

引用格式:李雷雷,刘西奎. 带有时变时滞和未知死区的纯反馈系统的自适应跟踪控制[J]. 山东科技大学学报(自然科学版), 2018, 37(6):74-83.

LI Leilei, LIU Xikui. Adaptive tracking control of pure-feedback systems with time-varying delay and unknown dead-zone[J]. Journal of Shandong University of Science and Technology (Natural Science), 2018, 37(6):74-83.

带有时变时滞和未知死区的纯反馈系统的 自适应跟踪控制

李雷雷,刘西奎

(山东科技大学 数学与系统科学学院, 山东 青岛 266590)

摘要:针对一类带有时变时滞和未知死区的纯反馈非线性系统,提出一种新的自适应模糊跟踪控制方案。采用自适应反步法设计了一个虚拟控制输入信号;利用模糊逻辑近似解决了系统中的未知函数所带来的困扰;为了处理未知死区干扰,设计了一个自适应模糊控制器,使用中值定理解决纯反馈结构中设计控制器的复杂问题。该控制方案保证闭环系统所有信号半全局一致有界,与此同时,系统的跟踪误差收敛到原点的一个小邻域内。最后,仿真例子证明了方案的有效性。

关键词:自适应跟踪控制;时变;未知死区;随机非线性系统;模糊控制

中图分类号:O29;TP273⁺.5

文献标志码:A

文章编号:1672-3767(2018)06-0074-10

DOI: 10.16452/j.cnki.sdkjzk.2018.06.009

Adaptive Tracking Control of Pure-feedback Systems with Time-varying Delay and Unknown Dead-zone

LI Leilei, LIU Xikui

(College of Mathematics and Systems Science, Shandong University of
Science and Technology, Qingdao, Shandong 266590, China)

Abstract: For a class of pure-feedback nonlinear systems with time-varying delay and unknown dead-zone, this paper proposed a new adaptive fuzzy tracking control scheme. A virtual control input signal was first designed by using back-stepping technique. Based on a fuzzy logic system approximation, the trouble brought about by the unknown function system was settled. In order to solve the interference by the unknown dead zone, an adaptive fuzzy controller was designed. Mean-value theorem was introduced to deal with the difficulty arising from the pure-feedback structure in designing controller. This control scheme can ensure that all the semi-global signals in the closed-loop systems are uniformly bounded and the tracking error of the system can converge to a small neighborhood of the origin. The effectiveness of the proposed scheme was finally verified with simulated examples.

Key words: adaptive tracking control; time-varying; unknown dead-zone; stochastic nonlinear systems; fuzzy control

收稿日期:2018-01-03

基金项目:国家自然科学基金项目(61402265);山东科技大学研究生创新基金项目(SDKDYC170344);山东省泰山学者研究基金项目(2015TDJH105);青岛博士后应用研究项目(20161118)

作者简介:李雷雷(1992—),男,山东德州人,硕士研究生,主要从事自适应模糊控制理论和随机非线性系统理论研究。

E-mail: 2008lishilei@163.com

刘西奎(1973—),男,山东泰安人,教授,博士生导师,主要从事最优化理论研究,本文通信作者。

E-mail: liuxikuiqd@163.com

近几年,反步法和模糊逻辑系统在解决非线性自适应控制系统中得到了迅速发展并取得了许多重要成果。实际的非线性系统中经常出现时变时滞和未知死区的情况,导致系统不稳定而造成较大误差。针对非线性系统中稳定性分析和控制系统的设计,研究者们提出了许多先进控制方法,如模糊控制^[1-3]、滑模控制^[4-5]和自适应控制^[6-8],这些方法通过在线学习调节自适应参数,驱动控制系统满足预期的要求。作为一个结构化策略,自适应同步控制使控制系统的分析和综合变得更清晰、更方便,但未知非线性函数的存在使得控制器的设计极为困难。由于模糊逻辑系统和神经网络能够很好地处理未知非线性函数,可通过模糊逻辑系统和神经网络来设计自适应同步控制,相应的适应性模糊和自适应神经网络控制方案被提出^[9-12]。

在实际的应用系统中,经常出现的时间延迟会导致系统控制效果不佳、甚至系统不稳定的情况出现^[13-14]。因此,在控制器的设计过程中采取一个系统约束是非常重要的。文献[15]提出了一个基于观测器的非线性系统的自适应模糊控制方法。结合帕德近似和自适应反步法,文献[16]提出了一种新颖的控制方法来处理输入时滞的问题。不同于上面的结果,对于严格反馈形式下的多输入多输出时变时滞控制系统,文献[17]提供了一个模糊跟踪控制方案。

另外,死区也是实际应用中常见的非线性现象,它会大大降低系统的控制性能,甚至能够导致系统不稳定。死区问题一直受到广泛的关注^[18-20]。文献[21]对非对称死区输入的非线性系统的自适应模糊跟踪控制问题进行了研究。当不可测的状态变量和死区同时发生时,文献[22]研究了一类严格反馈非线性系统形式中的基于观测器的自适应模糊跟踪控制方案。对于局部非线性的死区系统,文献[23]设计了3个不确定多变量非线性系统的模糊自适应控制器。但由于很多实际过程可以表示为不确定的纯反馈系统,现有的关于严格反馈系统的研究成果不能用于这种系统不确定的纯反馈形式的非线性,因为在*i*阶微分方程中会出现状态变量 x_{i+1} 。基于模糊近似,文献[24]和[25]关于纯反馈系统可测量的状态变量和不可测的状态变量分别提出了一种自适应跟踪控制方法。为了探讨一类纯反馈非线性系统的自适应模糊控制时变时滞和死区的问题,在控制器的设计过程中,可以通过模糊逻辑系统近似系统中存在的未知函数,使用死区斜坡的信息来解决死区问题。

本研究考虑时变时滞和死区同时存在于不确定纯反馈系统的情况,使用中值定理解决纯反馈结构中设计控制器的困难,使用自适应反步法^[26-28]设计了一个虚拟控制输入信号,并利用模糊逻辑系统来解决系统的未知函数问题,设计了一个自适应模糊控制器来避免未知死区的干扰。该控制方案在保证闭环系统所有信号半全局一致有界的同时,使系统的跟踪误差收敛到原点的一个小邻域内。

1 问题分析

考虑下面的非线性随机纯反馈系统

$$\begin{cases} dx_i = (f_i(\bar{x}_i, x_{i+1}) + h_i(\bar{x}_{i,\tau}(t)))dt + g_i(\bar{x}_i)d\omega, & 1 \leq i \leq n-1 \\ dx_n = (f_n(\bar{x}_n, u) + h_n(\bar{x}_{n,\tau}(t)))dt + g_n(\bar{x}_n)d\omega, \\ \mathbf{y} = \mathbf{x}_1. \end{cases} \quad (1)$$

其中, $\bar{x}_i = [x_1, x_2, \dots, x_i]^T \in \mathbf{R}^i$ 是系统状态向量, $i = (1, 2, \dots, n)$, $\mathbf{y} \in \mathbf{R}$ 是系统输出, $f_i(\cdot): \mathbf{R}^i \times \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $h_i(\cdot): \mathbf{R}^i \rightarrow \mathbf{R}^r$, $g_i(\cdot): \mathbf{R}^i \rightarrow \mathbf{R}$ 是未知光滑非线性函数, 并且 $f_i(0, 0, \dots, 0) = 0$, $h_i(0, 0, \dots, 0) = 0$, $g_i(0, 0, \dots, 0) = 0$ 。 $\tau(t)$ 表示系统的未知时变时滞, $u \in \mathbf{R}$ 是系统死区输入, 表达式为

$$u = \begin{cases} m_r(v - b_r), & v \geq b_r \\ 0, & b_l < v < b_r \\ m_l(v - b_l), & v \leq b_l \end{cases}. \quad (2)$$

其中, v 表示死区特征输入, m_r 和 m_l 表示死区的右斜率和左斜率, b_r 和 b_l 表示非线性输入的间断点。

定义 1^[9] 对于任意函数 $V(x, t) \in \mathbf{C}^{2,1}$ 和随机微分方程 (1), 定义微分算子

$$LV = \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial V}{\partial x}f + \frac{1}{2}Tr\left\{h^T \frac{\partial^2 V}{\partial x^2}h\right\}, \tag{3}$$

其中 $Tr(A)$ 是 A 的迹。

定义 2^[26] 如果对于全集 $\Omega \in \mathbf{R}^n$ 和任意初始状态 $x_0 = x(t_0)$, 存在常数 $\epsilon > 0$ 和一个时间常数 $T = T(\epsilon, x_0)$, 对所有的 $t > t_0 + T$, 使得 $E(|x(t)|^p) < \epsilon$, 则称随机系统(1)的轨迹 $\{x(t), t \geq 0\}$ 半全局一致有界, 其中 $E(|x(t)|^p)$ 表示 $|x(t)|^p$ 的期望。

引理 1^[7] 假设存在函数 $V(x, t): \mathbf{R}^n \times \mathbf{R}^+ \rightarrow \mathbf{R}^+$, 常数 $c_1 > 0$ 和 $c_2 > 0$, K_∞ 类函数 $\bar{\alpha}_1$ 和 $\bar{\alpha}_2$, 对所有的 $x \in \mathbf{R}^n$ 和 $t > t_0$, 满足条件

$$\begin{cases} \bar{\alpha}_1(|x|) \leq V(x, t) \leq \bar{\alpha}_2(|x|), \\ LV(x, t) \leq -c_1V(x, t) + c_2. \end{cases} \tag{4}$$

则对于任一 $x_0 \in \mathbf{R}^n$, 有

$$E[V(x, t)] \leq V(x_0)e^{-c_1t} + \frac{c_2}{c_1}, \forall t > t_0. \tag{5}$$

假设 1^[12] 存在正常数 b_m 和 b_M , 使得 $0 \leq b_m \leq \min\{m_l, m_r\} \leq \max\{m_l, m_r\} \leq b_M$, 参数 m_r 和 m_l 是未知的正常数。

方便起见, 根据文献[12], 死区(2)的输出能够表示成

$$u = mv + d. \tag{6}$$

其中, $m = \begin{cases} m_r, v > 0 \\ m_l, v \leq 0 \end{cases}, d = \begin{cases} -m_r b_r, v \geq b_r \\ -mv, b_l \leq v \leq b_r \\ -m_l b_l, v \leq b_l \end{cases}.$

根据假设 1, 有 $|d| \leq d^*$, 其中 $d^* = b_M \max\{|b_r|, |b_l|\}$ 。

假设 2^[27] 定义 $T_{\max} = \max\{\dot{\tau}_1(t), \dot{\tau}_2(t), \dots, \dot{\tau}_n(t)\}$ 且时变时滞 $\tau_i(t)$ 的导数满足 $0 \leq \dot{\tau}_i(t) < 1$ 。

假设 3^[11] $s_i(\bar{x}_i, x_{i+1})$ 的符号是已知的, 并且存在常数 $c \geq b > 0$, 对任意 $1 \leq i \leq n$, 满足

$$b \leq |s_i(\bar{x}_i, x_{i+1})| \leq c < \infty, \forall \bar{x}_i \in \mathbf{R}^i. \tag{7}$$

假设 4^[27] 给定轨迹 $y_d(t)$ 和其 n 阶导数 $y_d^{(n)}(t)$ 连续有界。并且假设存在一个正常数 d^* , 使得 $|y_d(t)| \leq d^*$ 。

引理 2^[27] 对任意的连续函数 $b(a_1, a_2, \dots, a_n): \mathbf{R}^{m_1} \times \dots \times \mathbf{R}^{m_n} \rightarrow \mathbf{R}$, 满足 $b(0, \dots, 0) = 0$, 其中 $\mu_i \in \mathbf{R}^{m_i}$ ($i = 1, 2, \dots, n, m_i > 0$), 假设存在正的光滑函数 $\rho_i(a_i): \mathbf{R}^{m_i} \rightarrow \mathbf{R}^+$, 满足 $\rho_i(0) = 0$ 并且 $|b(a_1, a_2, \dots, a_n)| \leq \sum_{i=1}^n \rho_i(a_i)$ 。

引理 3^[12] (杨氏不等式) 对 $\forall (x, y) \in \mathbf{R}^2$, 有

$$xy \leq \frac{\epsilon^p}{p} |x|^p + \frac{1}{q\epsilon^q} |y|^q, \tag{8}$$

其中, $\epsilon > 0, p > 1, q > 1$, 并且 $(p-1)(q-1) = 1$ 。

引理 4^[28] 在一个紧集 $\Omega_Z := \{z_j \mid |z_j| < 0.2554v_j, j = 1, 2, \dots, n\}$ 上, v_j 是一个给定的非负参数, 对于任意的 $z_j \notin \Omega_Z$, 不等式 $1 - 16 \tanh^2(\frac{z_j}{v_j}) \leq 0$ 成立。

在反步法设计过程中, 将用模糊逻辑来近似系统中的未知非线性函数。模糊逻辑系统函数^[26]可以描述为:

$$y(z) = \mathbf{W}^T \Gamma(z). \tag{9}$$

其中, $z \in \Omega_Z \subset \mathbf{R}^q$ 是状态输入矢量, q 是模糊逻辑系统的输入维度, 权向量 $\mathbf{W} = [\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_l]^T \in \mathbf{R}^l$, $l > 1$ 是节点数, $\phi(z) = [\phi_1(z), \phi_2(z), \dots, \phi_l(z)]^T$ 表示基函数向量, $\phi_i(z)$ 表示高斯函数。

$$\phi_i(z) = \exp\left[-\frac{(z - \mu_i)^T(z - \mu_i)}{\eta^2}\right], \tag{10}$$

其中, $\boldsymbol{\mu}_i = [\mu_{i1}, \mu_{i2}, \dots, \mu_{in}]^T, i = 1, \dots, l$, 表示邻域的中心, η 为高斯函数的广度。模糊逻辑函数 (9) 能够逼近紧集 $\boldsymbol{\Omega}_Z \subset \mathbf{R}^q$ 上的任意连续函数

$$f(z) = \mathbf{W}^* \Gamma(z) + \delta(z), \quad \forall z \in \boldsymbol{\Omega}_Z \in \mathbf{R}^q, \quad (11)$$

其中, \mathbf{W}^* 表示理想恒定权向量且 $\mathbf{W}^* := \operatorname{argmin}_{\mathbf{W} \in \mathbf{R}^l} \{ |f(z) - \mathbf{W}^T \Gamma(z)| \}$, $\delta(z)$ 表示近似误差并且对于任意的精度 $\varepsilon > 0, |\delta(z)| \leq \varepsilon$ 。

为了控制随机纯反馈系统 (1), 定义 $s_i(\bar{x}_i, x_{i+1}) = \frac{\partial f_i(\bar{x}_i, x_{i+1})}{\partial x_{i+1}}, i = 1, 2, \dots, n, x_{n+1} = u$ 。运用中值定理, 有

$$f_i(\bar{x}_i, x_{i+1}) - f_i(\bar{x}_i, x'_{i+1}) = s_i(\bar{x}_i, \xi_i)(x_{i+1} - x'_{i+1}), \quad (12)$$

其中, $(x'_1, x'_2, \dots, x'_n, v)^T$ 是一个平衡点, $x_{n+1} = u, x'_{n+1} = u', \xi_i$ 是 x'_{i+1} 和 x_{i+1} 之间的点。把公式 (12) 代入系统 (1) 中, 得到

$$\begin{cases} dx_i = (f_i(\bar{x}_i, x'_{i+1}) + s_i(\bar{x}_i, \xi_i)(x_{i+1} - x'_{i+1}) + h_i(\bar{x}_{n,\tau}(t)))dt + g_i(\bar{x}_i)d\omega, & 1 \leq i \leq n-1, \\ dx_n = (f_n(\bar{x}_n, u') + s_n(\bar{x}_n, \xi_n)(u - u') + h_n(\bar{x}_{n,\tau}(t)))dt + g_n(\bar{x}_n)d\omega, \\ y = x_1. \end{cases} \quad (13)$$

2 自适应模糊控制方案

本节将基于反步法和模糊逻辑系统近似, 对系统 (1) 给出一个自适应模糊控制方案。反步法需要 n 步, 而且, 在设计过程中, 选择一个适当的李雅普诺夫函数, 引入虚拟控制信号 $\alpha_i (i = 1, 2, \dots, n-1)$ 、实际控制信号 v 和自适应律 $\dot{\theta}$, 分别为:

$$\alpha_i = -(\lambda_i + 0.5)z_i - \frac{z_i^3 \theta \Gamma_i^T(z_i) \Gamma_i(z_i)}{2a_i^2} + x'_{i+1}, \quad (14)$$

$$v = -\frac{z_n^3 \bar{\theta} \Gamma_n^T(z_n) \Gamma_n(z_n)}{2a_n^2 b} - (\lambda_n + 0.5)z_n, \quad (15)$$

$$\dot{\theta} = -\frac{z_n^3 \bar{\theta} \Gamma_n^T(z_n) \Gamma_n(z_n)}{2a_n^2} - \sigma \theta. \quad (16)$$

其中, $\lambda_i > 0, b > 0, a_i > 0$ 和 $\sigma > 0$ 均是已知的常数, $i = 1, 2, \dots, n, x'_{n+1} = u'$ 。

定义 $\theta^* = \max\{\theta_1^*, \theta_2^*, \dots, \theta_n^*\}$, 其中 $\theta_i^* = \frac{\|\mathbf{W}_i\|}{b} (i = 1, 2, \dots, n)$, θ 是 θ^* 的估计, 估计误差 $\bar{\theta} = \theta^* - \theta$ 。

在接下来反步法的每一步中, 用到以下坐标变换

$$z_1 = x_1 - y_d, z_i = x_i - \alpha_{i-1}, i = 2, \dots, n. \quad (17)$$

第 1 步: 根据坐标变换 (17), 有

$$dz_1 = (f_1(\bar{x}_1, x'_2) + s_1(\bar{x}_1, \xi_1)(x_2 - x'_2) + h_1(\bar{x}_{n,\tau}(t)) - \dot{y}_d)dt + g_1^T(\bar{x}_1)d\omega. \quad (18)$$

考虑下面的李雅普诺夫-克拉索夫斯基函数

$$V_1 = \frac{1}{4}z_1^4 + H_{1m}, \quad (19)$$

其中

$$H_{1m} = \sum_{j=1}^n \frac{e^{rt}}{2(1-T_{\max})} \int_{t-\tau_j(t)}^t e^{-rs} \rho_{1j}^2(x_j(s)) ds, \quad (20)$$

r 是一个已知的正常数。

则

$$LV_1 = z_1^3 (f_1(\bar{x}_1, x'_2) + s_1(\bar{x}_1, \xi_1)(x_2 - x'_2) + h_1(\bar{x}_{n,\tau}(t)) - \dot{y}_d) + \frac{3}{2}z_1^2 g_1^T(\bar{x}_1)g_1(\bar{x}_1) + \dot{H}_{1m}, \quad (21)$$

其中

$$\dot{H}_{1m} = rH_{1m} + \sum_{j=1}^n \frac{\rho_{1j}^2(x_j(t))}{2(1-T_{\max})} - \sum_{j=1}^n \frac{e^{\tau_j(t)} \rho_{1j}^2(x_j(t-\tau_j(t))(1-\dot{\tau}_j(t)))}{2(1-T_{\max})}. \tag{22}$$

根据引理 2 和不等式(8)得:

$$z_1^3 h_1(\bar{x}_{n,\tau}(t)) \leq \frac{nz_1^6}{2} + \sum_{j=1}^n \frac{\rho_{1j}^2(x_j(t-\tau_j(t)))}{2}, \tag{23}$$

$$\frac{3}{2} z_1^2 g_1^T(\bar{x}_1) g_1(\bar{x}_1) \leq \frac{3}{4} z_1^4 \|g_1(\bar{x}_1)\|^4 + \frac{3}{4}. \tag{24}$$

把式(22)、(23)和(24)代入式(21)得

$$LV_1 \leq z_1^3 f_1(\bar{x}_1, x'_2) + z_1^3 s_1(\bar{x}_1, \xi_1)(x_2 - x'_2) - z_1^3 \dot{y}_d + \frac{3}{4} z_1^4 \|g_1(\bar{x}_1)\|^4 + \frac{3}{4} + rH_{1m} + \sum_{j=1}^n \frac{\rho_{1j}^2(x_j(t))}{2(1-T_{\max})} - \sum_{j=1}^n \frac{e^{\tau_j(t)} \rho_{1j}^2(x_j(t-\tau_j(t))(1-\dot{\tau}_j(t)))}{2(1-T_{\max})} + \frac{nz_1^6}{2} + \sum_{j=1}^n \frac{\rho_{1j}^2(x_j(t-\tau_j(t)))}{2}. \tag{25}$$

根据假设 2, 得到

$$-\sum_{j=1}^n \frac{e^{\tau_j(t)} \rho_{1j}^2(x_j(t-\tau_j(t))(1-\dot{\tau}_j(t)))}{2(1-T_{\max})} + \sum_{j=1}^n \frac{\rho_{1j}^2(x_j(t-\tau_j(t)))}{2} < 0. \tag{26}$$

则(25)可简化为

$$LV_1 \leq z_1^3 f_1(\bar{x}_1, x'_2) + z_1^3 s_1(\bar{x}_1, \xi_1)(x_2 - x'_2) - z_1^3 \dot{y}_d + \frac{3}{4} z_1^4 \|g_1(\bar{x}_1)\|^4 + \frac{3}{4} + rH_{1m} + \sum_{j=1}^n \frac{\rho_{1j}^2(x_j(t))}{2(1-T_{\max})} + \frac{nz_1^6}{2}. \tag{27}$$

因为, 当 $z_1 = 0$ 时, $\sum_{j=1}^n \frac{\rho_{1j}^2(x_j(t))}{2z_1(1-T_{\max})}$ 是不连续的, 为了处理这一项, 在不等式(27)右侧引入一个双曲

正切函数 $16 \tanh^2(\frac{z_1}{v_1}) \sum_{j=1}^n \frac{\rho_{1j}^2(x_j(t))}{2z_1(1-T_{\max})}$, 则式(27)可以写成

$$LV_1 \leq z_1^3 (f_1(\bar{x}_1, x'_2) - \dot{y}_d + \frac{3}{4} z_1 \|g_1(\bar{x}_1)\|^4 + \frac{nz_1^3}{2} + \frac{16 \tanh^2(\frac{z_1}{v_1})}{z_1} K_1) + z_1^3 s_1(\bar{x}_1, \xi_1)(x_2 - x'_2) + \frac{3}{4} + rH_{1m} + (1 - 16 \tanh^2(\frac{z_1}{v_1})) K_1. \tag{28}$$

其中 $K_1 = \sum_{j=1}^n \frac{\rho_{1j}^2(x_j(t))}{2(1-T_{\max})}$.

令 $\hat{f}_1(z_1) = f_1(\bar{x}_1, x'_2) - \dot{y}_d + \frac{nz_1^3}{2} + \frac{3}{4} z_1 \|g_1(\bar{x}_1)\|^4 + \frac{16 \tanh^2(\frac{z_1}{v_1})}{z_1} K_1$, 那么由模糊逻辑系统有

$$\begin{aligned} z_1^3 \hat{f}_1(z_1) &= z_1 (W^T \Gamma(z_1) + \delta_1(z_1)) \\ &\leq \frac{1}{2a_1^2} z_1^6 \|W_1\|^2 \Gamma_1^T(z_1) \Gamma_1(z_1) + \frac{a_1^2 W_1^T W_1}{2 \|W_1\|^2} + \frac{1}{2} b z_1^4 + \frac{\epsilon_1^2}{2b} \\ &= \frac{b}{2a_1^2} z_1^6 \theta_1^* \Gamma_1^T(z_1) \Gamma_1(z_1) + \frac{a_1^2}{2} + \frac{1}{2} b z_1^4 + \frac{\epsilon_1^2}{2b}. \end{aligned} \tag{29}$$

代入式(28)得

$$LV_1 \leq z_1^3 s_1(\bar{x}_1, \xi_1) z_2 + z_1^3 s_1(\bar{x}_1, \xi_1)(a_1 - x'_2) + (1 - 16 \tanh^2(\frac{z_1}{v_1})) K_1 + rH_{1m} + \frac{b}{2a_1^2} z_1^6 \theta_1^* \Gamma_1^T(z_1) \Gamma_1(z_1) + \frac{a_1^2}{2} + \frac{1}{2} b z_1^4 + \frac{\epsilon_1^2}{2b} + \frac{3}{4}. \tag{30}$$

根据公式(14), 得

$$z_1^3 s_1(\bar{x}_1, \xi_1)(a_1 - x'_2) \leq -(\lambda_1 + 0.5) b z_1^4 - \frac{b z_1^6 \theta \Gamma_1^T(z_1) \Gamma_1(z_1)}{2a_1^2}. \tag{31}$$

把式(31)代入式(30)得

$$LV_1 \leq z_1^3 s_1(\bar{x}_1, \xi_1) z_2 + (1 - 16 \tanh^2(\frac{z_1}{v_1})) K_1 + rH_{1m} + \frac{b}{2a_1^2} z_1^6 \bar{\theta} \Gamma_1^T(z_1) \Gamma_1(z_1) + c_1 - \lambda_1 b z_1^4, \tag{32}$$

其中 $c_1 = \frac{a_1^2}{2} + \frac{\epsilon_1^2}{2b} + \frac{3}{4}$ 。

第 i ($2 \leq i \leq n - 1$) 步: 令 $V_i = V_{i-1} + V_{\bar{y}_i}$, $V_{\bar{y}_i} = \frac{z_i^4}{4} + H_{im}$, $H_{im} = \sum_{k=1}^i \sum_{j=1}^n \frac{e^{-\tau} \int_{t-\tau_j(t)}^t e^{-rs} \rho_{kj}^2(x_j(s)) ds}{2(1-T_{\max})}$ 。根据坐标变换(17), $z_i = x_i - \alpha_{i-1}$ 。类似于第 1 步的步骤, 得到

$$LV_i \leq LV_{i-1} + z_i^3 s_i(\bar{x}_i, \xi_i) z_{i+1} + (1 - 16 \tanh^2(\frac{z_i}{v_i})) K_i + rH_{im} + \frac{b}{2a_i^2} z_i^6 \bar{\theta} \Gamma_i^T(z_i) \Gamma_i(z_i) + c_i - \lambda_i b z_i^4, \tag{33}$$

其中, $c_i = \frac{a_i^2}{2} + \frac{\epsilon_i^2}{2b} + \frac{3}{4}$, $K_i = \sum_{k=1}^i \sum_{j=1}^n \frac{\rho_{kj}^2(x_j(t))}{2(1-T_{\max})}$ 。

第 n 步: 在这一步中, 将构造一个实际控制信号 v 。令 $V_n = V_{n-1} + V_{v_n}$, 其中 $V_{v_n} = \frac{z_n^4}{4} + H_{nm}$, $H_{nm} = \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{e^{-\tau} \int_{t-\tau_j(t)}^t e^{-rs} \rho_{kj}^2(x_j(s)) ds}{2(1-T_{\max})}$ 。

由坐标变换(17)知, $z_n = x_n - \alpha_{n-1}$, 其微分为

$$dz_n = (f_n(\bar{x}_n, u') + s_n(\bar{x}_n, \xi_n)(u - u') + h_n(\bar{x}_{n,\tau}(t)) - L\alpha_{n-1}) dt + (g_n - \sum_{j=1}^{n-1} \frac{\partial \alpha_{j-1}}{\partial x_j} g_j)^\top d\omega, \tag{34}$$

其中

$$L\alpha_{n-1} = \sum_{k=1}^{n-1} \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial x_k} (f_k(\bar{x}_k, x'_{k+1}) + s_k(\bar{x}_k, \xi_k)(x_{k+1} - x'_{k+1}) + h_k(\bar{x}_{n,\tau}(t))) + \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial \theta} \dot{\theta} + \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial y_d} \dot{y}_d + \frac{1}{2} \sum_{p,q=1}^{n-1} \frac{\partial^2 \alpha_{n-1}}{\partial x_p \partial x_q} g_p^\top g_q. \tag{35}$$

V_n 的微分可以表示成

$$LV_n = LV_{n-1} + z_n^3 (f_n(\bar{x}_n, u') + s_n(\bar{x}_n, \xi_n)(u - u') + h_n(\bar{x}_{n,\tau}(t)) - L\alpha_{n-1}) + \frac{3}{2} z_n^2 (g_n - \sum_{j=1}^{n-1} \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial x_j} g_j)^\top (g_n - \sum_{j=1}^{n-1} \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial x_j} g_j) + \dot{H}_{nm}, \tag{36}$$

其中

$$\dot{H}_{nm} = rH_{nm} + \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{\rho_{kj}^2(x_j(t))}{2(1-T_{\max})} - \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{e^{r\tau_j(t)} \rho_{kj}^2(x_j(t - \tau_j(t)))(1 - \dot{\tau}_j(t))}{2(1-T_{\max})}. \tag{37}$$

根据引理 2 和杨氏不等式(8)得

$$z_n^3 h_n(\bar{x}_{n,\tau}(t)) \leq \frac{nz_n^6}{2} + \sum_{j=1}^n \frac{\rho_{nj}^2(x_j(t - \tau_j(t)))}{2}, \tag{38}$$

$$\frac{3}{2} z_n^2 (g_n - \sum_{j=1}^{n-1} \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial x_j} g_j)^\top (g_n - \sum_{j=1}^{n-1} \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial x_j} g_j) \leq \frac{3}{4} z_n^4 \left\| g_n - \sum_{j=1}^{n-1} \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial x_n} g_n \right\|^4 + \frac{3}{4}, \tag{39}$$

$$z_n^3 \sum_{k=1}^{n-1} \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial x_k} h_k(\bar{x}_{n,\tau}(t)) \leq \sum_{k=1}^{n-1} \frac{nz_n^6}{2} (\frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial x_k})^2 + \sum_{k=1}^{n-1} \sum_{j=1}^n \frac{\rho_{kj}^2(t - \tau_j(t))}{2}, \tag{40}$$

把式(35)和式(37)~(40)代入式(36)得

$$LV_n \leq LV_{n-1} + z_n^3 (f_n(\bar{x}_n, u') + s_n(\bar{x}_n, \xi_n)(u - u') - L\alpha_{n-1} + \frac{n}{2} z_n^3 + \frac{3z_n}{4} \left\| g_n - \sum_{j=1}^{n-1} \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial x_n} g_n \right\|^4) + \sum_{j=1}^n \frac{\rho_{nj}^2(x_j(t - \tau_j(t)))}{2} + \frac{3}{4} + rH_{nm}$$

$$+ \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{\rho_{kj}^2(x_j(t))}{2(1-T_{\max})} - \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{e^{r\tau_j(t)} \rho_{kj}^2(x_j(t-\tau_j(t))(1-\dot{\tau}_j(t)))}{2(1-T_{\max})}. \tag{41}$$

由假设 2, 知道 $\sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{\rho_{ij}^2(x_j(t-\tau_j(t)))}{2} - \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{e^{r\tau_j(t)} \rho_{ij}^2(x_j(t-\tau_j(t))(1-\dot{\tau}_j(t)))}{2(1-T_{\max})} < 0$, 因此公式 (41) 可以简化成

$$LV_n \leq LV_{n-1} + z_n^3(f_n(\bar{x}_n, u') + s_n(\bar{x}_n, \xi_n)(u - u') - L\alpha_{n-1} + \frac{n}{2}z_n^3 + \frac{3z_n}{4} \left\| g_n - \sum_{j=1}^{n-1} \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial x_n} g_n \right\|^4) + \frac{3}{4} + rH_{mn} + \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{\rho_{kj}^2(x_j(t))}{2(1-T_{\max})}. \tag{42}$$

利用模糊逻辑系统, 令

$$\hat{f}_n(z_n) = f_n(\bar{x}_n, u') - s_n(\bar{x}_n, \xi_n)u' - L\alpha_{n-1} + \frac{n}{2}z_n^3 + \frac{3z_n}{4} \left\| g_n - \sum_{j=1}^{n-1} \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial x_n} g_n \right\|^4 + \frac{16 \tanh^2(\frac{z_n}{v_n})}{z_n^3} v_n K_n, \tag{43}$$

其中 $K_n = \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{\rho_{kj}^2(x_j(t))}{2(1-T_{\max})}$, 则

$$z_n^3 \hat{f}_n(z_n) = z_n(\mathbf{W}^T \Gamma(z_n) + \delta_n(z_n)) \leq \frac{b}{2a_n^2} z_n^6 \theta_n^* \Gamma_n^T(z_n) \Gamma_n(z_n) + \frac{a_n^2}{2} + \frac{1}{2} b z_n^4 + \frac{\epsilon_n^2}{2b}. \tag{44}$$

由公式(6)和(15)可得

$$z_n^3 s_n(\bar{x}_n, \xi_n) m v \leq -(\lambda_n + 0.5) b z_n^4 - \frac{b z_n^6 \theta \Gamma_n^T(z_n) \Gamma_n(z_n)}{2a_n^2}, \tag{45}$$

$$z_n^3 s_n(\bar{x}_n, \xi_n) d \leq \frac{3}{4} b z_n^4 + \frac{1}{4} d^{*4}, \tag{46}$$

把公式(6)和式(43)~(46)代入式(42)得

$$LV_n \leq LV_{n-1} + \frac{1}{4} d^{*4} + (1 - 16 \tanh^2(\frac{z_n}{v_n})) K_n + rH_{mn} + c_n + (\frac{3}{4} - \lambda_n) b z_n^4. \tag{47}$$

其中, $c_n = \frac{a_n^2}{2} + \frac{\epsilon_n^2}{2b} + \frac{3}{4}$.

3 稳定性分析

令 $V = V_n$, $a_0 = \min\{(4\lambda_i - 3)b, -r, i = 1, 2, \dots, n\}$, $b_0 = \frac{1}{4} d^{*4} + c_n$, 则根据公式(32)、(33)和(47), 有

$$LV \leq -a_0 V + b_0 + (1 - 16 \tanh^2(\frac{z_n}{v_n})) K_n. \tag{48}$$

由 K_n 的定义, 由引理 4 得

$$(1 - 16 \tanh^2(\frac{z_n}{v_n})) K_n \leq 0. \tag{49}$$

进而公式(48)可以写成

$$LV \leq -a_0 V + b_0. \tag{50}$$

由引理 1 得

$$\frac{dE[V(t)]}{dt} \leq -a_0 E[V(t)] + b_0, \tag{51}$$

又

$$0 \leq E[V(t)] \leq \left(V(0) - \frac{b_0}{a_0} \right) e^{-a_0 t} + \frac{b_0}{a_0}, \tag{52}$$

则

$$E[V(t)] \leq \frac{b_0}{a_0}, t \rightarrow \infty. \tag{53}$$

根据式(52)和(53),得到

$$E\left(\sum_{j=1}^n z_j^4\right) \leq 4E[V_n(t)] \leq \frac{4b_0}{a_0}, t \rightarrow \infty. \tag{54}$$

因此,根据以上的反步法设计,一个自适应模糊控制方案完成。根据不等式(53)、(54)和 V 的定义,在 $|z_j| < 0.255 \sqrt{4v_j}$ 条件下,自适应模糊系统(1)中的所有信号半全局一致有界,并且,跟踪误差 z_j 收敛到紧集

$$\Omega_Z = \left\{ z_j \mid \sum_{j=1}^n E[|z_j|^4] \leq \frac{4b_0}{a_0} \right\}. \tag{55}$$

根据以上分析和讨论,得出定理 1。

定理 1 对于带有时变和未知死区的非线性随机纯反馈控制系统(1),基于模糊逻辑系统近似,利用反步技巧,通过设计适当的李雅普诺夫-克拉索夫斯基函数(19),所提出的带有恰当虚拟控制信号(14)、实际控制信号(15)和自适应律(16)的控制方案保证了闭路系统(1)的所有控制信号半全局一致有界,并且跟踪误差 z_j 收敛到紧集(55)。

4 仿真例子

下面给出一个数值例子来验证所提出的控制方案的可行性。考虑下面的二阶随机纯反馈控制系统:

$$\begin{aligned} dx_1 &= (0.01(x_1 + x_2) + 0.05x_1(t - \tau_1(t)))dt + \frac{0.1x_1^2}{1+x_1^2}d\omega, \\ dx_2 &= (x_1^2 + 0.1(1+x_2^2)u + x_1(t - \tau_1(t))x_2(t - \tau_2(t)))dt + 0.5\sin(x_1x_2)d\omega, \\ y &= x_1. \end{aligned}$$

其中 u 表示系统死区(2),参数 $m_r = m_l = 1.5, b_l = b_r = 1$ 。

本文的研究目标是设计一个自适应模糊控制信号 v ,使得系统所有信号半全局一致最终有界,并且系统输出 y 跟踪到一个设定的参考信号 y_d ,其中 $y_d = \sin(0.5t) + 0.5\sin(1.5t)$ 。仿真过程中,设定虚拟控制信号(14),实际控制信号(15)和自适应律(16)中的参数分别为 $\lambda_1 = \lambda_2 = 2.5, a_1 = 4, a_2 = 0.5, \sigma = 0.03, b = 1$ 。初始条件 $\mathbf{x}(0) = [0.2, 0.3]^T, \theta(0) = 0.01, z_1 = x_1 - y_d, z_2 = x_2 - \alpha_1$ 。

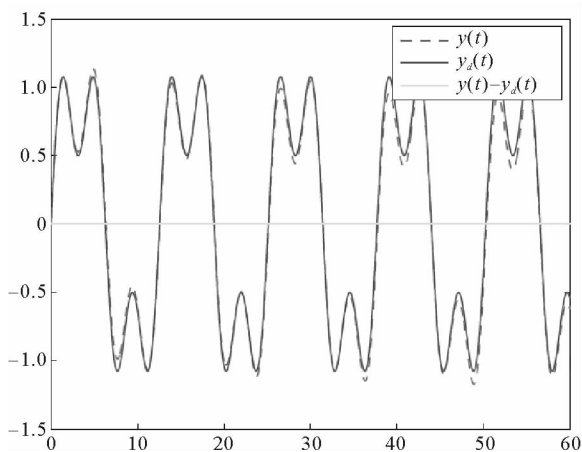


图 1 $y(t)$ 和 $y_d(t)$ 的轨迹

Fig. 1 Trajectories of $y(t)$ and $y_d(t)$

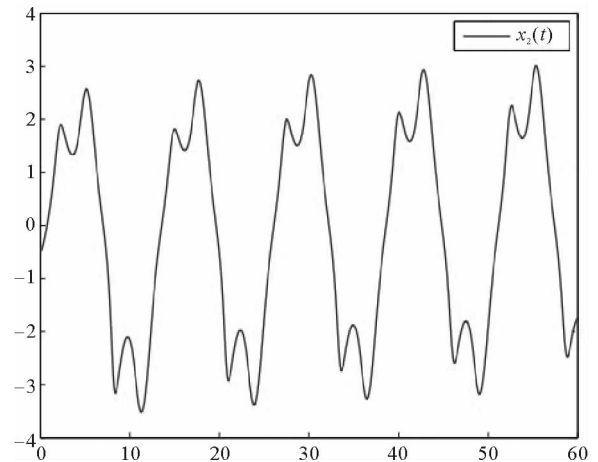


图 2 状态变量 $x_2(t)$ 的轨迹

Fig. 2 Trajectory of state vector $x_2(t)$

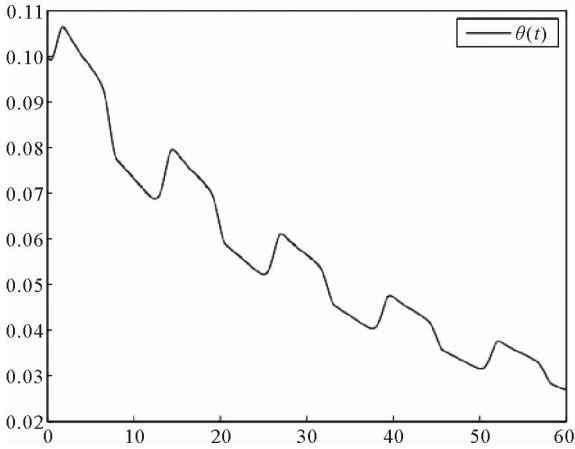


图3 自适应参数 $\theta(t)$ 的轨迹

Fig. 3 Trajectory of adaptive parameter $\theta(t)$

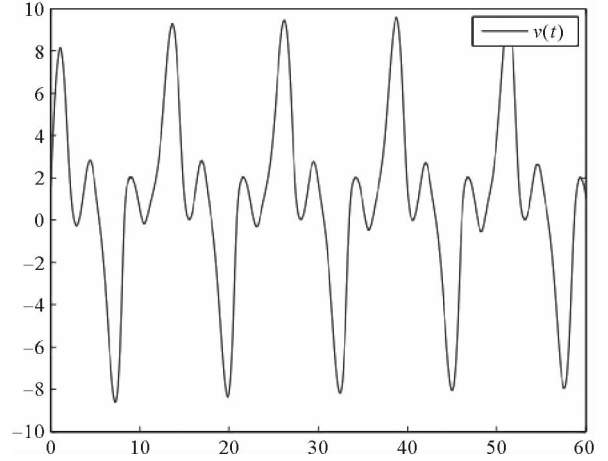


图4 控制信号 $v(t)$ 的轨迹

Fig. 4 Trajectory of control signal $v(t)$

从仿真结果可以看出,系统输出 y 跟踪到一个设定的参考信号 y_d , 而且系统所有信号半全局一致有界。

5 结论

本研究对于带有时变时滞和未知死区的纯反馈非线性随机系统,提出了一个自适应模糊控制方案。通过利用模糊逻辑系统近似来识别系统中的未知函数,基于一个适当的李雅普诺夫-克拉索夫斯基函数,结合自适应反步法,解决了系统中的时变时滞和未知死区问题,通过设计一个恰当的自适应模糊控制器,保证了随机纯反馈控制系统的所有信号半全局一致有界,跟踪误差最终收敛到原点的一个小邻域。

参考文献:

[1] LI H, CHEN Z, WU L, et al. Event-triggered control for nonlinear systems under unreliable communication links[J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2017, 25(4): 813-824.

[2] XIE X P, YUE D, PENG C. Observer design of discrete-time T-S fuzzy systems via multi-instant augmented multi-indexed matrix approach[J]. Journal of Franklin Institute, 2015, 352(7): 2899-2919.

[3] ZHANG D, SONG H, YU L. Robust fuzzy-model-based filtering for nonlinear cyber-physical systems with multiple stochastic incomplete measurements[J]. IEEE Transactions on Systems, Man & Cybernetics: Systems, 2017, 47(8): 1826-1838.

[4] LI H, WANG J, SHI P. Output-feedback based sliding mode control for fuzzy systems with actuator saturation[J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2016, 24(6): 1282-1293.

[5] LIU J, VAZQUEZ S, WU L, et al. Extended state observer based sliding mode control for three-phase power converters[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2017, 64(1): 22-31.

[6] WANG F, LIU Z, ZHANG Y, et al. Adaptive quantized controller design via back-stepping and stochastic small-gain approach[J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2016, 24(2): 330-343.

[7] SI W J, ZENG W. Adaptive neural output-feedback control for nonstrict-feedback stochastic nonlinear time-delay systems with hysteresis[J]. IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica, 2017(99): 1-11.

[8] LIU Y, MA H. Adaptive fuzzy tracking control of nonlinear switched stochastic systems with prescribed performance and unknown control directions[J]. IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics Systems, 2017(99): 1-10.

[9] CHEN B, LIU X P, LIU K F, et al. Adaptive control for nonlinear MIMO time-delay systems based on fuzzy approximation [J]. Information Sciences, 2013, 222(3): 576-592.

[10] WANG G, WANG C L, Li L. Fully distributed low-complexity control for nonlinear strict-feedback multiagent systems with unknown dead-zone inputs[J]. IEEE Transactions on Systems, Man & Cybernetics Systems, 2017(99): 1-11.

[11] WEI J, HU Y, SUN M. Adaptive iterative learning control for a class of nonlinear time-varying systems with unknown delays and input dead-zone[J]. IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica, 2017, 1(3): 302-314.

- [12] WANG F, LIU Z, ZHANG Y, et al. Adaptive fuzzy control for a class of stochastic pure-feedback nonlinear systems with unknown hysteresis[J]. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2016, 24(1): 140-152.
- [13] XIE X, YUE D, ZHANG H, et al. Control synthesis of discrete-time T-S fuzzy systems via a multi-instant homogeneous polynomial approach[J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2016, 46(3): 630-640.
- [14] LI Y M, TONG S C, LI T. Hybrid fuzzy adaptive output feedback control design for MIMO time-varying delays uncertain nonlinear systems[J]. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2016, 24(4): 841-853.
- [15] LI T, LI Z, WANG D, et al. Output-feedback adaptive neural control for stochastic nonlinear time-varying delay systems with unknown control directions[J]. *IEEE Transactions on Neural Network Systems*, 2015, 26(6): 1188-1201.
- [16] LI H, WANG L, DU H, BOULKROUNE A. Adaptive fuzzy back-stepping tracking control for strict-feedback systems with input delay[J]. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2017, 25(3): 642-652.
- [17] CHEN B, LIU X P, LIU K F, et al. Adaptive fuzzy tracking control of nonlinear MIMO systems with time-varying delays [J]. *Fuzzy Sets & Systems*, 2013, 217: 1-21.
- [18] WANG L, LI H, ZHOU Q, et al. Adaptive fuzzy control for nonstrict feedback systems with unmodeled dynamics and fuzzy dead zone via output feedback[J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2017, 47(9): 2400-2412.
- [19] LIU Z, WANG F, ZHANG Y. Adaptive visual tracking control for manipulator with actuator fuzzy dead-zone constraint and unmodeled dynamic[J]. *IEEE Transactions on Systems, Man & Cybernetics*, 2015, 45(10): 1301-1312.
- [20] LIU Y, GAO Y, TONG S C, et al. Fuzzy approximation-based adaptive back-stepping optimal control for a class of nonlinear discrete-time systems with dead-zone[J]. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2016, 24(1): 16-28.
- [21] IBRIR S, XIE W, SU C. Adaptive tracking of nonlinear systems with non-symmetric dead-zone input[J]. *Automatica*, 2007, 43(3): 522-530.
- [22] TONG S C, LI Y M. Adaptive fuzzy output feedback tracking back-stepping control of strict-feedback nonlinear systems with unknown dead zones[J]. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2012, 20(1): 168-180.
- [23] BOULKROUNE A, MSAAD M, FARZA M. State and output feedback fuzzy variable structure controllers for multivariable nonlinear systems subject to input nonlinearities[J]. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2014, 71(1): 539-556.
- [24] LIU Y J, TONG S C. Adaptive fuzzy identification and control for a class of nonlinear pure-feedback MIMO systems with unknown dead-zones[J]. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2015, 23(5): 1387-1398.
- [25] TONG S C, LI Y, SHI P. Observer-based adaptive fuzzy back-stepping output feedback control of uncertain MIMO pure-feedback nonlinear systems[J]. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2012, 20(4): 771-785.
- [26] WANG H, CHEN B, LIU K F, et al. Adaptive neural tracking control for a class of nonstrict-feedback stochastic nonlinear systems with unknown backlash-like hysteresis[J]. *IEEE Transactions on Neural Networks & Learning Systems*, 2014, 25(5): 947-958.
- [27] ZHOU Q, WANG L, WU C, et al. Adaptive fuzzy tracking control for a class of pure-feedback nonlinear systems with time-varying delay and unknown dead zone[J]. *Fuzzy Sets & Systems*, 2017, 329: 36-60.
- [28] WANG M, CHEN B, LIU X P, et al. Adaptive fuzzy tracking control for a class of perturbed strict-feedback nonlinear time-delay systems[J]. *Fuzzy Sets & Systems*, 2008, 159(8): 949-967.

(责任编辑:傅 游)