

# 扩展声源全变分规则化二维稀疏 DOA 估计方法

李 超<sup>1,2</sup>, 刘志红<sup>1,2</sup>, 马 鸣<sup>1,2</sup>, 赵化良<sup>1,2</sup>

(1. 青岛理工大学 机械与汽车工程学院, 山东 青岛 266520;

2. 青岛理工大学 工业流体节能与污染控制教育部重点实验室, 山东 青岛 266520)

**摘要:**针对空间扩展声源的稀疏波达方向(DOA)估计问题,提出一种全变分规则化的二维 DOA 估计方法(简称为 2DTV-CES)。首先利用扩展声源的空间分布成组性和声源相关性特征建立扩展声源模型;然后,通过构建二维广义阵列流形及其过完备表述,实现声源的稀疏表示;通过定义二维全变分,构建二维全变分正则项,实现对于声源结构特征的几何约束,促进解的分段常数轮廓的形成;最后结合全变分正则项与一般 LASSO 构建二维全变分稀疏 DOA 估计模型,由凸优化求解。理论分析表明,与传统二维 DOA 估计方法相比,所提方法避免了去相关处理、角度配对的步骤。仿真实验验证了方法的有效性,在涉及扩展源的 DOA 估计中,2DTV-CES 方法性能明显优于一般 LASSO 方法和改进的 ESPRIT 方法,检测概率超过 95%,实现了对扩展声源的二维波达方向的高精度快速估计。

**关键词:**空间扩展声源;二维波达方向估计;全变分规则化;稀疏表示

**中图分类号:**TB533

**文献标志码:**A

## A two-dimensional sparse DOA estimation method based on total variation for spatially extended sources

LI Chao<sup>1,2</sup>, LIU Zhihong<sup>1,2</sup>, MA Ming<sup>1,2</sup>, ZHAO Hualiang<sup>1,2</sup>

(1. School of Mechanical and Automotive Engineering, Qingdao University of Technology, Qingdao 266520, China;

2. Key Laboratory of Energy Conservation and Pollution Control of Industrial Fluids, Ministry of Education, Qingdao University of Technology, Qingdao 266520, China)

**Abstract:** To solve the problem of sparse direction of arrival(DOA) estimation for spatially extended sound sources, a two-dimensional DOA estimation method based on total variational regularization was proposed, which was abbreviated as 2DTV-CES. Firstly, an extended sound source model was established by using the spatial distribution group of the extended sound source and the correlation characteristics of the sound source. The sparse representation of the sound source was realized by constructing the two-dimensional generalized array manifold and its over complete representation. Then, by defining the two-dimensional total variational and constructing the two-dimensional total variational regular term, the geometric constraints on the structural characteristics of the sound source were realized and the piecewise constant contour was formed. Finally, by combining total variational regularization and general least absolute shrinkage and selection operator(LASSO), a two-dimensional sparse DOA estimation model was established, which was solved by convex optimization. The theoretical analysis shows that compared with the traditional 2D DOA estimation method, the proposed method avoids the steps of de-correlation processing and angle matching. The simulation results verified the effectiveness of the proposed method. In the DOA

**收稿日期:**2022-01-05

**基金项目:**国家自然科学基金项目(61871447)

**作者简介:**李 超(1998—),男,四川南充人,硕士研究生,主要研究方向为振动噪声控制。

刘志红(1979—),女,山东济宁人,副教授,博士,主要研究方向为振动噪声控制,本文通信作者。

E-mail: lzhqingdao@163.com

estimation involving extended sources, the performance of the 2DTV-CES method is obviously better than that of the general LASSO method and the improved ESPRIT method. With the detection probability of over 95%, the proposed method can realize the fast and highly precise estimation of the 2D arrival direction of the extended sources.

**Key words:** spatially extended sources; two-dimensional arrival direction estimation; total variational regularization; sparse representation

波达方向(direction of arrival, DOA)估计是阵列信号处理中的一个重要研究问题,在雷达<sup>[1]</sup>、声呐<sup>[2]</sup>、语音处理<sup>[3]</sup>以及无线通信等领域得到广泛应用<sup>[4]</sup>。目前,主要的方位估计方法分为子空间类算法<sup>[5]</sup>、最大似然类算法<sup>[6]</sup>、稀疏重构算法<sup>[7]</sup>和波束形成类算法<sup>[8]</sup>等。上述算法以声源能量集中在离散角度的远场点源模型为研究对象,也为以快拍数小、多目标分布密集、多目标相关性强为特征的空间扩展声源模型,如平面圆形活塞、风轮叶片以及声呐成像中的水下物体等 DOA 估计问题奠定了理论基础。

上述方法中,稀疏重构类算法通过声源空间方位分布模型的稀疏性将传统的参数估计问题转换成稀疏阵列中的稀疏谱估计问题,不需要繁杂的统计数值以设置初始变量,克服了信噪比低、快拍数小、相干信号源情况下算法性能下降甚至失效的缺点<sup>[9]</sup>。但 DOA 估计问题通常是一个欠定问题,正则化技术可求得此问题的稳定解。 $l_1$  范数正则化因其在减少稀疏恢复的计算量的同时,可利用自身稀疏促进特性获得高分辨率而逐渐成为热点<sup>[10]</sup>。Tibshirani 等<sup>[11]</sup>提出的一般 LASSO(least absolute shrinkage and selection operator)作为一个  $l_1$  范数约束于最小二乘的著名应用,即使在相干源或单个快拍数据的情况下也能够提供高分辨率 DOA 图。但考虑到扩展声源的空间位置具有成组性特征,幅值分布具有阶段线性和块稀疏性(指相关位置成组),而一般 LASSO 不能有效促进相关位置的分组,因此不适合恢复多极或空间扩展声源。为了讨论这些涉及声源结构而非单纯稀疏性的问题,弹性网格模型<sup>[12]</sup>结合  $l_1$  范数的稀疏促进特性和  $l_2$  范数以能量为依据的分量聚类特性,以实现平滑性和稀疏性之间的平衡,但该方法未促进形成一个分段的常数轮廓,仅得到一个平滑的解。加权 LASSO 通过构建加权结构矩阵  $D$  对解施加更一般的几何或结构约束,不同的矩阵  $D$  形成了诸如聚焦全变分(focus-total variation, F-TV)<sup>[13-14]</sup>、广义全变分(generalized total variation, TGV)<sup>[15]</sup>、全变分(total variation, TV)<sup>[16]</sup>等模型。全变分模型自 1992 年由 Rudin 引入<sup>[17]</sup>,因其能够保留图像中较大特征的边缘、抑制较小尺度的噪声分量,被广泛应用于图像处理和一维 DOA 估计<sup>[18]</sup>。对于二维 DOA 估计问题,子空间类算法发展较早,文献[19-20]针对相干分布源直接定位方法存在的计算复杂等问题提出两种基于非圆信号的二维参数算法,但两种算法均需要对高维样本协方差矩阵做特征分解,且文献[20]还需要额外的角度配对过程。文献[21]利用基于旋转不变技术的信号参数估计(estimation of signal parameters using rotational invariance techniques, ESPRIT)算法的二维参数自动配对优点提出两种基于改进 ESPRIT 的二维 DOA 估计方法,但在相干源情形下,需要解相干处理。相比之下,稀疏重构类算法于二维 DOA 估计的应用较少。

针对空间扩展声源,本研究提出一种基于全变分正则化的二维 DOA 估计方法(简记为 2DTV-CES)。由空间扩展源的成组性和相关性构造扩展声源模型和矩形阵列二维流形矩阵及其过完备表述,实现声源的稀疏表示;以一维全变分为基础构建扩展声源结构特征所对应的结构矩阵,促进分段常数解的形成;结合全变分正则项与一般 LASSO,构建二维全变分稀疏 DOA 估计模型,利用凸优化求解,实现二维扩展声源的方位估计,解决线性回归问题。该方法不需要对高维样本协方差矩阵进行特征分解,在避免了常规方法额外所需的角度配对和对于相干声源的去相干步骤的同时,以高检测概率达到联合估计扩展声源俯仰角和方位角的目的。

## 1 阵列结构与信号模型

考虑维度为  $M \times N$  且  $M=N$  的平面阵列,放置在  $XOY$  平面( $M$  和  $N$  分别为  $x$  轴和  $y$  轴方向的阵元数量),以间隔  $d=0.5\lambda$  均匀分布( $\lambda$  为入射波波长)。假设采样  $t$  时刻( $t=1,2,\dots,L,L$  为快拍数),有  $K$  个远场窄带声源  $s(t)=[s(t)_1, s(t)_2, \dots, s(t)_K]^T$  入射到此阵列上,第  $k$  个声源的二维入射波达方向为  $(\theta_k,$

$\varphi_k$ )。其中,  $k=1,2,\dots,K$ ;  $\theta_k$  和  $\varphi_k$  分别为其入射方位角和俯仰角,  $\theta_k \in [0^\circ, 90^\circ]$ ,  $\varphi_k \in [0^\circ, 360^\circ]$ 。

DOA 估计问题可以用线性模型表示,  $t$  时刻接收信号的典型阵列观测模型可表示为:

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{A}\mathbf{s}(t) + \mathbf{n}_o(t). \quad (1)$$

式中:  $\mathbf{y}(t) \in \mathbf{C}^{MN \times 1}$ , 为阵列输出信号矢量;  $\mathbf{A} \in \mathbf{C}^{MN \times K}$ , 为二维阵列流形矩阵;  $\mathbf{n}_o(t)$  为加性噪声矢量,  $\mathbf{n}_o(t) = [n_o(t)_1, n_o(t)_2, \dots, n_o(t)_{MN}]^T \in \mathbf{C}^{MN \times 1}$ , 均方差为  $\sigma^2$ , 均值为 0, 与声源独立。

### 1.1 空间扩展声源模型

进一步假设声源为空间扩展声源, 空间入射模型如图 1 所示。空间扩展声源由多个简单声源按照一定形状、阵元增益、相邻阵元间相位关系排列形成<sup>[22]</sup>, 如多个简单源排列组成连续线源。依据其显著的成组性特征, 即相关位置分组, 可建立空间扩展声源模型:

$$\mathbf{s}(t)^T = [\underbrace{s(t)_1, s(t)_2, \dots, s(t)_r}_{s[1]^T}, \underbrace{s(t)_{r+1}, s(t)_{r+2}, \dots, s(t)_{2r}}_{s[2]^T}, \dots, \underbrace{s(t)_{K-r}, s(t)_{K-r+1}, \dots, s(t)_K}_{s[H]^T}]. \quad (2)$$

式中:  $r$  为分组长度, 显然  $K = H \times r$ 。进一步考虑成组声源的相关性, 以第 1 组为例, 以成组声源中第 1 个声源  $s(t)_1$  为参考, 则该组声源中第  $k$  个相干声源  $s(t)_k$  可表示为:

$$s(t)_k = \beta_k e^{j\Delta\varphi_k} s(t)_1, \quad k=1,2,\dots,r. \quad (3)$$

式中:  $\beta_k$  为振幅衰落因子,  $\Delta\varphi_k$  表示与  $s(t)_1$  相关的  $s(t)_k$  的相位差, 在不损失泛型的情况下, 取  $\beta_k = 1$ ,  $\Delta\varphi_k = 0$ 。

### 1.2 二维阵列流形矩阵

阵列流形矩阵  $\mathbf{A}$  作为式(1)的关键参量, 直接影响 DOA 估计精度。由图 1 所示空间几何位置关系, 设第  $k$  个单一入射声源从第 1 个传感器  $(0,0)$  传输到第  $X$  个传感器位置  $(m,n)$  的时间差为:

$$\tau_x(\theta_k, \varphi_k) = \frac{d}{c} [(m-1) \cos\theta_k \sin\varphi_k + (n-1) \sin\theta_k \sin\varphi_k]. \quad (4)$$

式中,  $c$  为标准大气压下声波在空气中的传播速度。接收声信号为:

$$\mathbf{y}(t)_X = \frac{1}{\sqrt{MN}} \sum_{k=1}^K a_{Xk} s(t)_k + n_o(t)_{MN}. \quad (5)$$

式中:  $a_X = e^{j\omega\tau_X}$ ;  $\omega$  表示入射波角频率,  $\omega = 2\pi f$ ,  $f$  为入射波频率。

第  $k$  个声源在  $x$  轴和  $y$  轴方向的方向矢量可分别采用 Vandermonde 矩阵表示:

$$\mathbf{a}_x = [1, e^{j2\pi d \cos\theta_k \sin\varphi_k / \lambda}, \dots, e^{j2\pi(M-1)d \cos\theta_k \sin\varphi_k / \lambda}]^T / \sqrt{M}, \quad (6)$$

$$\mathbf{a}_y = [1, e^{j2\pi d \sin\theta_k \sin\varphi_k / \lambda}, \dots, e^{j2\pi(N-1)d \sin\theta_k \sin\varphi_k / \lambda}]^T / \sqrt{N}. \quad (7)$$

式中:  $\mathbf{a}_x \in \mathbf{C}^{M \times 1}$ ,  $\mathbf{a}_y \in \mathbf{C}^{N \times 1}$ 。  $K$  个入射声源  $x$  轴和  $y$  轴方向的阵列流形矩阵可表示为:

$$\mathbf{A}_x(\theta, \varphi) = [\mathbf{a}_x(\theta_1, \varphi_1), \mathbf{a}_x(\theta_2, \varphi_2), \dots, \mathbf{a}_x(\theta_K, \varphi_K)], \quad (8)$$

$$\mathbf{A}_y(\theta, \varphi) = [\mathbf{a}_y(\theta_1, \varphi_1), \mathbf{a}_y(\theta_2, \varphi_2), \dots, \mathbf{a}_y(\theta_K, \varphi_K)]. \quad (9)$$

式中:  $\mathbf{A}_x \in \mathbf{C}^{M \times K}$ ,  $\mathbf{A}_y \in \mathbf{C}^{N \times K}$ 。

由于二维广义方向矢量可以近似表示为沿  $x$  轴和  $y$  轴的两个一维方向矢量的克罗内克积<sup>[23]</sup>, 阵列物理结构决定了阵列流形矩阵, 则有平面矩形阵列的二维方向矢量为:

$$\mathbf{a}(\theta_k, \varphi_k) = \mathbf{a}_x(\theta_k, \varphi_k) \otimes \mathbf{a}_y(\theta_k, \varphi_k) = \begin{bmatrix} \mathbf{a}_{x1}(\theta_k, \varphi_k) \cdot \mathbf{a}_y(\theta_k, \varphi_k) \\ \mathbf{a}_{x2}(\theta_k, \varphi_k) \cdot \mathbf{a}_y(\theta_k, \varphi_k) \\ \vdots \\ \mathbf{a}_{xm}(\theta_k, \varphi_k) \cdot \mathbf{a}_y(\theta_k, \varphi_k) \end{bmatrix}. \quad (10)$$

式中:  $\mathbf{a} \in \mathbf{C}^{MN \times 1}$  表示二维方向矢量,  $\otimes$  表示克罗内克积。相应二维阵列流形矩阵构建为:

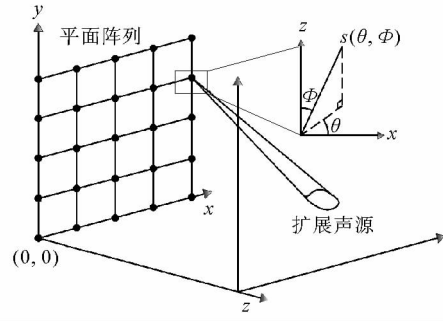


图 1 扩展声源在平面阵列的入射模型

Fig. 1 Incident model of extended sound source in planar array

$$\mathbf{A} = [\mathbf{a}(\theta_1, \varphi_1), \mathbf{a}(\theta_2, \varphi_2), \dots, \mathbf{a}(\theta_K, \varphi_K)], \mathbf{A} \in \mathbf{C}^{MN \times K} \quad (11)$$

### 1.3 稀疏 DOA 模型

在稀疏阵列中,引入上述二维阵列流形矩阵的过完备表述:

$$\overline{\mathbf{A}} = [\mathbf{a}(\theta_1, \varphi_1), \mathbf{a}(\theta_2, \varphi_2), \dots, \mathbf{a}(\theta_P, \varphi_P)] \quad (12)$$

式中:  $\overline{\mathbf{A}} \in \mathbf{C}^{MN \times P}$ ,  $\mathbf{a}(\theta_k, \varphi_k)$  ( $k=1, 2, \dots, P$ ) 为导向矢量,  $[\mathbf{a}(\theta_1, \varphi_1), \mathbf{a}(\theta_2, \varphi_2), \dots, \mathbf{a}(\theta_P, \varphi_P)]$  是所有可能声源位置的集合。其中,  $P \gg K$ , 在稀疏 DOA 估计中,  $\overline{\mathbf{A}}$  为已知, 与声源实际位置无关。

将声源表示成一个  $P \times 1$  维矢量, 其中只有  $K$  个元素是非零的, 因此声源在空间中是稀疏的,  $P \times 1$  维矢量  $\{\mathbf{a}(\theta_1, \varphi_1), \mathbf{a}(\theta_2, \varphi_2), \dots, \mathbf{a}(\theta_P, \varphi_P)\}$  中的非零元素位置对应实际声源的角度位置, 稀疏阵列的阵列模型可表示为:

$$\mathbf{y}(t) = \overline{\mathbf{A}}\mathbf{s}(t) + \mathbf{n}_o(t) \quad (13)$$

综上, 稀疏 DOA 重构问题就是在给定观测矢量  $\mathbf{y}(t)$  和过完备阵列流形矩阵  $\overline{\mathbf{A}}$  的情况下, 找出  $P \times 1$  维矢量中所有非零元素的位置索引。

## 2 方法介绍

### 2.1 稀疏正则化

由式(12)、式(13)知, 稀疏性的一个理想度量是非零项的计数, 用  $\|\mathbf{s}\|_0$  表示, 称之为  $l_0$  范数。但这是一个难解决的组合优化问题, 故常用凸近似的  $l_1$  范数来替代  $l_0$  范数, 从而变成凸优化问题, 可以通过线性规划找到全局最优解, 即稀疏正则化方法, 求解形式为:

$$\hat{\mathbf{s}}(\lambda) = \arg \min_{\mathbf{s}} \|\mathbf{y} - \overline{\mathbf{A}}\mathbf{s}\|_2^2 + \mu_1 \|\mathbf{s}\|_1 \quad (14)$$

式(14)是传统的一般 LASSO 的 DOA 估计模型, 在仅存少量声源时, 该模型显著提高了 DOA 估计的分辨率, 但当声源为具有显著块稀疏性特征的空间扩展声源时, 单一数值解域上的稀疏度不能很好地进行块稀疏特征的展现, 无法有效重建声源, 因此引入全变分, 提出二维全变分稀疏 DOA 估计方法。

### 2.2 二维全变分稀疏 DOA 估计

全变分正则化依赖于空间扩展声源的局部平滑特性或离散梯度稀疏性, 大幅促进声源解的块稀疏特征, 给出了一个分段常数拟合, 用于真实模型中坐标与其相邻坐标密切相关(局部相关性)的设置, 同时抑制单个噪声峰值。为明确全变分的含义, 首先, 针对单一声源系数向量中任意相邻两个系数进行变分(离散梯度)定义; 其次, 依据任意相邻两个系数间的变分关系, 构建全变分结构矩阵; 最后, 将多个声源系数向量, 构建成矩阵, 利用全变分结构矩阵进行正则化约束, 通过凸优化实现全变分稀疏 DOA 估计。

#### 2.2.1 相邻元素全变分

假设将声源  $\mathbf{s}(t) \in \mathbf{C}^{MN \times 1}$  按照列排序矩阵化为  $\mathbf{S} \in \mathbf{C}^{M \times N}$ ,  $S_{i,j}$  表示矩阵中第  $i$  行第  $j$  列元素,  $i, j=1, \dots, M$ , 矩阵中任意行和列上相邻元素的变分定义为:

$$(\Delta S_h)_{i,j} = \begin{cases} S_{i,j}, & j=1; \\ S_{i,j} - S_{i,j-1}, & 1 < j \leq M. \end{cases} \quad (15)$$

$$(\Delta S_v)_{i,j} = \begin{cases} S_{i,j}, & i=1; \\ S_{i,j} - S_{i-1,j}, & 1 < i \leq N. \end{cases} \quad (16)$$

式中:  $\Delta S_h, \Delta S_v$  分别表示矩阵  $\mathbf{S}$  相邻元素的一阶  $x$  轴方向变分和  $y$  轴方向变分。二维全变分定义为:

$$TV(\mathbf{s}) = \sum_{i,j} [(\Delta S_h)_{i,j} + (\Delta S_v)_{i,j}] \quad (17)$$

#### 2.2.2 全变分结构矩阵 $\mathbf{D}_{tv}$

考虑二维全变分, 由式(17)得到全变分结构矩阵  $\mathbf{D}_{tv} \in \mathbf{C}^{(M-1) \times M}$ :

$$\mathbf{D}_{\text{tv}} = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & -1 & 1 \end{bmatrix}。 \quad (18)$$

令  $\mathbf{S}_z = [\mathbf{S} \ \mathbf{S}^T]$ , 则针对声源矩阵  $\mathbf{S}$ , 有:

$$\mathbf{D}_{\text{tv}} \mathbf{S}_z = \mathbf{D}_{\text{tv}} [\mathbf{S} \ \mathbf{S}^T]。 \quad (19)$$

### 2.2.3 二维全变分稀疏 DOA 估计模型

将式(19)引入式(14)稀疏 DOA 估计模型中, 得到二维全变分 DOA 估计模型:

$$\hat{\mathbf{s}} = \arg \min_{\mathbf{s}} \|y - \overline{\mathbf{A}}\mathbf{s}\|_2^2 + \mu_1 \|\mathbf{D}_{\text{tv}} \mathbf{S}_z\|_1 = \arg \min_{\mathbf{s}} \|y - \overline{\mathbf{A}}\mathbf{s}\|_2^2 + \mu_1 \|\mathbf{D}_{\text{tv}} \mathbf{S}\|_1 + \mu_1 \|\mathbf{D}_{\text{tv}} \mathbf{S}^T\|_1。 \quad (20)$$

为保证目标解  $\mathbf{s}$  本身的稀疏度, 在式(20)的基础上结合一般 LASSO 和二维全变分, 同时提高系数的稀疏性(即解决方案中很少有活动系数)和连续系数差的稀疏性(即稀疏轮廓平坦性), 使所提方法适应于涉及块稀疏性或尖峰和平坦区混合的应用。二维全变分稀疏 DOA 估计模型表示为:

$$\hat{\mathbf{s}} = \arg \min_{\mathbf{s}} \|y - \overline{\mathbf{A}}\mathbf{s}\|_2^2 + \mu_1 \|\mathbf{D}_{\text{tv}} \mathbf{S}_z\|_1 + \mu_2 \|\mathbf{s}\|_1。 \quad (21)$$

式中,  $\mu_1, \mu_2$  均为正则项参数。

从上述推导可以看出, 本研究提出的 2DTV-CES 方法不需以损失天线孔径为代价来进行传统解相干处理, 未对方位角和俯仰角分别估计, 避免了角度配对, 降低了算法复杂度。

## 3 仿真实验

通过 Matlab 数值仿真对本研究所提方法(以下简称本方法)的性能进行评估。取  $M=20$ , 即天线阵由  $x$  轴方向和  $y$  轴方向的  $20 \times 20$  均匀平面矩形阵构成, 且声源均为相干声源。将方位角与俯仰角在  $0 \sim 90^\circ$  以角度间隔  $1^\circ$  均匀划分为 91 份构造过完备阵列流形矩阵  $\overline{\mathbf{A}}$ 。为了验证本方法的实用性和鲁棒性, 采用蒙特卡罗实验将本方法与一般 LASSO 方法、文献[21]改进的 ESPRIT 方法进行对比分析。快拍数  $L=100$ , 信噪比为 20 dB。基于稀疏表示的 DOA 估计方法所得的方位精度极大程度取决于完备空间, 因此本研究采用针对基于稀疏表示 DOA 估计方法的性能评测指标, 即正确检测信号的概率来评价不同方法的性能, 而不是传统的均方误差方法<sup>[24]</sup>。当估计所得的信号入射角度与实际角度相差的绝对值小于等于  $2^\circ$  时, 即定义为 1 次正确检测, 则检测概率

$$P_c = \frac{1}{Q} \sum_{q=1}^Q \frac{k_c}{K} \times 100\%。 \quad (22)$$

式中:  $Q$  为蒙特卡洛试验次数,  $K$  为声源数,  $k_c$  为正确估计的声源数。

### 3.1 空间角度估计能力验证

仿真实验将声源类型分为两类: 一类是声源均为扩展声源, 另一类是点源和扩展声源同时存在。

#### 1) 声源均为扩展声源

假设源分布包含两个扩展声源: 一个俯仰角覆盖 DOA 间隔为  $[5^\circ, 14^\circ]$ , 相应的方位角为  $[6^\circ, 15^\circ]$ ; 另一个俯仰角覆盖 DOA 间隔为  $[18^\circ, 28^\circ]$ , 相应的方位角为  $[25^\circ, 35^\circ]$ , 其角度间隔均为  $1^\circ$ 。

扩展声源的二维 DOA 估计空间谱如图 2(a) 所示, 从图 2(a) 可以看出, 2DTV-CES 方法在全变分正则项的作用下促进了分段常数解, 使得解系数与其邻域密切相关, 解系数被分成两组, 两个空间扩展声源都被建模为一系列具有相等复振幅(确定性振幅和均匀分布相位)的单极子, 体现了扩展声源的块稀疏性特征。

空间扩展声源的二维 DOA 估计值分布如图 2(b)、图 2(c) 所示。从图 2(b) 中可以看出, 具有适当正则项参数的 2DTV-CES 方法针对多扩展声源组成的源分布情形, 能对连续源内 21 个点源中的 15 个点源进行精确估计, 其余 6 个点源估计虽有  $1^\circ$  偏差, 但都在容许的误差范围  $\pm 2^\circ$  之内, 亦视为正确估计, 且将两个扩展声源有效地分离, 体现出很好的 DOA 估计效果; 相比之下, 一般 LASSO 方法的估计效果较差, 连续源范围内的 21 个点源只有 9 个被正确估计。

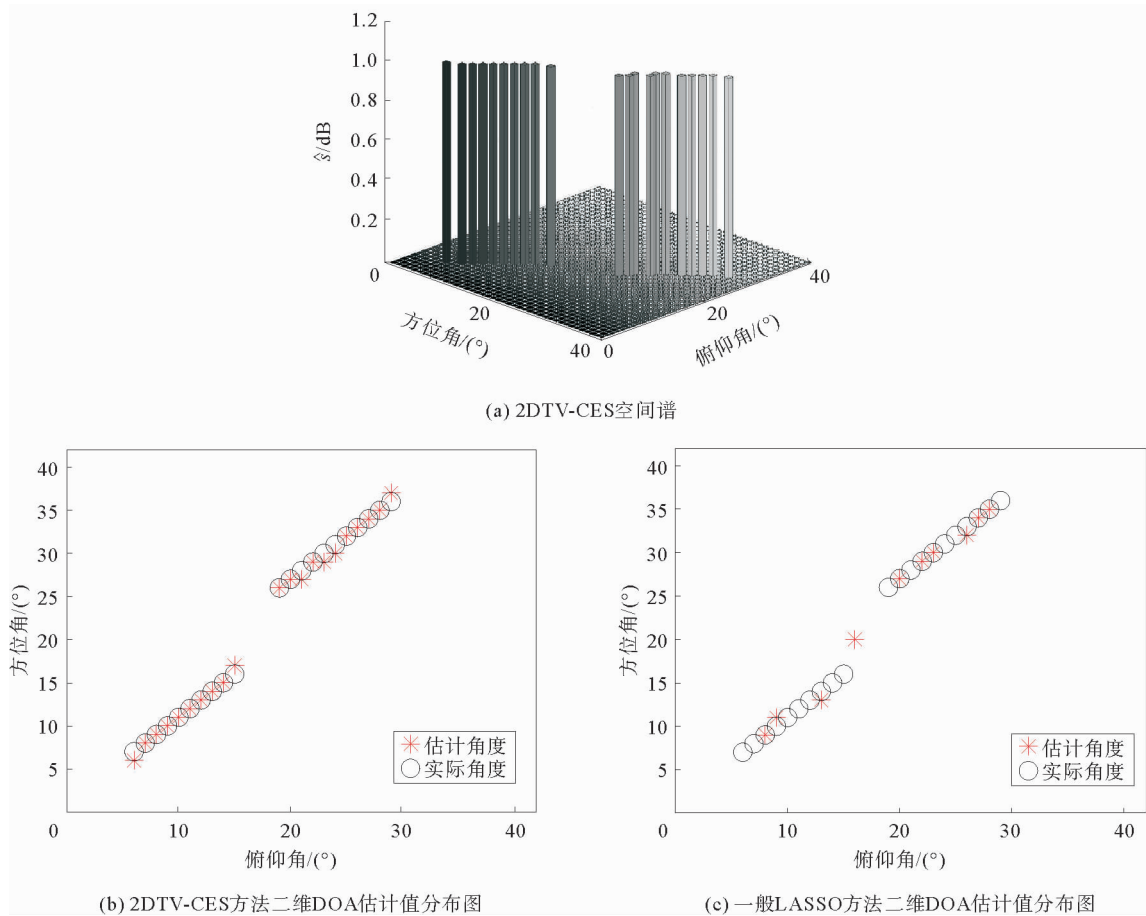


图 2 多扩展声源情形下空间谱及 DOA 估计值分布图

Fig. 2 Distribution diagram of spatial spectrum and DOA estimation for multiple extended sound sources

2) 点源和扩展声源同时存在

假设两个点源入射角度分别为(3°,5°)、(6°,8°),扩展声源角度间隔1°,其俯仰角覆盖 DOA 间隔为 [15°,33°],相应的方位角为 [14°,32°]。

点源与扩展声源同时存在情形下的 DOA 估计空间谱如图 3(a)所示,2DTV-CES 方法有效利用 l1 范数将常数解分离成 3 组,利用全变分正则项促进 1 个分段常数的形成,从而将空间扩展声源建模为一系列具有相等复振幅的单极子。

复杂情形下的二维 DOA 估计值分布如图 3(b)、图 3(c)所示。从图 3 可以看出,具有适当正则项参数的 2DTV-CES 方法能够精确估计 21 个声源中的 13 个声源,6 个声源有 1°的偏差,1 个声源存在 2°偏差,可全部视为正确估计;而一般 LASSO 方法只能正确估计 13 个声源。两种方法均能在容许的±2°偏差内正确估计两个点源,但是与实际分布相比,相较一般 LASSO 方法,2DTV-CES 方法能更好地实现扩展声源的 DOA 估计,能够重建更多连续源范围内的点声源。

综上所述,由于 2DTV-CES 方法在一般 LASSO 基础上引入并利用的全变分正则项约束促进了分段常数解,体现了空间平滑性,因此在涉及块稀疏性或尖峰和平坦区混合的情形下,有效提高了 DOA 估计性能,表明 2DTV-CES 方法具有良好的空间角度估计能力。

3.2 稀疏度(声源数)K 对算法性能的影响

考虑扩展声源在一般情形下同时包含多个连续点源,为验证在不同稀疏度 K 情形下本方法对扩展声源的识别能力,将 2DTV-CES 方法与一般 LASSO 方法、改进的 ESPRIT 方法进行对比,比较各自的检测概率。令扩展声源第一个声源角度为(8°,15°),则扩展声源俯仰角覆盖 DOA 间隔位置为 [8°,8°+Δk°],相应

的方位角为  $[15^\circ, 15^\circ + \Delta k^\circ]$ , 角度间隔均为  $1^\circ$ , 其中  $\Delta k$  为声源数增量,  $\Delta k \in (1, 9)$ , 相应的  $K \in (2, 10)$ 。每一个点均由 100 次蒙特卡罗实验得到。

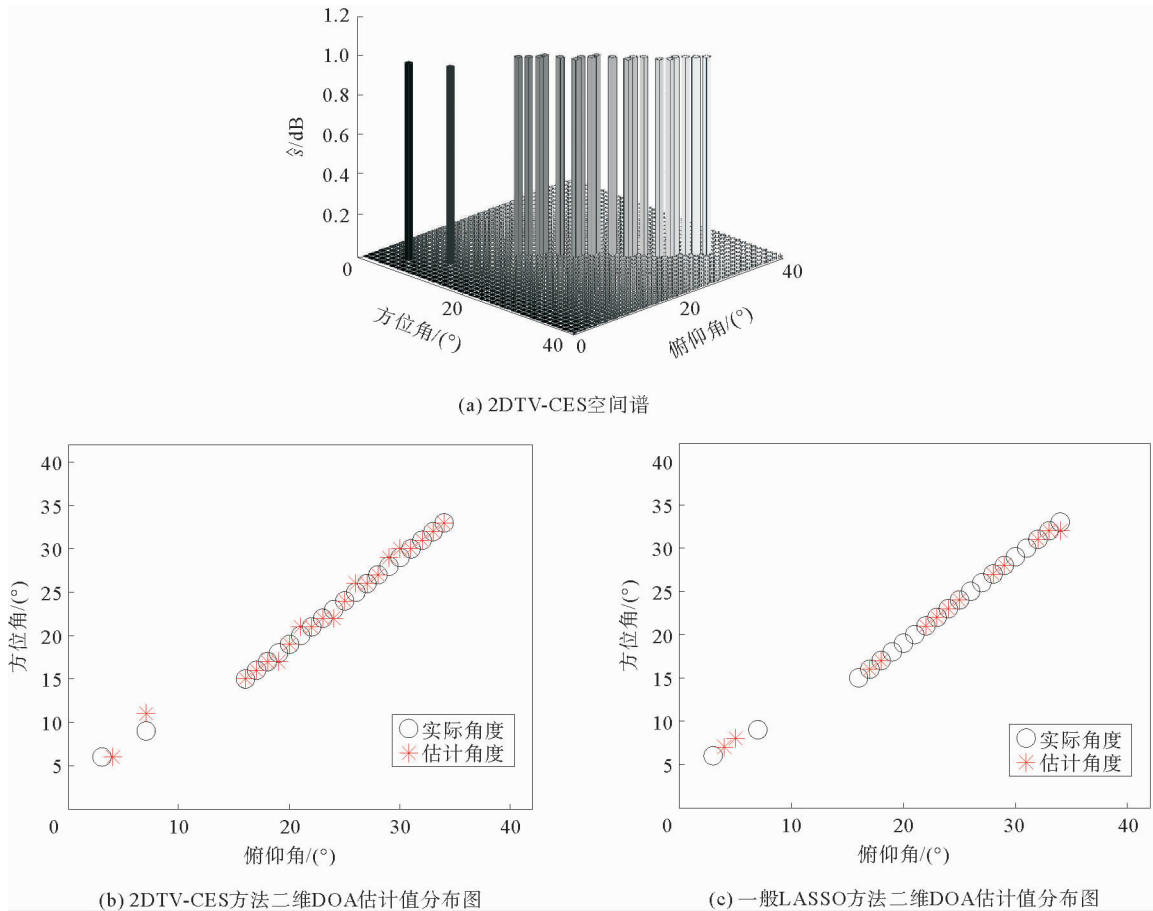


图3 点源与扩展声源共存下的空间谱及 DOA 估计值分布图

Fig. 3 Spatial spectrum and distribution of DOA estimates under the coexistence of point source and extended source

检测概率与稀疏度  $K$  的关系如图 4 所示。从图 4 可以看出, 2DTV-CES 方法在扩展声源的稀疏度  $K$  增加的情形下有较好的识别性能。在  $K$  较低时, 即  $K < 6$  的少量源情形下, 一般 LASSO 方法的检测概率为  $97\% \sim 100\%$ , 估计性能明显优于 2DTV-CES 方法和改进的 ESPRIT 方法。这是由于当  $K$  较小时, 扩展声源没有明显的成组性特征, 一般 LASSO 方法自身的稀疏促进特性能够实现高分辨率 DOA 的识别。但随着  $K$  的增加, 扩展声源体现出成组性的结构特征, 2DTV-CES 方法在稀疏促进特性的基础上, 利用 TV 范数促进了分段常数分布的形成, 因此性能变好, 明显优于另外两种方法, 检测概率逐渐增至  $98\%$  左右, 并趋于平稳, 证明 2DTV-CES 方法在稀疏度  $K$  较大情形下依然具有很好的估计性能。

### 3.3 不同信噪比对方法性能的影响

有两个扩展声源, 其角度覆盖 DOA 范围与 3.1 节声源均为扩展声源时相同, 信噪比为  $-5 \sim 20$  dB。检测概率与信噪比的关系如图 5 所示。从图 5 中可以看出, 随着信噪比的增大, 2DTV-CES 方法和一般 LASSO 方法的性能明显优于改进的 ESPRIT 方法(检测概率仅  $1\%$ )。其中, 2DTV-CES 方法的性能最佳, 在超出阵元限制的情形下, 随着信噪比的逐步增大, 仍有较高的检测概率。

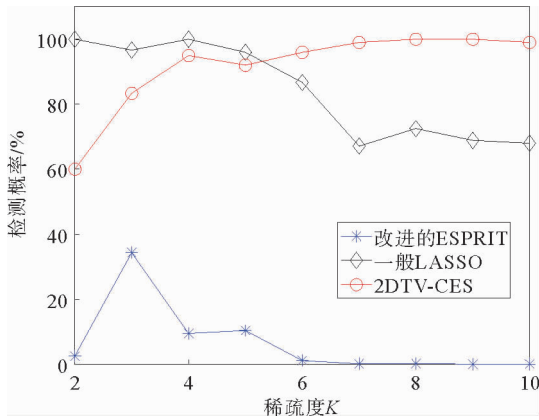


图4 检测概率与稀疏度 K 的关系曲线  
Fig. 4 Relation curve between detection probability and sparsity K

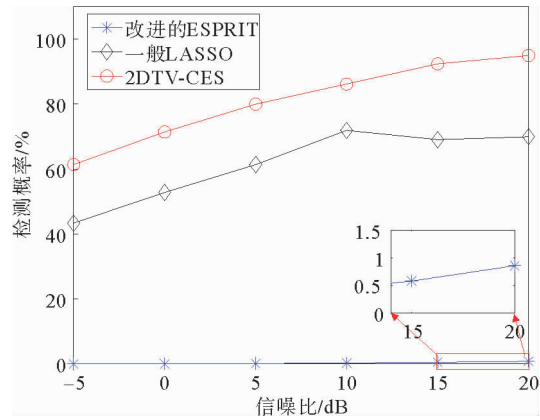


图5 检测概率与信噪比的关系曲线  
Fig. 5 Relation curve between detection probability and SNR

### 4 结论

提出一种二维稀疏 DOA 估计方法 2DTV-CES 用于空间扩展声源定位:利用声源成组性和相关性特征构建了扩展声源模型;通过构建二维阵列流形矩阵与过完备表述,实现声源的二维稀疏表示;通过引入二维全变分并构建全变分结构矩阵实现对声源成组性特征的结构约束,解的稀疏约束成功转化为解的梯度空间的稀疏度,促进了解的块稀疏性;通过将全变分正则项与  $l_1$  正则项结合,同时施加解的块稀疏性与纯稀疏性约束。本方法具有一定的鲁棒性,避免了传统方法中高维样本协方差矩阵的特征分解、解相干步骤以及角度配对。仿真实验表明,与已有的二维 DOA 估计方法相比,具有适当正则化参数的 2DTV-CES 方法在涉及扩展声源情形下的 DOA 估计方面能显著提高分辨率和检测概率。

### 参考文献:

[1] ZHENG G. DOA Estimation in MIMO radar with non-perfectly orthogonal waveforms[J]. IEEE Communications Letters, 2017, 21(2): 414-417.

[2] 张国光. 水声近场源目标的高分辨 DOA 估计方法改进研究[J]. 舰船电子工程, 2017, 37(2): 30-33.  
ZHANG Guoguang. Improvement of high resolution DOA estimation method for underwater acoustic near-field source[J]. Ship Electronic Engineering, 2017, 37(2): 30-33.

[3] LIAQUAT M U, MUNAWAR H S, RAHMAN A, et al. Sound localization for ad-hoc microphone arrays[J/OL]. Energies, 2021, 14(12). DOI: 10.3390/en14123446.

[4] 曲明超, 司伟建, 袁雅芝. 基于不完全重合信号的单快照 DOA 估计算法研究[J]. 通信学报, 2021, 42(12): 88-95.  
QU Mingchao, SI Weijian, YUAN Yazhi. Research on single snapshot DOA estimation algorithm based on incompletely overlapped signal[J]. Journal on Communications, 2021, 42(12): 88-95.

[5] WU Q, WONG K M, MENG Y, et al. Doa estimation of point and scattered sources: Vet-music[C]// IEEE 7th SP Workshop on Statistical Signal and Array Processing. IEEE, 1994: 365-368.

[6] NOROUZI Y, LOLAEE H, AKHAVAN S, et al. Direction of arrival estimation using array of antennas for low-altitude targets in multi-path environment[J]. IET Radar, Sonar & Navigation, 2016, 10(8): 1439-1445.

[7] GAN L, WANG X Q, LIAO H S. DOA estimation of coherently distributed sources based on block-sparse constraint[J]. IEEE Transactions on Communications, 2012, 95(7): 2472-2476.

[8] 樊小鹏, 余立超, 褚志刚, 等. 二维动态网格压缩波束形成声源识别方法[J]. 机械工程学报, 2020, 56(22): 46-55.  
FAN Xiaopeng, YU Lichao, CHU Zhigang, et al. Two-dimensional dynamic grid compressive beamforming for acoustic source identification[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2020, 56(22): 46-55.

[9] 李贺, 刘志红, 仪垂杰. 基于压缩感知和约束随机线阵的声源方位估计[J]. 山东科技大学学报(自然科学版), 2020, 39(5): 122-130.



- LI He, LIU Zhihong, YI Chuijie. Sound source location estimation based on compressed sensing and random linear array[J]. Journal of Shandong University of Science and Technology(Natural Science), 2020, 39(5):122-130.
- [10] 窦慧晶, 高立菁, 朱子云. 基于加权  $l_1$  范数稀疏信号表示的 DOA 估计[J]. 北京工业大学学报, 2018, 44(10):1297-1302.  
DOU Huijing, GAO Lijing, ZHU Ziyun. DOA estimation based on weighted  $l_1$  norm sparse signal representation[J]. Journal of Beijing University of Technology, 2018, 44(10):1297-1302.
- [11] TIBSHIRANI R. Regression shrinkage and selection via the lasso[J]. Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological), 1996, 58(1):267-288.
- [12] ZOU H, HASTIE T. Addendum: "Regularization and variable selection via the elastic net"[J]. Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Statistical Methodology), 2010, 67(2):301-320.
- [13] TIBSHIRANI R J, TAYLOR J. The solution path of the generalized lasso[J]. Annals of Statistics, 2011, 39(3):1335-1371.
- [14] SONG Y M. The meanings of leisure constraints and facilitators in recreational specialization: A content analysis of specialized anglers' interviews on F-TV[J]. Journal of Tourism Sciences, 2010, 34(3):237-260.
- [15] SERAFINO D D, LANDI G, VIOLA M. Directional TGV-based image restoration under Poisson noise[J/OL]. Journal of Imaging, 2021, 7(6). DOI:10.3390/jimaging 7060099.
- [16] 朱国远, 任蒙蒙, 朱美玲. 基于 TV 模型的去噪算法改进[J]. 江苏科技信息, 2019(6):31-33.  
ZHU Guoyuan, REN Mengmeng, ZHU Meiling. Improvement of denoising algorithm based on TV model[J]. Jiangsu Science & Technology Information, 2019(6):31-33.
- [17] RUDIN L. Nonlinear total variation based noise removal algorithms[J]. Physica D: Nonlinear Phenomena, 1992, 60(1/2/3/4):259-268.
- [18] XENAKI A, FERNANDEZ-GRANDE E, GERSTOFT P. Block-sparse beamforming for spatially extended sources in a Bayesian formulation[J]. The Journal of the Acoustical Society of America, 2016, 140(3):1828-1838.
- [19] 逯志宇, 王建辉, 秦天柱, 等. 基于对称旋转不变性的非圆相干分布源直接定位算法[J]. 电子与信息学报, 2019, 41(3):537-543.  
LU Zhiyu, WANG Jianhui, QIN Tianzhu, et al. Direct position determination for coherently distributed noncircular source based on symmetric shift invariance[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2019, 41(3):537-543.
- [20] YANG X M, ZHENG Z, KO C C, et al. Low-complexity 2D parameter estimation of coherently distributed noncircular signals using modified propagator[J]. Multidimensional Systems and Signal Processing, 2017, 28(2):407-426.
- [21] 许驰, 康晓涛, 刘志君, 等. 基于 L 型阵的二维相干源信号的 DOA 估计[J]. 长春理工大学学报(自然科学版), 2009, 32(2):245-247.  
XU Chi, KANG Xiaotao, LIU Zhijun, et al. The new method based on the pair of two-dimensional array of parallel lines coherent signal DOA estimated[J]. Journal of Changchun University of Science and Technology(Natural Science Edition), 2009, 32(2):245-247.
- [22] 喻璐, 潘翔, 吕丰, 等. 扩展声源的空间傅立叶分析[C]//2006 年全国声学学术会议论文集. 厦门: 中国声学学会, 2006:137-138.  
YU Lu, PAN Xiang, LÜ Feng, et al. Spatial Fourier analysis on acoustical extended sources[C]//Proceedings of 2006 National Conference on Acoustics. Xiamen: The Acoustical Society of China, 2006:137-138.
- [23] ZOLTOWSKI M D, HAARDT M, MATHEWS C P. Closed-form 2-D angle estimation with rectangular arrays in element space or beamspace via unitary ESPRIT[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1996, 44(2):316-328.
- [24] 解虎, 冯大政, 袁明冬. 一种采用协方差矩阵稀疏表示的 DOA 估计方法[J]. 西安电子科技大学学报, 2015, 42(1):35-41.  
XIE Hu, FENG Dazheng, YUAN Mingdong. DOA estimation method by utilizing sparse representation of the covariance matrix[J]. Journal of Xidian University, 2015, 42(1):35-41.

(责任编辑:齐敏华)