (6)$$

其中

$$\phi_l = \max_{y \in \mathbf{R}} \mu_{G^l}(y), \quad \boldsymbol{\phi} = (\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_N)^T.$$

令

$$\xi_l(\mathbf{x}) = \frac{\prod_{i=1}^n \mu_{F_i^l}(x_i)}{\sum_{l=1}^N \left[\prod_{i=1}^n \mu_{F_i^l}(x_i) \right]}, \quad \boldsymbol{\xi}(\mathbf{x}) = (\xi_1(\mathbf{x}), \xi_2(\mathbf{x}), \dots, \xi_N(\mathbf{x}))^T.$$

模糊逻辑系统(6)可以重新写为

$$y(\mathbf{x}) = \boldsymbol{\phi}^T \boldsymbol{\xi}(\mathbf{x}). \quad (7)$$

引理 1^[14] 设 $f(\mathbf{x})$ 是定义在完备集 Ω 上的连续函数。对 $\forall \varepsilon > 0$, 存在一个模糊逻辑系统(7), 使得

$$\sup_{\mathbf{x} \in \Omega} |f(\mathbf{x}) - \boldsymbol{\phi}^T \boldsymbol{\xi}(\mathbf{x})| \leq \varepsilon. \quad (8)$$

引理 2^[9] 假设存在一个 $C^{2,1}$ 类函数 $V(\mathbf{x}, t)$, 两个正整数 c_1 和 c_2 , k_∞ 类函数 $\bar{\alpha}_1$ 和 $\bar{\alpha}_2$, 对 $\forall \mathbf{x} \in \mathbf{R}^n$ 和 $t \geq t_0$, 有

$$\begin{cases} \bar{\alpha}_1(|\mathbf{x}|) \leq V(\mathbf{x}, t) \leq \bar{\alpha}_2(|\mathbf{x}|), \\ LV(\mathbf{x}, t) \leq -c_1 V(\mathbf{x}, t) + c_2, \end{cases}$$

则存在系统(1)的一个特解, 对每一个 $\mathbf{x}_0 \in \mathbf{R}^n$, 满足:

$$E[V(t)] \leq V(t_0) e^{-c_1 t} + \frac{c_2}{c_1}, \quad \forall t > t_0. \quad (9)$$

并且 $V(\mathbf{x}, t)$ 是有界的。

引理 3^[24] 对 $\forall (x, y) \in R^2$, 以下不等式成立:

$$xy \leq \frac{\varepsilon^p}{p} |x|^p + \frac{1}{q\varepsilon^q} |y|^q,$$

其中 $\varepsilon > 0, p > 1, q > 1, (p-1)(q-1) = 1$ 。

引理 4^[24] 考虑以下动态形式:

$$\dot{\hat{\theta}} = -\gamma \hat{\theta}(t) + \kappa \rho(t),$$

其中 γ 和 κ 是正常数, $\rho(t)$ 是正函数。对于 $\forall t \geq t_0$ 和任意给定的初始条件 $\hat{\theta}(t_0) \geq 0$, 有 $\hat{\theta}(t) \geq 0$ 。

引理 5^[25] 假设 $f(\mathbf{x}, \tau) : \mathbf{R}^n \times \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ 对 $\forall (\mathbf{x}, \tau) \in \mathbf{R}^n \times \mathbf{R}$ 连续可微, 且存在正常数 d , 使得 $\frac{\partial f(\mathbf{x}, \tau)}{\partial \tau} >$

$d > 0$, 则存在连续函数 $\tau^* = \tau$, 使得

$$f(\mathbf{x}, \tau^*) = 0. \quad (10)$$

控制目标是: 设计一个自适应模糊控制方案, 使得系统输出 y 跟踪到参考信号 y_d , 并且闭环系统的所有信号是有界的。

定义一个变量函数 $\bar{y}_d^{(i)} = [y_d, y_d^{(1)}, \dots, y_d^{(i)}]^T, i = 1, 2, \dots, n$, 其中 $y_d^{(i)}$ 是参考信号 y_d 的 i 次导数。

假设 2 参考信号 $y_d(t)$ 以及它的 n 阶导数, 都是连续有界的。

2 设计自适应控制器

现在利用反推方法, 设计非线性系统(3)的自适应控制方案。定义以下坐标变换:

$$z_1 = y - y_d, z_i = x_i - \alpha_{i-1}, \quad i = 2, 3, \dots, n, \quad (11)$$

其中 α_{i-1} 是一个中间控制函数。

在反推设计的每一步, 利用模糊逻辑系统 $\phi_i^T \xi(X_i)$ 来逼近未知函数 \bar{f}_i 。定义一个常数 $\theta_i = \frac{b_m^2}{\bar{b}_m} \|\phi_i\|^2$, 其中估计误差为 $\tilde{\theta}_i = \theta_i - \hat{\theta}_i$, $\hat{\theta}_i$ 是 θ_i 的估计, $i = 1, 2, \dots, n$ 。

第 1 步 考虑系统(3), 由 $z_1 = y - y_d$, 知动态误差满足

$$dz_1 = (f_1(\bar{x}_1, x_2) - \dot{y}_d) dt + h_1^T dw. \quad (12)$$

选择以下 Lyapunov 函数

$$V_1 = \frac{z_1^4}{4} + \frac{b_m}{2r_1} \tilde{\theta}_1^2, \quad (13)$$

其中 r_1 是正常数。由式(2)和式(11)、(12), 知

$$LV_1 = z_1^3 (f_1(\bar{x}_1, x_2) - \dot{y}_d) + \frac{3z_1^2}{2} h_1^T h_1 - \frac{b_m}{r_1} \tilde{\theta}_1 \dot{\theta}_1. \quad (14)$$

根据引理 3, 以下不等式成立

$$\frac{3z_1^2}{2} h_1^T h_1 \leq \frac{3}{4} l_1^{-2} z_1^4 \|h_1\|^4 + \frac{3}{4} l_1^2, \quad (15)$$

其中 l_1 是正常数。将(15)代入(14)式, 有

$$LV_1 \leq z_1^3 (f_1(\bar{x}_1, x_2) + \omega_1) - \frac{3}{2} z_1^4 + \frac{3}{4} l_1^2 - \frac{b_m}{r_1} \tilde{\theta}_1 \dot{\theta}_1, \quad (16)$$

其中 $\omega_1 = \frac{3}{2} z_1 - \dot{y}_d + \frac{3}{4} l_1^{-2} z_1 \|h_1\|^4$ 。

由假设 1 和 $\frac{\partial \omega_1}{\partial x_2} = 0$, 知: $\frac{\partial [f_1(\bar{x}_1, x_2) + \omega_1]}{\partial x_2} \geq b_m > 0$ 。则根据引理 5, 对于 x_1 和 ω_1 , 存在 $x_2 = \bar{\alpha}_1(x_1, \omega_1)$, 使得

$$f_1(\bar{x}_1, \bar{\alpha}_1) + \omega_1 = 0. \quad (17)$$

根据中值定理, 存在 $\mu_1 (0 < \mu_1 < 1)$, 使得

$$f_1(\bar{x}_1, x_2) = f_1(\bar{x}_1, \bar{\alpha}_1) + g_1(\bar{x}_1, x_{\mu_1})(x_2 - \bar{\alpha}_1). \quad (18)$$

其中 $x_{\mu_1} = \mu_1 x_2 + (1 - \mu_1) \bar{\alpha}_1$ 。把(17)、(18)代入(16)中, 有

$$LV_1 \leq z_1^3 g_1 z_2 + z_1^3 g_1 \alpha_1 - z_1^3 g_1 \bar{\alpha}_1 - \frac{3}{2} z_1^4 + \frac{3}{4} l_1^2 - \frac{b_m}{r_1} \tilde{\theta}_1 \dot{\theta}_1. \quad (19)$$

根据引理 1, 对 $\forall \epsilon_1 > 0$, $\exists \phi_1^T \xi_1(X_1)$, 使得

$$\bar{\alpha}_1 = \phi_1^T \xi_1(X_1) + \delta_1(X_1), \quad |\delta_1(X_1)| \leq \epsilon_1, \quad (20)$$

其中 $X_1 = (x_1, y_d, \dot{y}_d)$ 。根据引理 3、假设 1 和 $\xi_1^T \xi_1 \leq 1$, 有

$$\begin{aligned} -z_1^3 g_1 \bar{\alpha}_1 &\leq \frac{1}{2} a_1^{-2} z_1^6 b_M^2 \|\phi_1\|^2 + \frac{1}{2} a_1^2 + \frac{3}{4} z_1^4 + \frac{1}{4} b_M^4 \epsilon_1^4 \\ &= \frac{b_m}{2a_1^2} z_1^6 \theta_1 + \frac{a_1^2}{2} + \frac{3}{4} z_1^4 + \frac{b_M^4}{4} \epsilon_1^4, \end{aligned} \quad (21)$$

其中 a_1 是正常数。选择虚拟控制信号和自适应率分别为

$$\alpha_1 = -k_1 z_1 - \frac{\hat{\theta}_1 z_1^3}{2a_1^2}, \quad (22)$$

$$\dot{\theta}_1 = \frac{r_1 z_1^6}{2a_1^2} - \gamma_1 \hat{\theta}_1, \quad \hat{\theta}_1(0) \geq 0, \quad (23)$$

其中 k_1 和 γ_1 是正常数。由(25)和假设 1 知

$$z_1^3 g_1 \alpha_1 \leq -k_1 b_m z_1^4 - \frac{b_m}{2a_1^2} z_1^6 \hat{\theta}_1. \quad (24)$$

再由引理 2 及假设 1, 得

$$z_1^3 g_1 z_2 \leqslant \frac{3}{4} z_1^4 + \frac{b_M^4}{4} z_2^4. \quad (25)$$

把式(21)~(25)代入式(19), 得

$$LV_1 \leqslant -k_1 b_m z_1^4 + \frac{b_M^4}{4} z_2^4 + \frac{a_1^2}{2} + \frac{b_M^4}{4} \varepsilon_1^4 + \frac{3}{4} l_1^2 + \frac{b_m \gamma_1}{r_1} \tilde{\theta}_1 \dot{\theta}_1. \quad (26)$$

又

$$\frac{b_m \gamma_1}{r_1} \tilde{\theta}_1 \dot{\theta}_1 \leqslant -\frac{b_m \gamma_1}{2 r_1} \tilde{\theta}_1^2 + \frac{b_m \gamma_1}{2 r_1} \theta_1^2, \quad (27)$$

所以式(26)可以化为

$$LV_1 \leqslant -k_1 b_m z_1^4 - \frac{b_m \gamma_1}{2 r_1} \tilde{\theta}_1^2 + \psi_1 + \frac{b_M^4}{4} z_2^4, \quad (28)$$

其中 $\psi_1 = \frac{a_1^2}{2} + \frac{b_M^4}{4} \varepsilon_1^4 + \frac{3}{4} l_1^2 + \frac{b_m \gamma_1}{2 r_1} \theta_1^2$ 。

第 2 步 由 $z_2 = x_2 - \alpha_1$ 和 Itô 公式, 得

$$dz_2 = (f_2(\bar{x}_2, x_3) - L\alpha_1) dt + (h_2 - \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} h_1)^T dw, \quad (29)$$

其中

$$L\alpha_1 = \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} f_1(\bar{x}_1, x_2) + \frac{\partial \alpha_1}{\partial \tilde{\theta}_1} \dot{\theta}_1 + \sum_{j=0}^1 \frac{\partial \alpha_1}{\partial y_d^{(j)}} y_d^{(j+1)} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \alpha_1}{\partial x_1^2} h_1^T h_1. \quad (30)$$

选择以下 Lyapunov 函数

$$V_2 = V_1 + \frac{z_2^4}{4} + \frac{b_m}{2 r_2} \tilde{\theta}_2^2, \quad (31)$$

其中 r_2 是正常数。由式(2)和式(29), 有

$$LV_2 = LV_1 + z_2^3 (f_2(\bar{x}_2, x_3) - L\alpha_1) + \frac{3}{2} z_2^2 (h_2 - \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} h_1)^T (h_2 - \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} h_1) - \frac{b_m}{r_2} \tilde{\theta}_2 \dot{\theta}_2. \quad (32)$$

由引理 3, 得

$$\frac{3}{2} z_2^2 \left\| h_2 - \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} h_1 \right\|^2 \leqslant \frac{3}{4} l_2^{-2} z_2^4 \left\| h_2 - \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} h_1 \right\|^4 + \frac{3}{4} l_2^2, \quad (33)$$

其中 l_2 是正常数。将式(28)、(33)代入式(32), 有

$$LV_2 \leqslant -k_1 b_m z_1^4 - \frac{b_m \gamma_1}{2 r_1} \tilde{\theta}_1^2 + \psi_1 + z_2^3 (f_2(\bar{x}_2, x_3) + \omega_2) - \frac{3}{2} z_2^4 + \frac{3}{4} l_2^2 - \frac{b_m}{r_2} \tilde{\theta}_2 \dot{\theta}_2, \quad (34)$$

其中 $\omega_2 = \frac{3}{2} z_2 - L\alpha_1 + \frac{b_M^4}{4} z_2 + \frac{3}{4} l_2^{-2} z_2 \left\| h_2 - \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} h_1 \right\|^4$ 。

由假设 1 和 $\frac{\partial \omega_2}{\partial x_3} = 0$, 知: $\frac{\partial [f_2(\bar{x}_2, x_3) + \omega_2]}{\partial x_3} \geqslant b_m > 0$ 。则根据引理 5, 对于 x_2 和 ω_2 , 存在 $x_3 = \bar{\alpha}_2(x_2, \omega_2)$, 使得

$$f_2(\bar{x}_2, \bar{\alpha}_2) + \omega_2 = 0. \quad (35)$$

根据中值定理, 存在 $\mu_2 (0 < \mu_2 < 1)$, 使得

$$f_2(\bar{x}_2, x_3) = f_2(\bar{x}_2, \bar{\alpha}_2) + g_2(\bar{x}_2, x_{\mu_2})(x_3 - \bar{\alpha}_2), \quad (36)$$

其中 $x_{\mu_2} = \mu_2 x_3 + (1 - \mu_2) \bar{\alpha}_2$ 。把式(35)、(36)代入式(34)中, 得

$$LV_2 \leqslant -k_1 b_m z_1^4 - \frac{b_m \gamma_1}{2 r_1} \tilde{\theta}_1^2 + \psi_1 + z_2^3 g_2 z_3 + z_2^3 g_2 \alpha_2 - z_2^3 g_2 \bar{\alpha}_2 - \frac{3}{2} z_2^4 + \frac{3}{4} l_2^2 - \frac{b_m}{r_2} \tilde{\theta}_2 \dot{\theta}_2. \quad (37)$$

根据引理 1, 对 $\forall \varepsilon_2 > 0$, $\exists \phi_2^\top \xi_2(X_2)$, 使得

$$\bar{\alpha}_2 = \phi_2^\top \xi_2(X_2) + \delta_2(X_2), |\delta_2(X_2)| \leqslant \varepsilon_2, \quad (38)$$

其中 $X_2 = (\bar{x}_2^\top, \hat{\theta}_1, \bar{y}_d^{(2)\top})^\top \in \Omega_{Z_2} \subset \mathbf{R}^6$ 。根据引理 3、假设 1 和 $\xi_2^\top \xi_2 \leqslant 1$, 有

$$-z_2^3 g_2 \bar{\alpha}_2 \leqslant \frac{b_m}{2a_2^2} z_2^6 \theta_2 + \frac{a_2^2}{2} + \frac{3}{4} z_2^4 + \frac{b_M^4}{4} \epsilon_2^4, \quad (39)$$

其中 a_2 是正常数。选择虚拟控制信号和自适应率分别为

$$\alpha_2 = -k_2 z_2 - \frac{\hat{\theta}_2 z_2^3}{2a_2^2}, \quad (40)$$

$$\dot{\hat{\theta}}_2 = \frac{r_2 z_2^6}{2a_2^2} - \gamma_2 \hat{\theta}_2, \hat{\theta}_2(0) \geqslant 0, \quad (41)$$

其中 k_2 和 γ_2 是正常数。由式(40)和假设 1 知

$$z_2^3 g_2 \alpha_2 \leqslant -k_2 b_m z_2^4 - \frac{b_m}{2a_2^2} z_2^6 \hat{\theta}_2. \quad (42)$$

再由引理 2 及假设 1, 得

$$z_2^3 g_2 z_3 \leqslant \frac{3}{4} z_2^4 + \frac{b_M^4}{4} z_3^4. \quad (43)$$

注意到

$$\frac{b_m \gamma_2}{r_2} \hat{\theta}_2 \hat{\theta}_2 \leqslant -\frac{b_m \gamma_2}{2r_2} \hat{\theta}_2^2 + \frac{b_m \gamma_2}{2r_2} \theta_2^2, \quad (44)$$

把式(39)~(44)代入式(37), 得

$$LV_2 \leqslant -\sum_{j=1}^2 (k_j b_m z_j^4 + \frac{b_m \gamma_j}{2r_j} \hat{\theta}_j^2) + \sum_{j=1}^2 \psi_j + \frac{b_M^4}{4} z_3^4, \quad (45)$$

其中 $\psi_j = \frac{a_j^2}{2} + \frac{b_M^4}{4} \epsilon_j^4 + \frac{3}{4} l_j^2 + \frac{b_m \gamma_j}{2r_j} \theta_j^2, j = 1, 2.$

第 i 步 ($3 \leqslant i \leqslant n-1$) 由 $z_i = x_i - \alpha_{i-1}$ 和 Itô 公式, 得

$$dz_i = (f_i(\bar{x}_i, x_{i+1}) - L\alpha_{i-1}) dt + (h_i - \sum_{j=1}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_j} h_j)^T dw, \quad (46)$$

其中

$$L\alpha_{i-1} = \sum_{j=1}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_j} f_j(\bar{x}_j, x_{j+1}) + \sum_{j=1}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial \hat{\theta}_j} \dot{\hat{\theta}}_j + \sum_{j=0}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial y_d^{(j)}} y_d^{(j+1)} + \frac{1}{2} \sum_{p,q=1}^{i-1} \frac{\partial^2 \alpha_{i-1}}{\partial x_p \partial x_q} h_p^T h_q. \quad (47)$$

选择以下 Lyapunov 函数:

$$V_i = V_{i-1} + \frac{z_i^4}{4} + \frac{b_m}{2r_i} \hat{\theta}_i^2, \quad (48)$$

其中 r_i 是正常数。由(2)和(46), 有

$$LV_i = LV_{i-1} + z_i^3 (f_i(\bar{x}_i, x_{i+1}) - L\alpha_{i-1}) + \frac{3}{2} z_i^2 (h_i - \sum_{j=1}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_j} h_j)^T (h_i - \sum_{j=1}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_j} h_j) - \frac{b_m}{r_i} \hat{\theta}_i \dot{\hat{\theta}}_i. \quad (49)$$

由引理 3, 得

$$\frac{3}{2} z_i^2 \left\| h_i - \sum_{j=1}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_j} h_j \right\|^2 \leqslant \frac{3}{4} l_i^{-2} z_i^4 \left\| h_i - \sum_{j=1}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_j} h_j \right\|^4 + \frac{3}{4} l_i^2, \quad (50)$$

其中 l_i 是正常数。将(50)代入(49)式, 有

$$LV_i \leqslant -\sum_{j=1}^{i-1} (k_j b_m z_j^4 + \frac{b_m \gamma_j}{2r_j} \hat{\theta}_j^2) + \sum_{j=1}^{i-1} \psi_j + z_i^3 (f_i(\bar{x}_i, x_{i+1}) + \omega_i) - \frac{3}{2} z_i^4 + \frac{3}{4} l_i^2 - \frac{b_m}{r_i} \hat{\theta}_i \dot{\hat{\theta}}_i, \quad (51)$$

其中 $\omega_i = \frac{3}{2} z_i - L\alpha_{i-1} + \frac{b_M^4}{4} z_i + \frac{3}{4} l_i^{-2} z_i \left\| h_i - \sum_{j=1}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_j} h_j \right\|^4.$

由假设 1 和 $\frac{\partial \omega_i}{\partial x_{i+1}} = 0$, 知 $\frac{\partial [f_i(\bar{x}_i, x_{i+1}) + \omega_i]}{\partial x_{i+1}} \geqslant b_m > 0$. 则根据引理 5, 存在 $x_{i+1} = \bar{\alpha}_i(x_i, \omega_i)$, 使得

$$f_i(\bar{x}_i, \bar{\alpha}_i) + \omega_i = 0. \quad (52)$$

根据中值定理, 存在 $\mu_i (0 < \mu_i < 1)$, 使得

$$f_i(\bar{x}_i, x_{i+1}) = f_i(\bar{x}_i, \bar{\alpha}_i) + g_i(\bar{x}_i, x_{\mu_i})(x_{i+1} - \bar{\alpha}_i), \quad (53)$$

其中 $x_{\mu_i} = \mu_i x_{i+1} + (1 - \mu_i) \bar{\alpha}_i$ 。把(52)、(53)代入(51)中

$$LV_i \leqslant - \sum_{j=1}^{i-1} (k_j b_m z_j^4 + \frac{b_m \gamma_j \tilde{\theta}_j^2}{2r_j}) + \sum_{j=1}^{i-1} \psi_j + z_i^3 g_i z_{i+1} + z_i^3 g_i \alpha_i - z_i^3 g_i \bar{\alpha}_i - \frac{3}{2} z_i^4 + \frac{3}{4} l_i^2 - \frac{b_m \tilde{\theta}_i}{r_i} \dot{\tilde{\theta}}_i. \quad (54)$$

根据引理 1, 对 $\forall \epsilon_i > 0$, $\exists \phi_i^T \xi_i(X_i)$, 使得

$$\bar{\alpha}_i = \phi_i^T \xi_i(X_i) + \delta_i(X_i), \quad |\delta_i(X_i)| \leqslant \epsilon_i, \quad (55)$$

其中 $X_i = (\bar{x}_i^T, \bar{\theta}_{i-1}, \bar{y}_d^{(i)T})^T \in \Omega_{Z_i} \subset \mathbf{R}^{3i}$, $\bar{\theta}_{i-1} = (\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2, \dots, \hat{\theta}_{i-1})^T$ 。根据引理 3, 假设 1 和 $\xi_i^T \xi_i \leqslant 1$, 有

$$-z_i^3 g_i \bar{\alpha}_i \leqslant \frac{b_m}{2a_i^2} z_i^6 \theta_i + \frac{a_i^2}{2} + \frac{3}{4} z_i^4 + \frac{b_M^4}{4} \epsilon_i^4, \quad (56)$$

其中 a_i 是正常数。选择虚拟控制信号和自适应率分别为

$$\alpha_i = -k_i z_i - \frac{\hat{\theta}_i z_i^3}{2a_i^2}, \quad (57)$$

$$\dot{\hat{\theta}}_i = \frac{r_i z_i^6}{2a_i^2} - \gamma_i \hat{\theta}_i, \quad \hat{\theta}_i(0) \geqslant 0, \quad (58)$$

其中 k_i 和 γ_i 是正常数。由(57)和假设 1 知

$$z_i^3 g_i \alpha_i \leqslant -k_i b_m z_i^4 - \frac{b_m}{2a_i^2} z_i^6 \hat{\theta}_i. \quad (59)$$

再由引理 2 及假设 1, 得

$$z_i^3 g_i z_{i+1} \leqslant \frac{3}{4} z_i^4 + \frac{b_M^4}{4} z_{i+1}^4. \quad (60)$$

注意到

$$\frac{b_m \gamma_i \tilde{\theta}_i}{r_i} \dot{\tilde{\theta}}_i \leqslant -\frac{b_m \gamma_i \tilde{\theta}_i^2}{2r_i} + \frac{b_m \gamma_i \theta_i^2}{2r_i}, \quad (61)$$

把式(56)~(61)代入式(54), 得

$$LV_i \leqslant - \sum_{j=1}^i (k_j b_m z_j^4 + \frac{b_m \gamma_j \tilde{\theta}_j^2}{2r_j}) + \sum_{j=1}^i \psi_j + \frac{b_M^4}{4} z_{i+1}^4, \quad (62)$$

其中 $\psi_j = \frac{a_j^2}{2} + \frac{b_M^4}{4} \epsilon_j^4 + \frac{3}{4} l_j^2 + \frac{b_m \gamma_j}{2r_j} \theta_j^2, j = 1, 2, \dots, i$ 。

第 n 步 根据 $z_n = x_n - \alpha_{n-1}$ 和 Ito 公式, 得

$$dz_n = (f_n(\bar{x}_n, u) + \Delta(t) - L\alpha_{n-1}) dt + (h_n - \sum_{j=1}^{n-1} \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial x_j} h_j)^T dw, \quad (63)$$

其中 $L\alpha_{n-1}$ 是(47)式取 $i = n$ 。选择以下 Lyapunov 函数

$$V_n = V_{n-1} + \frac{z_n^4}{4} + \frac{b_m \tilde{\theta}_n^2}{2r_n} + \frac{\tilde{\Delta}^2}{2r_\Delta}, \quad (64)$$

其中 r_n 和 r_Δ 是正常数, $\tilde{\Delta} = \Delta - \hat{\Delta}$ 是 Δ 的估计误差, $\hat{\Delta}$ 是 Δ 的估计。由(2)和(63), 有

$$\begin{aligned} LV_n &= LV_{n-1} + z_n^3 (f_n(\bar{x}_n, u) + \Delta(t) - L\alpha_{n-1}) - \frac{b_m \tilde{\theta}_n}{r_n} \dot{\tilde{\theta}}_n - \frac{\tilde{\Delta} \dot{\hat{\Delta}}}{r_\Delta} \\ &\quad + \frac{3}{2} z_n^2 (h_n - \sum_{j=1}^{n-1} \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial x_j} h_j)^T (h_n - \sum_{j=1}^{n-1} \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial x_j} h_j). \end{aligned} \quad (65)$$

由引理 3, 得

$$\frac{3}{2} z_n^2 \left\| h_n - \sum_{j=1}^{n-1} \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial x_j} h_j \right\|^2 \leqslant \frac{3}{4} l_n^{-2} z_n^4 \left\| h_n - \sum_{j=1}^{n-1} \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial x_j} h_j \right\|^4 + \frac{3}{4} l_n^2, \quad (66)$$

其中 l_n 是正常数。将(66)代入(65)式, 有

$$LV_n \leqslant - \sum_{j=1}^{n-1} (k_j b_m z_j^4 + \frac{b_m \gamma_j \tilde{\theta}_j^2}{2r_j}) + \sum_{j=1}^{n-1} \psi_j + z_n^3 (f_n(\bar{x}_n, u) + \omega_n)$$

$$-\frac{3}{4}z_n^4 + \frac{3}{4}l_n^2 - \frac{b_m}{r_n}\tilde{\theta}_n\dot{\tilde{\theta}}_n - \frac{\tilde{\Delta}\dot{\tilde{\Delta}}}{r_\Delta}, \quad (67)$$

其中 $\omega_n = \frac{3}{4}z_n - L\alpha_{n-1} + \Delta + \frac{b_M^4}{4}z_n + \frac{3}{4}l_n^2 z_n \left\| h_n - \sum_{j=1}^{n-1} \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x_j} h_j \right\|^4$ 。

由假设 1 和 $\frac{\partial \omega_n}{\partial u} = 0$, 知: $\frac{\partial [f_n(\bar{x}_n, u) + \omega_n]}{\partial u} \geq b_m > 0$ 。则根据引理 5, 存在 $u = \bar{\alpha}_n(x_n, \omega_n)$, 使得

$$f_n(\bar{x}_n, \bar{\alpha}_n) + \omega_n = 0. \quad (68)$$

根据中值定理, 存在 $\mu_n (0 < \mu_n < 1)$, 使得

$$f_n(\bar{x}_n, u) = f_n(\bar{x}_n, \bar{\alpha}_n) + g_n(\bar{x}_n, x_{\mu_n})(u - \bar{\alpha}_n), \quad (69)$$

其中 $x_{\mu_n} = \mu_n u + (1 - \mu_n)\bar{\alpha}_n$ 。把(68)、(69)代入(67)中

$$LV_n \leq - \sum_{j=1}^{n-1} (k_j b_m z_j^4 + \frac{b_m \gamma_j \tilde{\theta}_j^2}{2r_j}) + \sum_{j=1}^{n-1} \psi_j + z_n^3 g_n u - z_n^3 g_n \bar{\alpha}_n - \frac{3}{4}z_n^4 + \frac{3}{4}l_n^2 - \frac{b_m}{r_n} \tilde{\theta}_n \dot{\tilde{\theta}}_n - \frac{\tilde{\Delta}}{r_\Delta} \dot{\tilde{\Delta}}. \quad (70)$$

根据引理 1, 用模糊逻辑系统 $\phi_n^\top \xi_n(X_n)$ 来逼近 $\bar{\alpha}_n$ 。再由引理 3, 假设 1 和 $\xi_n^\top - \xi_n \leq 1$, 有

$$-z_n^3 g_n \bar{\alpha}_n \leq \frac{b_m}{2a_n^2} z_n^6 \theta_n + \frac{a_n^2}{2} + \frac{3}{4}z_n^4 + \frac{b_M^4}{4} \epsilon_n^4, \quad (71)$$

其中 a_n 是正常数。选择虚拟控制信号和自适应率分别为

$$u = -k_n z_n - \frac{\hat{\theta}_n z_n^3}{2a_n^2}, \quad (72)$$

$$\dot{\hat{\theta}}_n = \frac{r_n z_n^6}{2a_n^2} - \gamma_n \hat{\theta}_n, \quad \hat{\theta}_n(0) \geq 0, \quad (73)$$

$$\dot{\tilde{\Delta}} = -\sigma_\Delta \tilde{\Delta}, \quad (74)$$

其中 k_n 、 γ_n 和 σ_Δ 是正常数。把式(71)~(74)代入式(70), 得

$$\begin{aligned} LV_n \leq & - \sum_{j=1}^{n-1} (k_j b_m z_j^4 + \frac{b_m \gamma_j \tilde{\theta}_j^2}{2r_j}) + \sum_{j=1}^{n-1} \psi_j - k_n b_m z_n^4 + \frac{b_m \gamma_n \tilde{\theta}_n \hat{\theta}_n}{r_n} + \frac{\sigma_\Delta}{r_\Delta} \tilde{\Delta} \dot{\tilde{\Delta}} \\ & + \frac{a_n^2}{2} + \frac{b_M^4}{4} \epsilon_n^4 + \frac{3}{4}l_n^2. \end{aligned} \quad (75)$$

又

$$\frac{b_m \gamma_n \tilde{\theta}_n \hat{\theta}_n}{r_n} \leq -\frac{b_m \gamma_n \tilde{\theta}_n^2}{2r_n} + \frac{b_m \gamma_n \theta_n^2}{2r_n},$$

$$\frac{\sigma_\Delta}{r_\Delta} \tilde{\Delta} \dot{\tilde{\Delta}} \leq -\frac{\sigma_\Delta}{2r_\Delta} \tilde{\Delta}^2 + \frac{\sigma_\Delta}{2r_\Delta} \Delta^2.$$

式(75)可以重新写为

$$LV_n \leq - \sum_{j=1}^n (k_j b_m z_j^4 + \frac{b_m \gamma_j \tilde{\theta}_j^2}{2r_j}) + \sum_{j=1}^n \psi_j - \frac{\sigma_\Delta}{2r_\Delta} \tilde{\Delta}^2, \quad (76)$$

其中 $\psi_n = \frac{a_n^2}{2} + \frac{b_M^4}{4} \epsilon_n^4 + \frac{3}{4}l_n^2 + \frac{b_m \gamma_n \theta_n^2}{2r_n} + \frac{\sigma_\Delta}{2r_\Delta} \Delta^2$ 。

定义 $\lambda = \min\{\sigma_\Delta, 4b_m k_j, \gamma_j, j = 1, 2, \dots, n\}$, $b = \sum_{j=1}^n \psi_j$ 。则(76)可以重新写为

$$LV_n \leq -\lambda V_n + b, \quad t \geq 0. \quad (77)$$

由引理 2 和 V_n 的表达式, 知 z_j , $\tilde{\theta}_j$, $\tilde{\Delta}$ 是有界的, 且

$$0 \leq E[V_n(t)] \leq e^{-\lambda t} V_n(0) + \frac{b}{\lambda}. \quad (78)$$

故

$$E[V_n(t)] \leq \frac{b}{\lambda}, \quad t \rightarrow \infty. \quad (79)$$

从而

$$E\left(\sum_{j=1}^n z_j^4\right) \leqslant 4E[V_n(t)] \leqslant \frac{4b}{\lambda}, \quad t \rightarrow \infty. \quad (80)$$

因此, z_j 收敛到完备集 Ω_Z , 其中

$$\Omega_Z = \left\{ z_j \mid \sum_{j=1}^n E[|z_j|^4] \leqslant \frac{4b}{\lambda} \right\}. \quad (81)$$

基于反推技术, 自适应模糊控制器设计完成, 有如下结论。

定理 1 在假设 1 和 2 及初始条件下, 对于随机纯反馈非线性系统(3), 通过设计虚拟控制信号(57)和(72), 以及自适应率(58)和(73)~(74), 保证了闭环系统的所有信号一致有界, 并且跟踪误差收敛到原点的小领域。

3 仿真算例

为了说明所提出方案的有效性, 考虑以下二阶随机纯反馈非线性系统:

$$\begin{cases} dx_1 = (x_2 + 0.1 \cos x_2)dt + 0.1 \sin x_1 dw, \\ dx_2 = (\frac{x_1^2}{x_1^2 + x_2^2} + \sin u + 0.2u^3 + 0.1 \sin(6t))dt + 0.2 \sin(x_1 x_2) dw, \\ y = x_1. \end{cases} \quad (82)$$

控制目标是设计一个自适应模糊控制器, 使得闭环系统的所有信号是有界的, 并且系统输出 y 跟踪到参考信号 $y_d = 0.5 \cos t + \sin(0.5t)$ 。根据定理 1, 选择以下的虚拟控制信号和自适应率:

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= -k_1 z_1 - \frac{\hat{\theta}_1 z_1^3}{2a_1^2}, u = -k_2 z_2 - \frac{\hat{\theta}_2 z_2^3}{2a_2^2}, \dot{\hat{\theta}}_1 = \frac{r_1 z_1^6}{2a_1^2} - \gamma_1 \hat{\theta}_1, \hat{\theta}_1(0) \geqslant 0, \\ \dot{\hat{\theta}}_2 &= \frac{r_2 z_2^6}{2a_2^2} - \gamma_2 \hat{\theta}_2, \hat{\theta}_2(0) \geqslant 0, \dot{\Delta} = -\sigma_\Delta \hat{\Delta}. \end{aligned}$$

在仿真中选择初始条件为: $[x_1(0), x_2(0)]^T = [0.1, 0.25]^T$, $\hat{\theta}_1(0) = \hat{\theta}_2(0) = 0$, $\hat{\Delta}(0) = 0$ 。其他设计参数为: $a_1 = a_2 = 0.05$, $k_1 = k_2 = 0.01$, $\sigma_\Delta = 0.02$, $\gamma_1 = \gamma_2 = 0.025$, $r_1 = r_2 = 5$ 。仿真结果如图 1~5 所示。

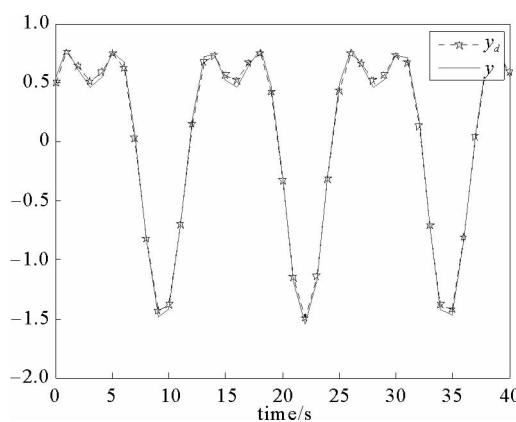


图 1 系统输出 y 和参考信号 y_d

Fig. 1 System output y and reference signal y_d

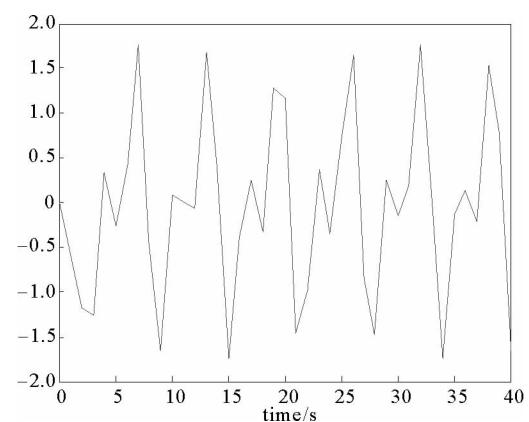
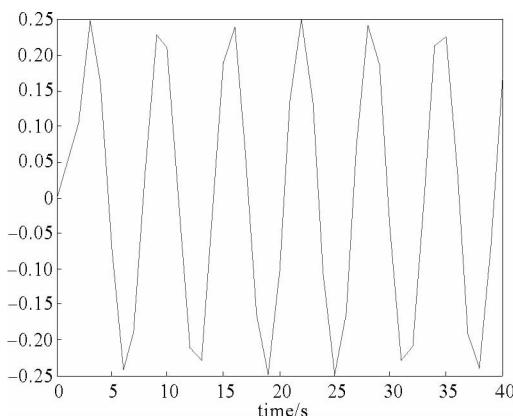
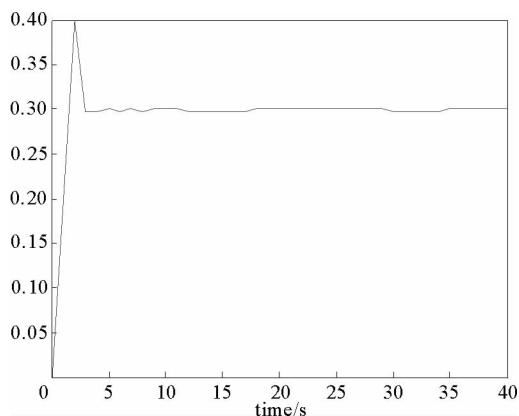
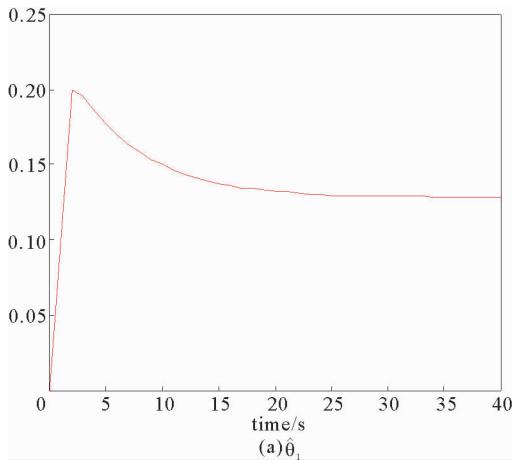
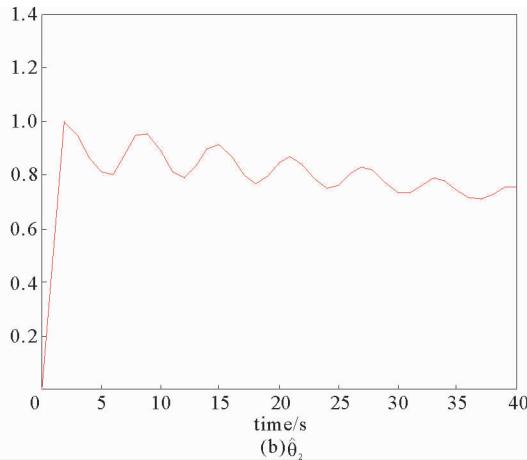


图 2 状态变量 x_2

Fig. 2 State variable x_2

图 3 系统输入 u Fig. 3 System output u 图 4 有界外部扰动的估计 $\hat{\Delta}$ Fig. 4 Estimation $\hat{\Delta}$ with external disturbance(a) $\hat{\theta}_1$ (b) $\hat{\theta}_2$ 图 5 自适应率 $\hat{\theta}_1$ 和 $\hat{\theta}_2$ Fig. 5 Adaptive rates $\hat{\theta}_1$ and $\hat{\theta}_2$

仿真结果表明了所提出方案的有效性,保证了系统输出跟踪到参考信号,并且闭环系统的所有信号是有界的。

4 总结

针对一类具有外部扰动的随机纯反馈非线性系统的跟踪控制问题,利用中值定理结合反推技术,设计了一个新的自适应模糊控制方案。该控制方案保证了闭环系统的所有信号是有界的,并且跟踪误差收敛到原点的小领域。

参考文献:

- [1] 李平,金福江,梅小华.带有时滞的未知非仿射非线性系统自适应模糊跟踪控制 [J].北京工业大学学报,2014,40(9):1315-1320.
LI Ping, JIN Fujiang, MEI Xiaohua. Adaptive fuzzy tracking control for unknown non-affine nonlinear systems with delays [J]. Journal of Beijing University of Technology, 2014, 40 (9):1315-1320.
- [2] 楚敬敬,丛文,张友琴,等.非线性纯反馈时滞系统的自适应模糊跟踪控制 [J].青岛大学学报(工程技术版),2013,28(4):29-38.
CHU Jingjing, CONG Wen, ZHANG Youqin, et al. Adaptive fuzzy tracking control of nonlinear pure-feedback time-delay systems [J]. Journal of Qingdao University(Engineering and Technology Edition), 2013, 28(4):29-38.

- [3]ZHOU J,WEN C Y,LI T S. Adaptive output feedback control of uncertain nonlinear systems with hysteresis nonlinearity [J]. IEEE Transactions on Automatic Control,2012,57(10):2627-2633.
- [4]TONG S C,LI Y M,SHI P. Observer-based adaptive fuzzy backstepping output feedback control of uncertain MIMO pure-feedback nonlinear systems [J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems,2012,20(4):771-785.
- [5]YU J P,MA Y M,YU H S,et al. Adaptive fuzzy dynamic surface control for induction motors with iron losses in electric vehicle drive systems via backstepping [J]. Information Sciences,2016,376(3):172-189.
- [6]GU G Y,ZHU L M,SU C Y. Modeling and compensation of asymmetric hysteresis nonlinearity for piezoceramic actuators with a modified Prandtl-Ishlinskii model [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics,2014,61(3):1583-1595.
- [7]SU C Y,WANG Q Q,CHEN X K,et al. Adaptive variable structure control of a class of nonlinear systems with unknown Prandtl-Ishlinskii hysteresis [J]. IEEE Transactions on Automatic Control,2005,50(12):2069-2073.
- [8]ZHOU Q,SHI P,XU S Y,et al. Observer-based adaptive neural network control for nonlinear stochastic systems with time delay [J]. IEEE Transactions on Neural Networks & Learning Systems,2013,24(1):71-80.
- [9]TONG S C,LI Y,LI Y M,et al. Observer-based adaptive fuzzy backstepping control for a class of stochastic nonlinear strict-feedback systems [J]. IEEE Transactions on Systems,Man and Cybernetics B Cybernetics,2011,41(6):1693-1704.
- [10]GAO Y,TONG S C,LI Y M. Adaptive fuzzy backstepping output feedback control for a class of uncertain stochastic nonlinear system in pure-feedback form [J]. Neurocomputing,2013,122(25):126-133.
- [11]WANG H Q,CHEN B,LIN C. Approximation-based adaptive fuzzy control for a class of non-strict-feedback stochastic nonlinear systems [J]. Science China Information Sciences,2014,57(3):1-16.
- [12]WU J,SU B Y,LI J,et al. Adaptive fuzzy control for full states constrained systems with nonstrict-feedback form and unknown nonlinear dead zone [J]. Information Sciences,2017,376:233-247.
- [13]YU Z X,LI S G,DU H B. Razumikhin-nussbaum-lemma-based adaptive neural control for uncertain stochastic pure-feedback nonlinear systems with time-varying delays [J]. International Journal of Robust & Nonlinear Control,2013,23(11):1214-1239.
- [14]WANG F,LIU Z,ZHANG Y,et al. Adaptive fuzzy control for a class of stochastic pure-feedback nonlinear systems with unknown hysteresis [J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems,2015,24(1):1-12.
- [15]LI J,CHEN W S,LI J M. Adaptive NN output-feedback decentralized stabilization for a class of large-scale stochastic nonlinear strict-feedback systems [J]. International Journal of Robust & Nonlinear Control,2011,21(4):452-472.
- [16]ZHANG X M,LIU X K,LI Y. Adaptive fuzzy tracking control for nonlinear strict-feedback systems with unmodeled dynamics via backstepping technique [J]. Neurocomputing,2017,235:182-191.
- [17]ZHANG L L,LI Y M. Adaptive fuzzy output feedback control for MIMO switched nonlinear systems with prescribed performances [J]. Fuzzy Sets and Systems,2015,306:153-168.
- [18]CUI Y,ZHANG H G,WANG Y C. Adaptive tracking control of uncertain MIMO nonlinear systems based on generalized fuzzy hyperbolic model [J]. Fuzzy Sets and Systems,2017,306:105-117.
- [19]LIN Z K,LIU X K,LI Y. Adaptive fuzzy control for nonlinear pure-feedback systems with external disturbance and unknown dead zone output [J]. International Journal of Fuzzy Systems,2016,1-10.
- [20]REN B B,GE S S,SU C Y,et al. Adaptive neural control for a class of uncertain nonlinear systems in pure-feedback form with hysteresis input [J]. IEEE Transactions on Systems,2009,39(2):431-443.
- [21]WANG H Q,LIU X P,ZHOU Q,et al. Direct adaptive tracking control for a class of pure-feedback stochastic nonlinear systems based on fuzzy-approximation [J]. Abstract and Applied Analysis,2014,2014(8):1-10.
- [22]LIU S J,ZHANG J F,JIANG Z P. Decentralized adaptive output-feedback stabilization for large-scale stochastic nonlinear systems [J]. Automatica,2007,43(2):238-251.
- [23]WANG H Q,CHEN B,LIU X P,et al. Robust adaptive fuzzy tracking control for pure-feedback stochastic nonlinear systems with input constraints [J]. IEEE Transaction on Cybernetics,2013,43(6):2093-2104.
- [24]WANG F,CHEN B,ZHANG Z Y,et al. Adaptive tracking control of uncertain switched stochastic nonlinear systems [J]. Nonlinear Dynamics,2016,84(4):2099-2109.
- [25]GE S S,WANG C. Adaptive NN control of uncertain nonlinear pure-feedback systems [J]. Automatica,2002,38 (4):671-682.