

拖挂式移动机器人的多约束避障轨迹规划

宋保业, 吴 尤, 田运阳, 许 琳

(山东科技大学 电气与自动化工程学院, 山东 青岛 266590)

摘要: 基于七次多项式曲线研究了拖挂式移动机器人多约束避障轨迹规划问题, 建立了具有非完整约束特性拖挂式移动机器人的前向和后向运动学模型。在速度、加速度、急动度、曲率和曲率导数等多约束条件下, 提出基于七次多项式曲线的避障轨迹规划方法。考虑平稳性、舒适性和交通效率等设计了优化目标函数, 对七次多项式曲线参数进行优化。仿真结果表明, 所提出的基于七次多项式曲线的避障轨迹规划方法, 能够得到多约束条件下满足最优避障时间和最优避障距离的避障轨迹规划结果。

关键词: 拖挂式移动机器人; 避障轨迹规划; 七次多项式曲线; 多约束条件; 最优化

中图分类号: TP242

文献标志码: A

Obstacle avoidance trajectory planning with multiple constraints for tractor-trailer mobile robot

SONG Baoye, WU You, TIAN Yunyang, XU Lin

(College of Electrical Engineering and Automation, Shandong University of Science and Technology, Qingdao 266590, China)

Abstract: The problem of planning an obstacle avoidance trajectory with multiple constraints for a tractor-trailer mobile robot was investigated on the basis of seventh-order polynomial curves. The forward and backward kinematic models were established for the tractor-trailer mobile robot with incomplete constraint characteristics. An obstacle avoidance trajectory planning method based on the seventh-order polynomial curve was put forward under the numerous constraints of velocity, acceleration, sharpness, curvature, and curvature derivative. The parameters of the seventh-order polynomial curve were optimized according to the optimization objective function considering smoothness, comfort and traffic efficiency. The simulation results show that the proposed obstacle avoidance trajectory planning method based on the seventh-order polynomial curve can obtain the obstacle avoidance trajectory satisfying the optimal obstacle avoidance time and distance under multiple constraints.

Key words: tractor-trailer mobile robot; obstacle avoidance trajectory planning; seventh order polynomial curves; multiple constraints; optimization

拖挂式移动机器人(tractor-trailer mobile robot, TTMR)是一种由牵引车和挂车组成的复杂多体机械系统,能够根据应用场景灵活改变挂车的数量,具有较强的运载能力。目前,TTMR 的应用场景有大型机场的行李运输,火车站、货运港口的货物运输,自动化工厂的物料运输等^[1-3]。在各种应用场景中,沿结构化道路行驶的 TTMR 需要对道路上出现的障碍物进行避障,考虑避障过程需要满足的平稳性、舒适性和交通效率等,研究 TTMR 在多约束条件下以最优避障时间和最优避障距离完成避障轨迹规划,对提高 TTMR 的作业效率具有重要意义。

由于 TTMR 具有特殊的结构特征,在前向和后向运动时存在不同的运动机理^[4-5],所以在进行避障轨迹

收稿日期:2022-07-20

基金项目:国家自然科学基金项目(61703242);山东省自然科学基金项目(ZR2023MF067)。

作者简介:宋保业(1982—),男,山东青岛人,副教授,博士,主要从事机器人控制与故障诊断。

许 琳(1982—),女,山东聊城人,副教授,博士,主要从事机器人控制与故障诊断,本文通信作者。

E-mail: xulin82@sdust.edu.cn

规划时需要考虑以下因素:为了避免车体间发生折叠现象,牵引车与挂车之间的铰接角必须限制在合理范围内;考虑到牵引车驱动电机的响应特性,系统的控制输入存在明显的饱和约束;为了保证系统在横向上无滑移现象,牵引车车轮和挂车车轮均满足非完整约束条件。

TTMR 避障轨迹规划研究得到了国内外学者的大量关注。文献[6]为实现 TTMR 多障碍场景下的轨迹规划,基于生成对抗网络(generative adversarial networks, GANs)和直接轨迹规划(direct trajectory planning, DTP)建立了 GDTP 模型,并将该模型嵌入到快速搜索随机树(rapidly-exploring random tree, RRT)中进一步设计了 GDTP-RRT 算法,多场景实验验证了该算法具有高可靠性,但算法的性能和效率有待进一步提高;文献[7]基于半监督学习提出一种新的 TTMR 路径规划方法,其关键是构造一个路径代价函数并通过编码器—解码器类型的深度神经网络训练,但由于深度学习方法的概率特性,该方法很难实现 100% 的路径可行性;文献[8]提出一种基于凸多边形形式的 TTMR 避障路径规划方法,通过 Farkas 引理将表示 TTMR 和周围环境的多个凸多边形对象转换为无碰撞约束,并将这些约束与目标函数结合后求解最优化问题,但是寻找适合所提方法的求解器比较困难;文献[9]为了实现 TTMR 自动泊车,改进了混合 A* 搜索算法,提出双向 A 星-搜索导引树(bi-directional A-search guided tree, BIAGT)算法,通过硬件在环仿真验证了算法的有效性,但该算法的搜索完整性不足。近年来,由于多项式轨迹规划方法便于算法扩展,且规划的参考轨迹仅与系统的初末状态有关,因此在许多领域得到了应用^[10-12]。文献[13]采用三次多项式设计满足自主车辆运动学约束的移动路径,设计的曲线路径易于轨迹跟踪控制器的实现,但曲线路径一旦设计完成不易调节,并且多项式系数的微小噪声会造成曲线形状的较大变化;文献[14]提出基于时间的五次多项式函数规划参考轨迹,仿真结果表明五次多项式函数生成的参考轨迹更简单、平滑,无尖锐点和突变点等,但是没有考虑系统初末位置的横向、纵向急动度以及轨迹曲率、曲率导数的约束。

针对上述问题,本研究在速度、加速度、急动度、曲率及曲率导数等多约束条件下,基于七次多项式函数研究了拖挂式移动机器人的避障轨迹规划问题。选取的优化目标函数同时考虑了最优避障时间和最优避障距离,能够满足避障过程中对机器人平稳性、舒适性和交通效率的要求。通过仿真对比实验,验证了提出的多约束条件下拖挂式移动机器人的避障轨迹规划方法的有效性。

1 拖挂式移动机器人数学建模

1.1 TTMR 系统描述

TTMR 系统由两节车体组成,前一节为差速驱动转向的牵引车,后一节为无动力源的挂车,两节车体之间通过一个刚性轴采用标准链接方式连接。标准链接方式是指相邻两车体的链接点在上一车体驱动轮轴的中心点上。此外,牵引车安装有两个受独立电机驱动的主动轮和一个可沿任意方向移动的用来维持车体平衡的万向轮。整个系统通过牵引车左右两个独立电机提供的输出扭矩以实现对接挂车车轮轴中心点 K 的控制,TTMR 系统结构如图 1 所示。图 1 中, P 和 P_c 表示牵引车车轮轴中心点和牵引车车体的质心点; K 表示挂车车轮轴中心点; b 表示两平行车轮间距的一半; d 和 l 分别表示 P 与 K 、 P 与 P_c 之间的距离; (x, y) 和 (x_1, y_1) 分别表示 K 和 P 在全局坐标系下的坐标; φ 和 θ 分别表示牵引车和挂车的航向角。

为了方便研究作以下假设:TTMR 由刚性构件组成;车轮在移动时为纯滚动,不发生滑移;每个车体的车轮与地面均为单点接触;不考虑内部阻尼与电机动态特性的影响。

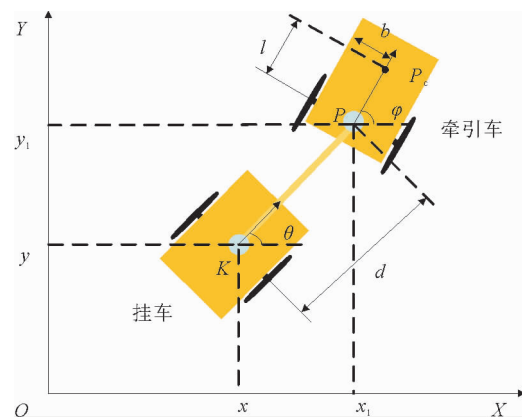


图 1 TTMR 系统结构

Fig. 1 System structure of TTMR

1.2 运动学模型

1) 前向运动时的运动学模型

基于车轮移动时纯滚动、无滑移的假设,系统存在非完整约束条件为:

$$\begin{cases} \dot{x} \sin \varphi - \dot{y} \cos \varphi - d \dot{\theta} \cos(\varphi - \theta) = 0, \\ \dot{x} \sin \varphi - \dot{y} \cos \varphi = 0. \end{cases} \quad (1)$$

引入广义坐标系 $\mathbf{q} = [x, y, \varphi, \theta]^T$, 对 TTMR 的位置和姿态信息进行描述。定义 $\mathbf{u} = [v, \omega]^T$ 为系统的输入向量, v 为牵引车在 P 点的线速度, ω 为牵引车的角速度, 得到 TTMR 前向运动时的运动学模型为:

$$\dot{\mathbf{q}}(t) = \mathbf{S}(\mathbf{q}) \mathbf{u} = \begin{bmatrix} \cos(\varphi - \theta) \cos \theta & 0 \\ \cos(\varphi - \theta) \sin \theta & 0 \\ 0 & 1 \\ \frac{1}{d} \sin(\varphi - \theta) & 0 \end{bmatrix} \times [v \quad \omega]^T. \quad (2)$$

2) 后向运动时的运动学模型

当 TTMR 后向运动时,系统存在非完整约束条件为:

$$\begin{cases} \dot{x} \sin \varphi - \dot{y} \cos \varphi + d \dot{\theta} \cos(\varphi - \theta) = 0, \\ \dot{x} \sin \varphi - \dot{y} \cos \varphi = 0. \end{cases} \quad (3)$$

计算可得 TTMR 后向运动时的运动学模型为:

$$\dot{\mathbf{q}}(t) = \mathbf{S}(\mathbf{q}) \mathbf{u} = \begin{bmatrix} \cos(\varphi - \theta) \cos \theta & 0 \\ \cos(\varphi - \theta) \sin \theta & 0 \\ 0 & 1 \\ -\frac{1}{d} \sin(\varphi - \theta) & 0 \end{bmatrix} \times [v \quad \omega]^T. \quad (4)$$

2 避障轨迹规划

2.1 避障轨迹设计

由于多项式轨迹规划方法只需知道系统的初始状态和最终状态,不需考虑系统的中间过程,并且多项式函数本身及其一阶、二阶、三阶导数均是光滑的,这使得差速驱动的移动机器人在轨迹跟踪过程中无需在不同状态之间频繁切换^[15]。此外,考虑车体在移动过程中的平稳性,状态开关的急动是不允许的^[16]。因此,本节基于多项式理论对 TTMR 的避障轨迹进行设计。

对于 TTMR 的避障轨迹规划,原则上需要分别对牵引车和挂车的避障轨迹进行规划。然而,假设挂车的避障轨迹为 $(x(t), y(t))$, 通过图 1 所示的 TTMR 系统结构可以得到:

$$\begin{cases} \theta(t) = \arctan \frac{\dot{y}(t)}{\dot{x}(t)}, \\ \varphi(t) = \theta(t) + \arcsin \frac{d \dot{\theta}(t)}{v(t)}, \\ x_1(t) = x(t) + d \cos \theta(t), \\ y_1(t) = y(t) + d \sin \theta(t). \end{cases} \quad (5)$$

因此,只需规划出挂车的避障轨迹,即可通过方程组(5)获得牵引车的避障轨迹。TTMR 的前向避障过程和后向避障过程分别如图 2、图 3 所示。

考虑到避障过程中的稳定性和舒适性,需要对 TTMR 初/末位置的横向和纵向速度、加速度、急动度以及避障轨迹的曲率和曲率导数等进行约束。根据七次多项式函数中含有的未知数个数可知,求解所需方程

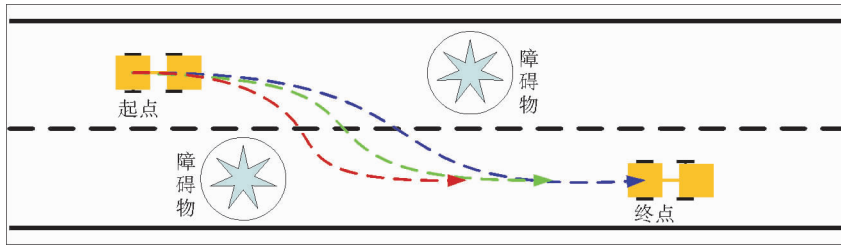


图 2 前向避障过程

Fig. 2 Obstacle avoidance process for forward movement

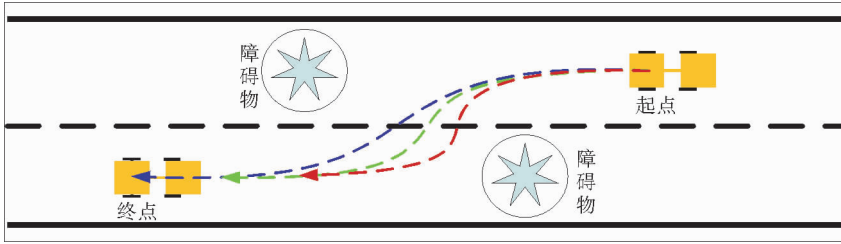


图 3 后向避障过程

Fig. 3 Obstacle avoidance process for backward movement

数为 8 个。由于本研究考虑了 TTMR 在初/末位置的速度、加速度、急动度等共 8 个状态向量,可对应 8 个含有未知数的多项式方程,所以在 x 方向和 y 方向选用七次多项式作为避障轨迹,并对结构化道路下的避障场景作以下假设:TTMR 始终沿道路中心行驶且障碍物也在道路中心;避障轨迹的起点与坐标系原点重合;避障过程中无其他车辆的影响;车载传感器能够在安全避障距离 x_s 以外检测到障碍物。

在 x 方向和 y 方向选用七次多项式为:

$$\begin{cases} x_r(t) = a_0 t^0 + a_1 t^1 + a_2 t^2 + \dots + a_7 t^7, \\ y_r(t) = b_0 t^0 + b_1 t^1 + b_2 t^2 + \dots + b_7 t^7. \end{cases} \quad (6)$$

对方程组(6)求一阶、二阶、三阶导数,代入系统的初始状态向量和最终状态向量得:

$$\begin{cases} [x_r(0), \dot{x}_r(0), \ddot{x}_r(0), \ddot{\ddot{x}}_r(0), x_r(t_f), \dot{x}_r(t_f), \ddot{x}_r(t_f), \ddot{\ddot{x}}_r(t_f)]^T = \mathbf{M} \cdot \mathbf{a}^T, \\ [y_r(0), \dot{y}_r(0), \ddot{y}_r(0), \ddot{\ddot{y}}_r(0), y_r(t_f), \dot{y}_r(t_f), \ddot{y}_r(t_f), \ddot{\ddot{y}}_r(t_f)]^T = \mathbf{M} \cdot \mathbf{b}^T. \end{cases} \quad (7)$$

式中: $\mathbf{a} = [a_0, a_1, \dots, a_7]$, $\mathbf{b} = [b_0, b_1, \dots, b_7]$,

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 1 & t_0 & t_0^2 & t_0^3 & t_0^4 & t_0^5 & t_0^6 & t_0^7 \\ 0 & 1 & 2t_0 & 3t_0^2 & 4t_0^3 & 5t_0^4 & 6t_0^5 & 7t_0^6 \\ 0 & 0 & 2 & 6t_0 & 12t_0^2 & 20t_0^3 & 30t_0^4 & 42t_0^5 \\ 0 & 0 & 0 & 6 & 24t_0 & 60t_0^2 & 120t_0^3 & 210t_0^4 \\ 1 & t_f & t_f^2 & t_f^3 & t_f^4 & t_f^5 & t_f^6 & t_f^7 \\ 0 & 1 & 2t_f & 3t_f^2 & 4t_f^3 & 5t_f^4 & 6t_f^5 & 7t_f^6 \\ 0 & 0 & 2 & 6t_f & 12t_f^2 & 20t_f^3 & 30t_f^4 & 42t_f^5 \\ 0 & 0 & 0 & 6 & 24t_f & 60t_f^2 & 120t_f^3 & 210t_f^4 \end{bmatrix} \circ$$

给定系统的初始状态和最终状态为:

$$\begin{cases} x_r(0) = 0, \dot{x}_r(0) = v_0, \ddot{x}_r(0) = 0, \ddot{\ddot{x}}_r(0) = 0; \\ y_r(0) = 0, \dot{y}_r(0) = 0, \ddot{y}_r(0) = 0, \ddot{\ddot{y}}_r(0) = 0; \\ x_r(t_f) = x_f, \dot{x}_r(t_f) = v_0, \ddot{x}_r(t_f) = 0, \ddot{\ddot{x}}_r(t_f) = 0; \\ y_r(t_f) = y_f, \dot{y}_r(t_f) = 0, \ddot{y}_r(t_f) = 0, \ddot{\ddot{y}}_r(t_f) = 0. \end{cases} \quad (8)$$

式中: x_f 表示 TTMR 的避障距离; y_f 表示 TTMR 行驶的横向位移, 由于 TTMR 始终沿着道路中心运动, 所以 y_f 等于道路的宽度 W 。

将初始状态与最终状态代入方程组(7)解得多项式系数, 最终只需确定 W 、 v_0 、 x_f 、 t_f 这 4 个未知参数即可确定一条避障轨迹:

$$\begin{cases} x_r(t) = (x_f - v_0 t_f) \left[-20\left(\frac{t}{t_f}\right)^7 + 70\left(\frac{t}{t_f}\right)^6 - 84\left(\frac{t}{t_f}\right)^5 + 35\left(\frac{t}{t_f}\right)^4 \right] + v_0 t, \\ y_r(t) = W \left[-20\left(\frac{t}{t_f}\right)^7 + 70\left(\frac{t}{t_f}\right)^6 - 84\left(\frac{t}{t_f}\right)^5 + 35\left(\frac{t}{t_f}\right)^4 \right]. \end{cases} \quad (9)$$

2.2 系统约束条件

考虑到牵引车两个驱动电机的响应特性, 系统的控制输入受到明显的饱和约束, 因此需要对 TTMR 的实际行驶速度进行限制:

$$\sqrt{\dot{x}_r(t)^2 + \dot{y}_r(t)^2} \leq v_{\max}, 0 \leq t \leq t_f. \quad (10)$$

式中: v_{\max} 表示 TTMR 在运动过程中能够达到的最大速度。要使不等式(式(10))恒成立, 需要满足 $(\sqrt{\dot{x}_r(t)^2 + \dot{y}_r(t)^2})_{\max} \leq v_{\max}$ 。由多项式函数的性质可知, 当 $t=0$ 和 $t=t_f$ 时, $\sqrt{\dot{x}_r(t)^2 + \dot{y}_r(t)^2}$ 取得最大值:

$$(\sqrt{\dot{x}_r(t)^2 + \dot{y}_r(t)^2})_{\max} = v_0. \quad (11)$$

此外, 考虑到 TTMR 在运动过程中的平稳性、舒适性、交通效率等要求, 还需要对系统在横向和纵向上的加速度(a_x 和 a_y)、急动度(j_x 和 j_y)以及避障轨迹的曲率 κ 、曲率导数 $\dot{\kappa}$ 进行限制, 即:

$$\begin{cases} |a_x| \leq a_{x, \max}, |a_y| \leq a_{y, \max}; \\ |j_x| \leq j_{x, \max}, |j_y| \leq j_{y, \max}; \\ |\kappa| \leq \kappa_{\max}, |\dot{\kappa}| \leq \dot{\kappa}_{\max}. \end{cases} \quad (12)$$

式中: $a_{x, \max}$ 和 $a_{y, \max}$ 表示 TTMR 在纵向和横向上能够达到的最大加速度; $j_{x, \max}$ 和 $j_{y, \max}$ 表示 TTMR 在纵向和横向上能够达到的最大急动度; κ_{\max} 和 $\dot{\kappa}_{\max}$ 表示避障轨迹曲率和曲率导数的最大值。

由多项式函数的性质可知, 当 $t = (3 \pm \sqrt{2}) t_f / 6$ 时, $|a_x|$ 和 $|a_y|$ 取得最大值:

$$\begin{cases} |a_x|_{\max} = 5\sqrt{2} \left| \frac{x_f - v_0 t_f}{t_f^2} \right|, \\ |a_y|_{\max} = 5\sqrt{2} \left| \frac{W}{t_f^2} \right|. \end{cases} \quad (13)$$

当 $t = \frac{1}{2} t_f$ 时, $|j_x|$ 和 $|j_y|$ 取得最大值:

$$\begin{cases} |j_x|_{\max} = \left| \frac{52.5(x_f - v_0 t_f)}{t_f^3} \right|, \\ |j_y|_{\max} = \left| \frac{52.5W}{t_f^3} \right|. \end{cases} \quad (14)$$

当 $t = \frac{1}{4} t_f$ 和 $t = \frac{3}{4} t_f$ 时, $|\kappa|$ 取得最大值; 当 $t = \frac{1}{10} t_f$, $t = \frac{1}{2} t_f$ 和 $t = \frac{9}{10} t_f$ 时, $|\dot{\kappa}|$ 取得最大值:

$$\begin{cases} |\kappa|_{\max} = \left| \frac{\dot{x}_r(t) \ddot{y}_r(t) - \ddot{x}_r(t) \dot{y}_r(t)}{\sqrt{(\dot{x}_r(t)^2 + \dot{y}_r(t)^2)^3}} \right|_{t=\frac{1}{4}t_f, t=\frac{3}{4}t_f}, \\ |\dot{\kappa}|_{\max} = \left| \frac{d\kappa}{dt} \right|_{t=\frac{1}{10}t_f, t=\frac{1}{2}t_f, t=\frac{9}{10}t_f}. \end{cases} \quad (15)$$

需要注意的是, 为了使生成的后向避障轨迹比前向避障轨迹更平滑, 防止因 TTMR 的铰接角过大导致

两节车体陷入危险的折叠状态而失去稳定性,系统约束条件(10)~(15)在实际应用中可适当降低。

2.3 求解目标函数

根据方程组(9)可知,只需确定 W 、 v_0 、 x_f 、 t_f 这 4 个未知参数的取值,即可确定一条避障轨迹。避障过程是否安全受到避障时间 t_f 和避障距离 x_f 的直接影响,因此随意地给 t_f 和 x_f 赋值是不可取的^[17]。同时兼顾避障过程中平稳性、舒适性、交通效率的要求,选取目标函数为:

$$J(x_f, t_f) = g_1 \frac{\int_0^{t_f} j_x^2(t) dt}{j_{x, \max} a_{x, \max}} + g_2 \frac{\int_0^{t_f} j_y^2(t) dt}{j_{y, \max} a_{y, \max}} + g_3 \frac{x_f}{g_4 W} \quad (16)$$

式中: g_1 、 g_2 和 g_3 表示正的权重因子, g_4 表示正常数。因此基于系统约束条件(10)~(15)和目标函数(16),含有不等式约束条件的优化问题可以描述为:

$$\min J(x_f, t_f) = g_1 \frac{1}{j_{x, \max} a_{x, \max}} \left(\frac{(x_f - v_0 t_f)^2}{t_f^7} \right) + g_2 \frac{1}{j_{y, \max} a_{y, \max}} \frac{W^2}{t_f^7} + g_3 \frac{x_f}{g_4 W},$$

$$\text{s. t. } \begin{cases} (\sqrt{\dot{x}_r(t)^2 + \dot{y}_r(t)^2})_{\max} \leq v_{\max}; \\ |a_x|_{\max} \leq a_{x, \max}, |a_y|_{\max} \leq a_{y, \max}; \\ |j_x|_{\max} \leq j_{x, \max}, |j_y|_{\max} \leq j_{y, \max}; \\ |\kappa|_{\max} \leq \kappa_{\max}, |\dot{\kappa}|_{\max} \leq \dot{\kappa}_{\max}. \end{cases} \quad (17)$$

对优化问题(17)采用内点法进行求解,即可得到符合约束条件的最优避障时间 t_f^* 和最优避障距离 x_f^* 。此时,TTMR 即可在安全避障距离 x_s 处以式(9)所示的避障轨迹执行避障控制,考虑车身传感器的精度会受到周围环境影响,因此安全避障距离 x_s 可取 TTMR 的车身总长度 x_t 与最优避障距离 x_f^* 一半的和,即 $x_s = x_t + x_f^*/2$ 。

3 仿真结果与分析

对于 TTMR 的前向避障过程,权重系数和约束条件如表 1 所示。基于 MATLAB 仿真环境,采用内点法对优化问题(17)进行求解,解得最优避障时间 $t_f^* = 3.2$ s 和最优避障距离 $x_f^* = 3.4$ m。作为对比,分别基于贝塞尔曲线和多项式曲线规划避障轨迹,得到的前向避障轨迹规划结果和多项式曲线各参数变化如图 4、图 5 所示。由仿真结果可知,基于贝塞尔曲线和多项式曲线得到的避障轨迹,均使 TTMR 在横向和纵向上安全到达期望目标。同时,基于多项式曲线的避障轨迹横向和纵向上的速度、加速度、急动度、曲率和曲率导数的极限值均能在给定的约束范围内,且避障轨迹平滑过渡,满足行驶过程中平稳性、舒适性等要求。但由于贝塞尔曲线的形状受控制点的直接影响,即控制点一旦确定曲线形状也随之确定,使得以起点、终点、障碍物点为控制点所生成的避障轨迹在初期和末期的曲率较大,难以满足平稳性、舒适性等要求,因此选择七次多项式曲线作为 TTMR 的避障轨迹是一个较佳的选择。

表 1 前向避障时的权重系数和约束条件
Table 1 Weighting factors and constraints for forward obstacle avoidance

参数	数值	参数	数值
g_1	1.5	g_2	1.5
g_3	2.0	g_4	0.5
$a_{x, \max}$	0.8	$a_{y, \max}$	0.8
$j_{x, \max}$	1.2	$j_{y, \max}$	0.8
κ_{\max}	0.8	$\dot{\kappa}_{\max}$	0.8
v_0	1.0	W	0.5

对于 TTMR 的后向避障过程,权重系数和各种约束条件如表 2 所示。同样,基于 MATLAB 仿真环境,采用内点法对优化问题(17)进行求解,解得最优避障时间 $t_f^* = 4.2$ s 和最优避障距离 $x_f^* = -4.0$ m。基于贝塞尔曲线和多项式曲线规划避障轨迹,得到的后向避障轨迹规划结果和多项式曲线各参数变化如图 6、图 7 所示。由仿真结果可知,基于多项式曲线的避障轨迹平滑过渡,横向和纵向的速度、加速度、急动度、曲率和曲率导数的极大值都在给定的约束范围内,并且在整个后向避障过程中,TTMR 的参考铰接角绝对值的最大值仅为 0.05 rad($\approx 3^\circ$),该值远小于文献[18]中给定的铰接式车辆所允许的最大铰接角值。虽然基于

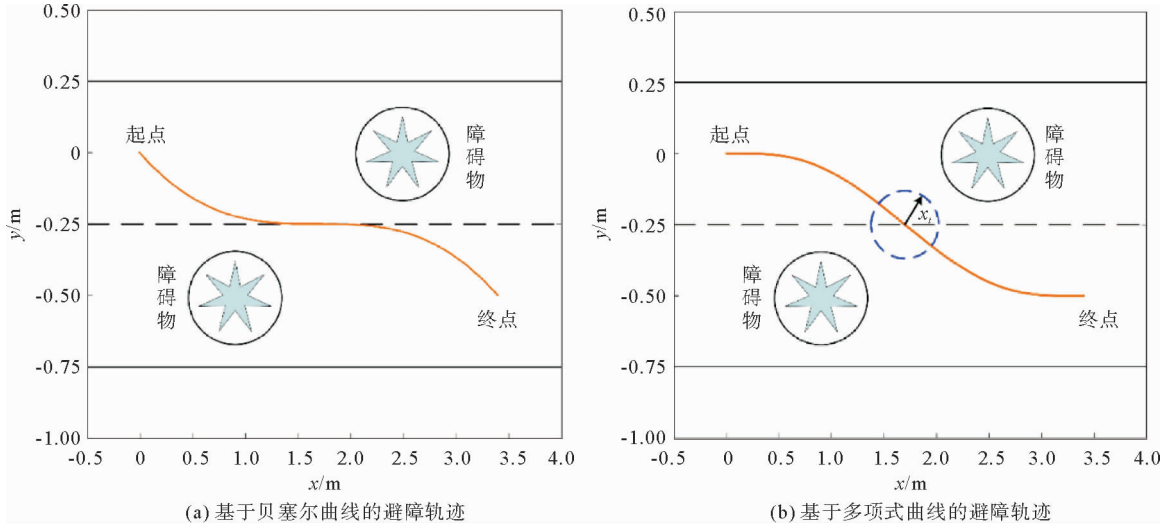


图 4 前向避障轨迹规划结果

Fig. 4 Obstacle avoidance trajectory results for forward movement

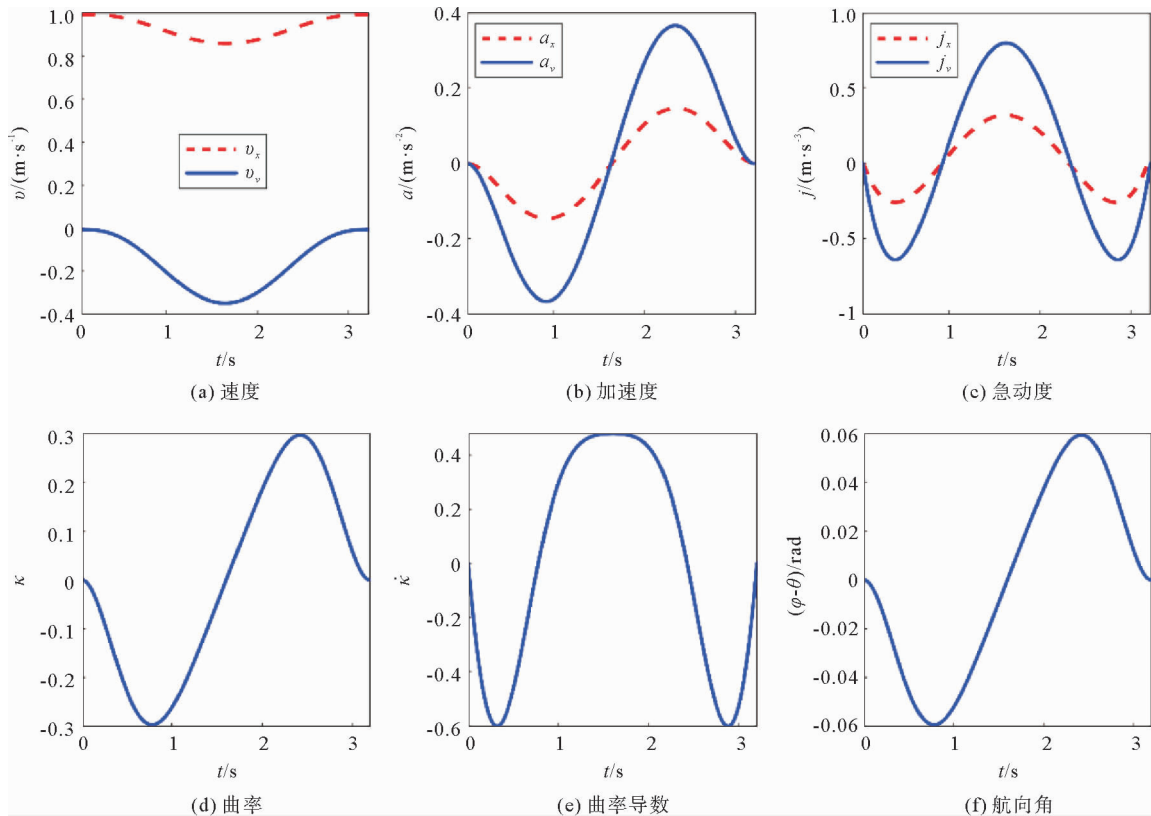


图 5 前向避障时的多项式曲线各参数变化

Fig. 5 Parameter variation of polynomial curve for forward obstacle avoidance

贝塞尔曲线的避障轨迹能使 TTMR 安全地完成对各障碍物的避障控制,但是曲线初/末段的曲率较大会影响乘坐舒适性和驾驶平稳性,进一步说明了采用七次多项式曲线作为 TTMR 的避障轨迹具有较大优势。

表 2 后向避障时的权重系数和约束条件

Table 2 Weighting factors and constraints for backward obstacle avoidance

参数	数值	参数	数值
g_1	1.5	g_2	1.5
g_3	2.0	g_4	0.5
$a_{x,max}$	0.4	$a_{y,max}$	0.4
$j_{x,max}$	0.6	$j_{y,max}$	0.6
κ_{max}	0.5	$\dot{\kappa}_{max}$	0.5
v_0	-1.0	W	0.5

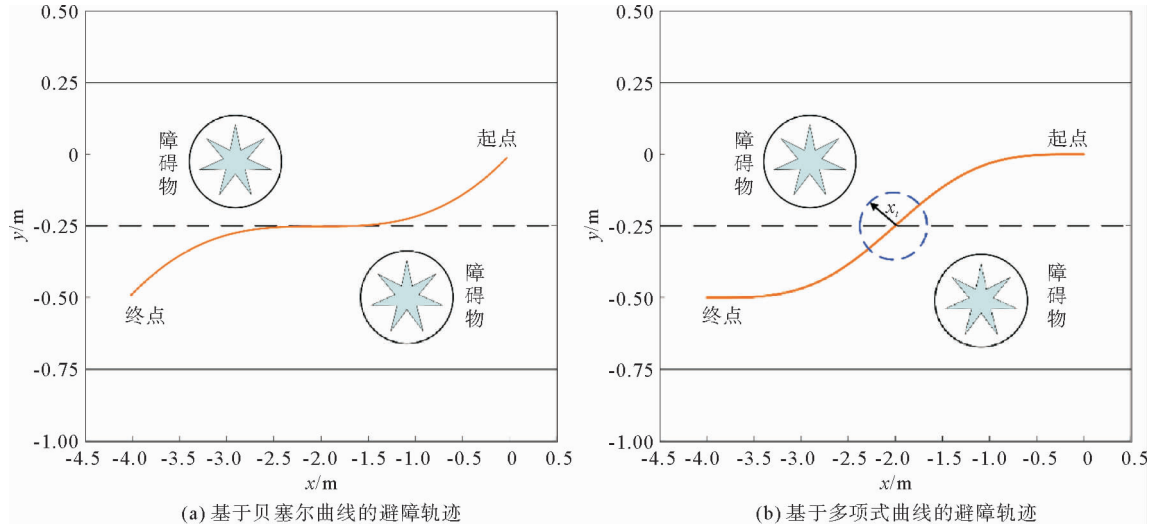


图 6 后向避障轨迹规划结果

Fig. 6 Obstacle avoidance trajectory results for backward movement

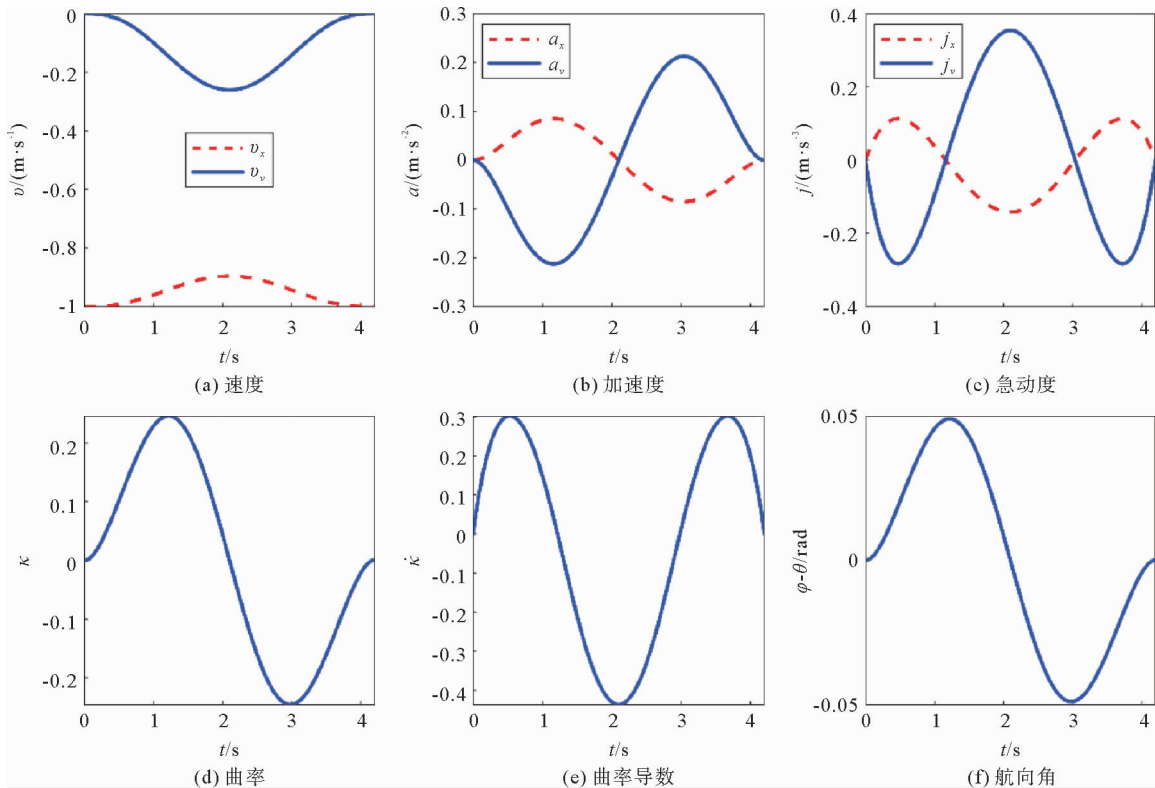


图 7 后向避障时的多项式曲线各参数变化

Fig. 7 Parameter variation of polynomial curve for backward obstacle avoidance

4 结论

本研究针对 TTMR 沿结构化道路前向和后向运动时躲避障碍物的避障轨迹规划进行了研究。首先,在保证系统非完整约束的前提下,分别建立了 TTMR 前向和后向运动时的运动学模型;然后,基于七次多项式函数分别规划了 TTMR 前向和后向避障轨迹,并引入约束条件和目标函数对避障时间和避障距离进行优化;最后,使用 MATLAB 对所规划的避障轨迹进行对比仿真验证。仿真结果表明,在多约束条件下采用七次多项式函数作为 TTMR 的避障轨迹是一个较佳的选择。基于七次多项式曲线的避障轨迹规划方法能够显著提高 TTMR 沿结构化道路行驶时的避障能力,可以为铰接式车辆的相关研究提供理论借鉴。

参考文献:

- [1] FAHMY H, MOHAMED A, BAUMANN G. Vehicle risk assessment and control for lane-keeping and collision avoidance at low-speed and high-speed scenarios[J]. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2018, 67(6): 4806-4818.
- [2] CUI R X, CHEN L P, YANG C G, et al. Extended state observer-based integral sliding mode control for an underwater robot with unknown disturbances and uncertain nonlinearities[J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2017, 64(8): 6785-6795.
- [3] YANG C G, LI Z J, CUI R X, et al. Neural network-based motion control of an underactuated wheeled inverted pendulum model[J]. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 2014, 25(11): 2004-2016.
- [4] FANG Y C, MA B J, WANG P C, et al. A motion planning-based adaptive control method for an underactuated crane system[J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2011, 20(1): 241-248.
- [5] SUN N, FANG Y C, CHEN H. A continuous robust antiswing tracking control scheme for underactuated crane systems with experimental verification[J/OL]. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 2016, 138(4); DOI:10.1115/1.4032460.
- [6] ZHAO C, ZHU Y F, DU Y C, et al. A novel direct trajectory planning approach based on generative adversarial networks and rapidly-exploring random tree[J]. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 2022, 23(10): 17910-17921.
- [7] ZHANG X, ECK J, LOTZ F. A path planning approach for tractor-trailer system based on semi-supervised learning[C]//2022 IEEE 25th International Conference on Intelligent Transportation Systems (ITSC). Macau, IEEE, 2022: 3549-3555.
- [8] ITO N, OKUDA H, SUZUKI T. Configuration-aware model predictive motion planning for Tractor-Trailer Mobile Robot[J]. *Advanced Robotics*, 2023, 37(5): 329-343.
- [9] WANG Z J, AHMAD A, QUIRYNEN R, et al. Motion planning and model predictive control for automated tractor-trailer hitching maneuver[C]//2022 IEEE Conference on Control Technology and Applications (CCTA). Beijing, IEEE, 2022: 676-682.
- [10] GOSSELIN C, FOUCAULT S. Dynamic point-to-point trajectory planning of a two-DOF cable-suspended parallel robot[J]. *IEEE Transactions on Robotics*, 2014, 30(3): 728-736.
- [11] YOU F, ZHANG R H, LIE G, et al. Trajectory planning and tracking control for autonomous lane change maneuver based on the cooperative vehicle infrastructure system[J]. *Expert Systems with Applications*, 2015, 42(14): 5932-5946.
- [12] LI X H, SUN Z P, CAO D P, et al. Development of a new integrated local trajectory planning and tracking control framework for autonomous ground vehicles[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2017, 87: 118-137.
- [13] NAGY B, KELLY A. Trajectory generation for car-like robots using cubic curvature polynomials[C]//Proceedings of 3rd International Conference on Field and Service Robotics. Finland, Jun. 11-13, 2001: 303-308.
- [14] 施卫, 夏涛. 基于多项式优化的车辆自主换道轨迹规划[J]. *汽车实用技术*, 2021, 46(11): 10-13.
SHI Wei, XIA Tao. Trajectory planning of vehicle autonomous lane change based on polynomial optimization[J]. *Automobile Applied Technology*, 2021, 46(11): 10-13.
- [15] SONG B Y, WANG Z D, ZOU L, et al. A new approach to smooth global path planning of mobile robots with kinematic constraints[J]. *International Journal of Machine Learning and Cybernetics*, 2019, 10(1): 107-119.
- [16] SONG B Y, WANG Z D, SHENG L. A new genetic algorithm approach to smooth path planning for mobile robots[J]. *Assembly Automation*, 2016, 36(2): 138-145.
- [17] LUO Y G, XIANG Y, CAO K, et al. A dynamic automated lane change maneuver based on vehicle-to-vehicle communication[J]. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 2016, 62: 87-102.
- [18] YUAN H, ZHU H. Anti-jackknife reverse tracking control of articulated vehicles in the presence of actuator saturation[J]. *Vehicle System Dynamics*, 2016, 54(10): 1428-1447.

(责任编辑:齐敏华)