

一种基于重力正演理论的海底地形反演迭代算法

公维梁¹, 屠泽杰¹, 孙月文^{1,3}, 邢 赛¹, 赵福玺¹, 阳凡林^{1,2}

(1. 山东科技大学 测绘与空间信息学院, 山东 青岛 266590; 2. 自然资源部 海洋测绘重点实验室, 山东 青岛 266590;
3. 浙江省水利河口研究院(浙江省海洋规划设计研究院), 浙江 杭州 310020)

摘要:重力数据反演海底地形的方法是获取全球海底地形数据的重要途径。针对传统地形反演算法需要间接引入经验参数的问题,本研究以不采用经验公式为原则,从空间域方法入手,结合重力正演公式,建立重力异常与地形之间的解析观测方程,采用最小二乘方法进行求解。为了得到观测方程最优解,建立牛顿迭代关系,引入正则化参数,增强方程组的收敛性。顾及边缘效应对正演的影响,采用双线性插值算法对原始重力异常数据进行加密处理和无约束网格扩充以削弱误差。在太平洋海域(155°E~156°E, 16°N~17°N)构建了 1'×1' 分辨率的海底地形模型,并通过船测水深数据验证。相比于传统空间域算法——重力地质法,本研究方法的均方根误差降低了 12.7%,验证了其可行性与准确性。

关键词:重力数据;重力正演;地形反演;正则化参数;边缘效应

中图分类号:P229.1;P714.7

文献标志码:A

A seafloor topography inversion iterative algorithm based on gravity forward modeling theory

GONG Weiliang¹, TU Zejie¹, SUN Yuewen^{1,3}, XING Sai¹, ZHAO Fuxi¹, YANG Fanlin^{1,2}

(1. College of Geodesy and Geomatics, Shandong University of Science and Technology, Qingdao 266590, China;
2. Key Laboratory of Ocean Geomatics, Ministry of Natural Resources, Qingdao 266590, China;
3. Zhejiang Institute of Hydraulics & Estuary (Zhejiang Institute of Marine Planning and Design), Hangzhou 310020, China)

Abstract: The method of seafloor topography inversion from gravity data is an important way to obtain global seafloor topography. Aiming to solve the problem that traditional topography inversion algorithms need to indirectly introduce empirical parameters, this study, based on the principle of not adopting empirical formulas, established analytical observation equations between gravity anomalies and terrains by using the spatial domain method and the gravity orthogonal formulas, and solved the equations by the least squares method. In order to obtain the optimal solutions to the observation equations, Newtonian iterative relations were established and regularization parameters were introduced to enhance the convergence of the equations. Considering the influence of the edge effect on the regularization, a bilinear interpolation algorithm was used to encrypt the raw gravity anomaly data and the means of unconstrained grid expansion to weaken the error. Moreover, a 1'×1' resolution seafloor topographic model was constructed in the Pacific Ocean (155°E~156°E, 16°N~17°N), which was verified by the ship-surveyed bathymetry data, and the root mean squared error was reduced by about 12.7% compared with the traditional spatial-domain algorithm, gravity geology method, which verified the feasibility and accuracy of the proposed method.

Key words: gravity data; gravity forward modeling; topography inversion; regularization parameter; edge effect

收稿日期:2023-12-27

基金项目:广东省促进经济高质量发展(海洋经济发展)海洋六大产业专项项目(GDNRC[2023]42);山东科技大学科研创新团队支持计划项目(2019TDJH103)

作者简介:公维梁(1998—),男,山东泰安人,硕士研究生,主要从事海底地形反演相关研究。

阳凡林(1974—),男,湖北荆州人,教授,博士,主要从事海底地形测量和海洋定位导航方面的研究,本文通信作者。

E-mail: yang723@163.com

探测和认知海洋是开发利用海洋的基础,海底地形地貌是认知海洋的最基本参量。高精度的海底地形模型是了解地球形状、海底构造运动与海洋演化的直接依据,也是海洋经济开发和科学研究等方面的重要基础数据。受海洋水层的影响,光和电磁波等陆地测量技术在海洋测量中受到限制,声波成为探测海洋最主要的技术手段。但是,依靠传统回声测深技术完成全球海域覆盖需要数百年时间^[1],美国国家地球物理数据中心(national geophysical data center, NGDC)提供的船测水深数据表明,截至 2023 年,全球海底水深测绘的完成比例仅为 24.9%,且测深轨迹稀疏、分布不均。除回声探测技术外,海底地形还可通过重力数据进行反演^[2]。前人研究表明,重力异常与地形存在较强的相关性^[3],因此,利用重力异常反演海底地形,可有效填补船舶测深数据的空缺与不足,提高海底地形模型的整体精度^[4]。基于重力数据的海底地形反演算法,全球各大机构相继发布更高精度的海底地形模型,如 2021 年国际水文组织结合高精度重力数据和丰富的船舶探测数据,发布了分辨率为 15" 的全球地形 GEBCO-2021 模型。

目前,利用重力异常数据反演海底地形的的方法大致可分为空间域方法和频率域方法。空间域方法主要基于重力正演公式或布格校正公式建立重力场与地形之间的线性关系,其中典型算法是基于布格校正公式的重力地质法(gravity-geologic method, GGM)^[5]。Hsiao 等^[6]将 GGM 方法与卫星图像数据相结合,将南海 41 个岛礁附近的地形预测精度提高了 50%~97%。GGM 方法认为无限均匀厚板产生的重力与厚板高度之间的关系是线性的,根据此假设,重力异常与海底地形之间的关系可以通过现有的船载测深数据来拟合^[7],但忽略了非线性影响。从本质上讲,GGM 是一种很容易计算的拟合方法,但其在起伏较大、地形复杂海域的反演精度较低。频率域海底地形反演方法主要基于质量体与重力异常的关系,代表算法如回归分析法^[8]、导纳函数法^[9]。郭金运等^[10]利用迭代延拓法延伸至延拓面,采用导纳函数法反演海底地形模型。但 Parker 公式本质上是一个一阶的近似公式,故基于 Parker 公式的海底地形反演算法忽略了高阶项的影响,且需要更多的先验信息。尽管导纳函数法和回归分析法已被广泛应用于反演海底地形,但省略的高阶项在崎岖地区仍有很大影响。Fan 等^[11]为解决频率域的高阶海底地形反演问题,提出一种迭代求解算法。总之,尽管重力异常和船舶测深数据是当前地形模型反演的主要数据来源,但应结合其他重力场数据,特别是重力梯度异常数据,进一步探讨精度更高的地形反演方法,以完善全球海底地形模型。

为提高海底地形模型的反演精度,针对传统地形反演算法需要间接引入经验参数的问题,本研究基于重力正演理论恢复海域重力异常,建立重力异常与地形的解析观测方程和牛顿迭代公式,通过引入正则化参数准确求解方程组,选择太平洋海域(155°E~156°E, 16°N~17°N)作为试验区,对海底地形进行反演构建,并对由边界海山产生的边界效应误差进行了分析和处理。

1 重力正演理论

重力异常正演在海底地形反演中扮演着至关重要的角色。在空间域中,为了处理地下介质的不规则形状,将其分解为不同几何单元,分别计算几何单元对空间某一点 Q 的异常值,然后相加得到 Q 点的重力异常值^[12]。根据重力正演基本理论,本研究采用等密度矩形棱柱模型作为正演计算的基本模型。假设 Ω 为在直角坐标系 $O-\xi\eta\zeta$ 中的矩形棱柱模型海山,在研究区域的任意矩形棱柱体范围设为 $A = \{(\xi, \eta, \zeta); x_1 \leq \xi \leq x_2, y_1 \leq \eta \leq y_2, z_1 \leq \zeta \leq z_2\}$, x_1, y_1, z_1 为矩形棱柱体的边界坐标值, $Q(x_Q, y_Q, z_Q)$ 是 Ω 外的点,海山与对于 Q 点产生的重力异常关系如图 1 所示。

根据重力正演理论, Ω 模型在点 Q 处产生的重力异常 $g_R(x_Q, y_Q, z_Q)$ 为:

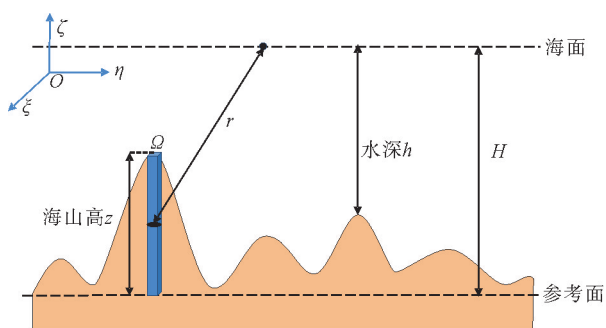


图 1 矩形棱柱模型地质体在观测点 Q 处异常示意图
Fig. 1 Schematic diagram of the anomaly of the rectangular prism model geoid at observation point Q

$$g_R(x_Q, y_Q, z_Q) = G\rho \iiint_{\Omega} \frac{\zeta - z_Q}{\sqrt{[(\xi - x_Q)^2 + (\eta - y_Q)^2 + (\zeta - z_Q)^2]^3}} d\xi d\eta d\zeta \tag{1}$$

$$= G\rho \left[\left| \left| \left| \xi \ln(\eta + r) + \eta \ln(\xi + r) - \zeta \arctan \frac{\xi\eta}{\zeta r} \right|_{\xi_1}^{\xi_2} \right|_{\eta_1}^{\eta_2} \right|_{\zeta_1}^{\zeta_2} \right].$$

式中: G 为万有引力常数, $6.672 \times 10^{-11} \text{ m}^3/(\text{kg} \cdot \text{s}^2)$; $\Omega = \{(\xi, \eta, \zeta); \xi_1 \leq \xi \leq \xi_2, \eta_1 \leq \eta \leq \eta_2, \zeta_1 \leq \zeta \leq \zeta_2\}$, ξ 、 η 与 ζ 分别为 ξ 轴、 η 轴与 ζ 轴方向上的积分变量; ρ 为海山 Ω 的密度; r 为海山矩形棱柱模型的中心点与研究点 Q 的欧拉距离:

$$r = \sqrt{(\xi - x_Q)^2 + (\eta - y_Q)^2 + (\zeta - z_Q)^2}, \tag{2}$$

并且,

$$\begin{cases} \xi_1 = x_1 - x_Q, & \xi_2 = x_2 - x_Q; \\ \eta_1 = y_1 - y_Q, & \eta_2 = y_2 - y_Q; \\ \zeta_1 = z_1 - z_Q, & \zeta_2 = z_2 - z_Q. \end{cases} \tag{3}$$

式中: x_1, y_1, z_1 为任意矩形棱柱体边界坐标值。如果在 Ω 中令 $z_1 = H, z_Q = 0, H$ 为研究区域最大水深, 假设 $R = \{(\xi, \eta); \xi_1 \leq \xi \leq \xi_2, \eta_1 \leq \eta \leq \eta_2\}$ 是对应模型 Ω 在海面上的矩形海域, 则方程可写为:

$$g_R(x_Q, y_Q, 0) = G\rho J_{\Omega}(x_Q, y_Q, z_2). \tag{4}$$

式中: $J_{\Omega}(x_Q, y_Q, z_2)$ 为海山模型 Ω 对点 $Q(x_Q, y_Q, 0)$ 的三重积分, z_2 可表示为海山模型 Ω 处的水深 h , 则 $J_{\Omega}(x_Q, y_Q, z_2)$ 可以表示为:

$$J_{\Omega}(x_Q, y_Q, z_2) = \left| \left| \left| \xi \ln(\eta + r) + \eta \ln(\xi + r) - \zeta \arctan \frac{\xi\eta}{\zeta r} \right|_{\xi_1}^{\xi_2} \right|_{\eta_1}^{\eta_2} \right|_{z_1}^{z_2}. \tag{5}$$

方程可进一步推导为:

$$A = \xi \ln \frac{\eta + \sqrt{\xi^2 + \eta^2 + z_2^2}}{\eta + \sqrt{\xi^2 + \eta^2 + z_1^2}} + \eta \ln \frac{\xi + \sqrt{\xi^2 + \eta^2 + z_2^2}}{\xi + \sqrt{\xi^2 + \eta^2 + z_1^2}}, \tag{6}$$

$$J_{\Omega}(x_Q, y_Q, z_2) = \left| \left| \left| A - z_2 \arctan \frac{\xi\eta}{z_2 \sqrt{\xi^2 + \eta^2 + z_2^2}} + z_1 \arctan \frac{\xi\eta}{z_1 \sqrt{\xi^2 + \eta^2 + z_1^2}} \right|_{\xi_1}^{\xi_2} \right|_{\eta_1}^{\eta_2} \right|.$$

因此, 当研究区域水深已知时, 即可得到海山模型 Ω 在实验海域海平面任意一点 Q 的重力异常。

2 地形反演方法

2.1 顾及边界效应的观测方程

真实的海底地形是起伏不定的, 边缘区域的海山会对研究区域的重力异常正演计算产生影响, 这种影响表现为一种中高频误差^[13-14], 式(7)观测方程则是在假定海底仅有一个异常海山的前提下建立的。本研究通过对边缘格网进行无约束扩展, 并结合双线性插值算法消除或减弱误差。设目标实验海域为 $R = \{(x, y); -a \leq x \leq a, -a \leq y \leq a\}$, 建立如图 1 所示的局部坐标系, 其中 a 为正整数, 假设网格间隔为 t , 则可设正整数 $N = a/t, x_i = i \cdot t, y_j = j \cdot t (i, j = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm N)$; h_{ij} 为 (x_i, y_j) 点处的水深; $\Omega_{ij} = \{x_i - \frac{t}{2} \leq x \leq x_i + \frac{t}{2}, y_j - \frac{t}{2} \leq y \leq y_j + \frac{t}{2}, 0 \leq z_{ij} \leq h_{ij}\}$ 为以 (x_i, y_j) 点为中心点的矩形棱柱海山, 则在海域 R 中的任意 Q 点处产生的重力异常 $\delta g_R(x_Q, y_Q)$ 为:

$$\delta g_R(x_Q, y_Q) = G\Delta\rho \sum_{i=-N}^N \sum_{j=-N}^N J_{\Omega_{ij}}(x_Q, y_Q, h_{ij}). \tag{7}$$

式中: $\Delta\rho = \rho_c - \rho_w, \rho_c$ 为岩石圈的平均密度, ρ_w 为海水的平均密度, $J_{\Omega_{ij}}(x_Q, y_Q, h_{ij})$ 为 Ω_{ij} 对任意点 Q 的三重积分, 通过式(6)计算。当已知重力异常 $\delta g_R(x_Q, y_Q)$ 情况下, 式(7)即可作为水深 h_{ij} 的观测方程。

由海底地形造成的重力异常距离 Q 点越近, 对 Q 点的影响越大, 考虑到边缘外围海域 R' 对实验海域 R

造成的重力异常影响,建立考虑边界效应的观测方程,并将实验海域 R 向外扩展 M 个步长,即 $\hat{R} = \{(x, y); -(M+N)t \leq x \leq (M+N)t, -(M+N)t \leq y \leq (M+N)t\}$, $R' = \hat{R} - R$, 则式(7)改写成:

$$\delta g_R(x_Q, y_Q) = G \Delta \rho \sum_{i,j=-(N+M)}^{N+M} J_{\Omega_{ij}}(x_Q, y_Q, h_{ij})。 \quad (8)$$

考虑到无约束网格扩展处理后的可解与收敛性问题,采用双线性插值算法将实验海域 R 的重力异常数据网格进行加密,即 $(x_p, y_q) \in R$, $x_p = \frac{pt}{2}$, $y_q = \frac{qt}{2}$ ($p, q = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm 2N$), 如果 (x_p, y_q) 点的重力异常 $\delta g_R(x_p, y_q)$ 已知, 则可得到以下观测方程:

$$G \Delta \rho \sum_{i,j=-(N+M)}^{N+M} J_{\Omega_{ij}}(x_p, y_q, h_{ij}) = \delta g_R(x_p, y_q)。 \quad (9)$$

经过对网格点的加密,式(9)中的方程个数为 $(4N+1)^2$, 而未知数的个数为 $(2N+2M+1)^2$, 因此,只要满足 $M \leq N$, 就可以解出方程。本研究采用牛顿迭代法进行迭代求解,对式(9)建立牛顿迭代公式,可得到水深 h_{ij} 的迭代方程:

$$G \Delta \rho \sum_{i,j=-(N+M)}^{N+M-1} \frac{\partial J_{\Omega_{ij}}(x_p, y_q, h_{ij}^{(k)})}{\partial h_{ij}^{(k)}} [h_{ij}^{(k+1)} - h_{ij}^{(k)}] = \delta g_R(x_p, y_q) - G \Delta \rho \sum_{i,j=-(N+M)}^{N+M-1} J_{\Omega_{ij}}(x_p, y_q, h_{ij}^{(k)})。 \quad (10)$$

式中: k 为水深迭代次数, $h_{ij}^{(0)}$ 为水深初始值, $h_{ij}^{(k)}$ 为第 k 次迭代后的水深值。

上述为建立的考虑边界效应的观测方程,以下对式(10)的可解性与收敛性进行讨论,并对选取的研究区域进行海底地形建模。

2.2 方程组求解

对式(10)的可解性问题进行讨论,设以下矩阵:

$$\mathbf{A}_k = G \Delta \rho \left(\frac{\partial J_{R_{ij}}(\hat{x}_p, \hat{y}_q, h_{ij}^{(k)})}{\partial h_{ij}^{(k)}} \right)_{pq,ij}, \quad (11)$$

$$\mathbf{b}_k = \left[\delta g_{\hat{R}}(\hat{x}_p, \hat{y}_q) - G \Delta \rho \sum_{i,j=-(N+M)}^{N+M} J_{\Omega_{ij}}(\hat{x}_p, \hat{y}_q, h_{ij}^{(k)}) \right]_{pq}。 \quad (12)$$

式中, $h_{ij}^{(k)}$ 为网格点 (x_i, y_j) 处第 k 次迭代水深值。当水深值 $\mathbf{h}_k = [h_{ij}^{(k)}]_{ij}$ 已知时,式(10)可表示为:

$$\mathbf{A}_k \mathbf{h}_{k+1} = \mathbf{b}_k + \mathbf{A}_k \mathbf{h}_k。 \quad (13)$$

由于重力异常数据只在研究区域 R 中给出,为了考虑边界效应的影响,向外扩展了 M 个步长,因此得到的结果会包含边界求取的水深,且边界区域的水深结果收敛性较差,导致方程组的可解性较差。为确保可解性,引入正则化参数 $\alpha > 0$, 即实际求解的方程组可表示为:

$$(\mathbf{A}_k^T \mathbf{A}_k + \alpha \mathbf{E}) \mathbf{h}_{k+1} = \mathbf{A}_k^T (\mathbf{b}_k + \mathbf{A}_k \mathbf{h}_k)。 \quad (14)$$

式中, \mathbf{E} 是单位矩阵。如果 \mathbf{h}_k 已知,则式(14)具有唯一的解 \mathbf{h}_{k+1} 。当迭代求解方程式(14)时,边界周围的海深值是发散的。为了确保迭代过程的收敛性,在每次迭代中,扩展区域 R' 远高于某一定值的水深,始终被赋值为研究区域 R 的水深平均值。经过该处理之后,可以迭代求解方程式(14),最终选取与船测水深数据在检核点处均方根误差(root mean square error, RMSE)最小的模型作为最终的海底地形模型。分析迭代算法流程如图 2 所示。

3 实验与分析

3.1 研究区域及数据来源

本研究选取太平洋海域 ($155^\circ\text{E} \sim 156^\circ\text{E}$, $16^\circ\text{N} \sim 17^\circ\text{N}$) 作为研究对象。根据丹麦科技大学 (Technical University of Denmark, DTU) 发布的 DTU18 海底地形模型,该区域包含海山和海盆,地形变化显著,水深范围为 $2\,908.7 \sim 6\,137.0$ m, 平均水深为 $5\,702.7$ m, 适合作为实验海域。

重力异常数据采用 DTU 发布的 $1' \times 1'$ 的 DTU17 模型^[15],如图 3(a)所示。船测水深数据源于国家地球物理数据中心的单波束测深数据,本研究采用“ 3σ ”准则,分别采用 $1' \times 1'$ 的窗口大小和 $1'$ 的移动步长,滑动剔除数据中的粗差点 21 个,最终选取 1 825 个单波束水深点。使用 GMT x2sys_cross 模块计算得到 137 个交叉点的平均误差为 71.3 m。以单波束水深点总数的三分之二作为控制点,共 1 214 个,其余 611 个水深点作为船测检核点。研究区域船测数据分布如图 3(b)所示,图中红点表示控制点,白点表示检核点,底图为 DTU18 海底地形模型。

船测水深控制点数据作为水深初始值,根据重力正演理论,与重力异常数据结合,构建一组观测方程,将所需参数确定之后,根据式(14)进行迭代计算。船测水深检核点数据作为精度检核标准,对构建的海底地形模型进行精度评定。

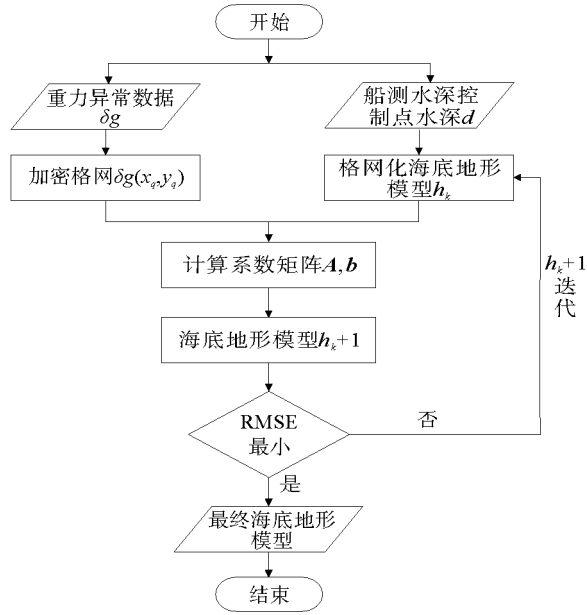


图 2 算法流程图

Fig. 2 Algorithm flowchart

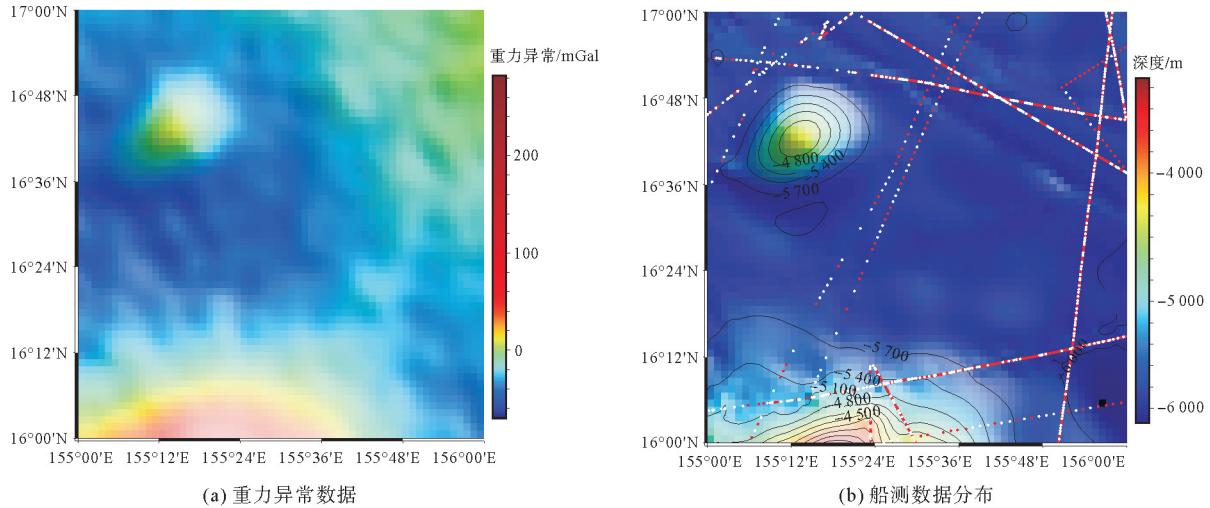


图 3 研究区域及数据分布示意图

Fig. 3 Diagram of the study area and data distribution

重力正演方法选取的积分矩形六面体越小,重力异常值的精度越高,反演得到的水深精度也越高。考虑到重力异常数据分辨率为 $1' \times 1'$,则研究区域共有 61×61 个网格数据($N = 61$),只需满足 $M \leq N$,则可求解观测方程,因此本研究选取 $M = 10$ 。

将原始数据坐标系转化为 $O-\xi\eta\zeta$ 空间直角坐标系,选取 ξ 轴方向扩展步长 $t_1 = 1.86$ km, η 轴方向扩展步长 $t_2 = 1.92$ km,分别向外拓展 M 个步长,最终需要计算水深值的格网为 81×81 个。

根据三维地壳模型 CRUST1.0,研究区域基岩密度与海水密度分别取 $\rho_c = 2.7 \times 10^3$ kg/m³, $\rho_w = 1.03 \times 10^3$ kg/m³,则 $\Delta\rho = 1.67 \times 10^3$ kg/m³,后文实验中 $\Delta\rho$ 统一取该值。此外,根据区域的最大水深,选取 $H = 6.2$ km 作为研究区域海底地形的参考基准面。最后,将重力异常数据格网利用双线性插值算法加密为 121×121 的格网数据。

3.2 水深反演

由于本实验重力异常数据的分辨率为 $1' \times 1'$, 相当于长度距离 2 km 左右, 导致 2 km 区域内地形起伏被表示为平均深度, 而无法识别该范围内的地形波动, 对重力正演计算结果产生影响, 降低了海底地形反演的精度。本研究选取 $\alpha = 1$, 对研究区域的海底地形进行反演, 选取其中 3 种不同迭代次数的海底地形模型如图 4(a)~4(c) 所示, GGM 方法反演得到的海底地形模型如图 4(d) 所示。其中, 本研究方法使用的控制点数据和检核点数据与 GGM 方法相同。

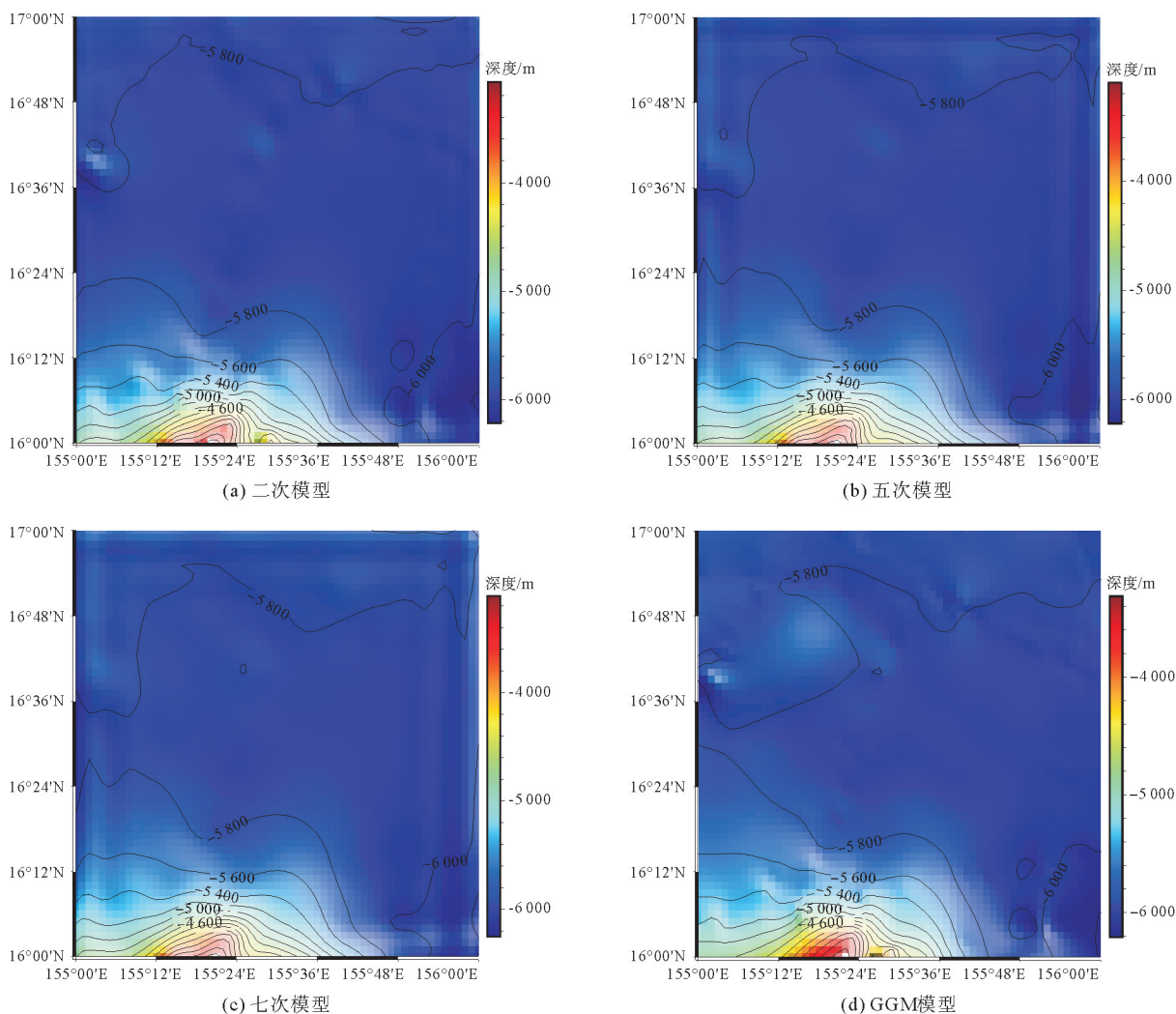


图 4 海底地形模型示意图

Fig. 4 Schematic diagram of seabed topographic model

对比图 4 可知, 本研究方法反演的海底地形与 GGM 模型相比, 在研究区域西北部呈较为平坦的特征, 而 GGM 方法存在小范围凸起, 但并未形成海山。由重力异常模型示意图(图 3(a))可以看出, 该区域存在小片凸起, 然而由于此处缺少船测控制点的约束, 本研究方法和 GGM 方法均未在此区域反演出大型海山。

以船测水深数据作为外部检核, 计算迭代模型在检核点处与船测水深的均方根误差, 均方根误差折线图如图 5 所示。由于迭代次数超过 8 次之后, 本研究区域均方根误差趋于发散, 故取前 8 次迭代模型进行分析。为了进一步验证所建立模型的可靠性, 引入 GEBCO2021 模型、topo_23.1 模型以及 DTU18 模型进行

对比分析。船测水深检核点处的均方根误差和相关系数如表 1 所示。

由表 1 可知,随着迭代次数的增多,迭代模型反演的水深最小值逐渐变小,到第八次模型趋于稳定,最小值与 topo_23.1、GEBCO2021 和 DTU18 模型相近,但与 GGM 和 ETOPO1 模型相比仍存在差距;水深最大值相对稳定,保持在 6 200 m 左右,与 5 个模型也较为接近,具有较高的可信度。在第 2 次迭代中,海底地形模型在船测检核点处的均方根误差为最小值 34.3 m,相关系数达 0.995 6,平均相对误差为 2.8%,相较于经典 GGM 方法的 39.3 m,精度提升了 12.7%。

为了分析船测检核点处的误差分布,选择均方根误差最小的二次模型与 GGM 模型,建立如图 6(a)与图 6(b)所示的误差分布统计图。

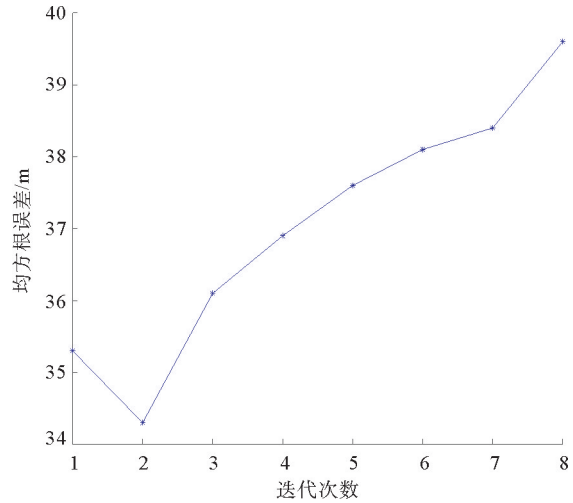


图 5 迭代模型均方根误差折线图

Fig. 5 Line graph of root mean square error for iterative models

表 1 海底地形模型数字信息统计表

Table 1 Statistical table of digital information on seabed topographic models

模型	最小值/m	最大值/m	平均值/m	均方根误差/m	相关系数
一次模型	3 071.3	6 198.9	5 747.2	35.3	0.995 4
二次模型	3 072.4	6 229.6	5 746.0	34.3	0.995 6
三次模型	3 077.6	6 247.7	5 748.9	36.1	0.995 2
四次模型	3 079.5	6 251.1	5 749.2	36.9	0.995 0
五次模型	3 085.5	6 245.1	5 750.4	37.6	0.994 8
六次模型	3 088.3	6 249.7	5 751.2	38.1	0.994 7
七次模型	3 093.2	6 246.9	5 750.7	38.4	0.994 6
八次模型	3 094.8	6 247.8	5 749.8	39.6	0.994 5
GGM	3 314.6	6 211.1	5 733.1	39.3	0.994 4
ETOPO1	2 020.6	6 127.7	5 660.5	136.5	0.973 1
GEBCO2021	2 807.4	6 214.6	5 694.9	60.8	0.986 9
DTU18	2 908.7	6 137.0	5 702.7	54.4	0.989 3
topo_23.1	2 963.5	6 211.6	5 695.7	84.8	0.977 4

通过图 6(a)与图 6(b)可以清晰地观察到,二次模型与船测检核点的误差多分布在±50 m 之内,只有少数点出现较大误差,其中最大差值达 588.2 m。迭代模型与 GGM 模型相比,误差分布更为集中,更符合正态分布曲线。同时,在船测检核点处,以模型水深与船测水深的绝对误差与船测水深之比作为相对误差,则相对误差 δ 为:

$$\delta = \Delta / h_{\text{check}} \quad (15)$$

式中: Δ 为检核点处模型水深与船测水深的绝对误差, h_{check} 为检核点处的水深,得到的相对误差如图 7(a)与图 7(b)所示。

由图(7)可以看出,二次模型大部分点位相对误差均在 20% 以内,相较于 GGM 模型精度更高。其中,GGM 模型位于研究区域西南部,即可能存在海山的地方,大部分船测点的相对误差高于 20%,说明在起伏较大区域,GGM 模型的误差较大。为进一步验证模型的可靠性,分别统计与 GGM 模型、GEBCO2021 模型、ETOPO1 模型、DTU18 模型和 topo_23.1 模型的差值,并且为了更好地与经典空间域方法 GGM 进行比较,统计了 GGM 模型与各海底地形模型间的差值,结果见表 2。

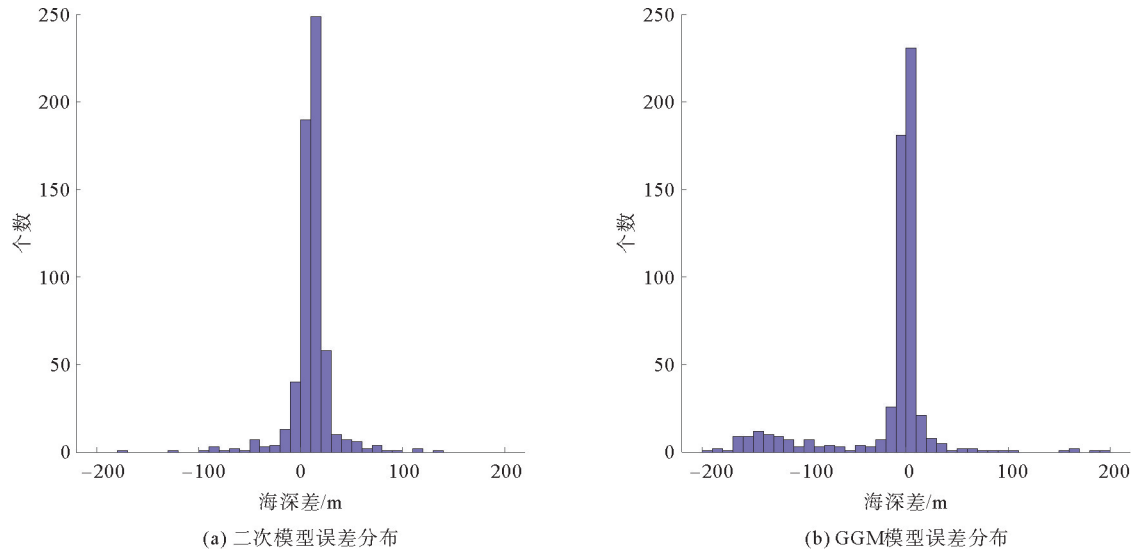


图 6 船测检核点处误差分布统计图

Fig. 6 Error distribution statistics at ship survey checkpoints

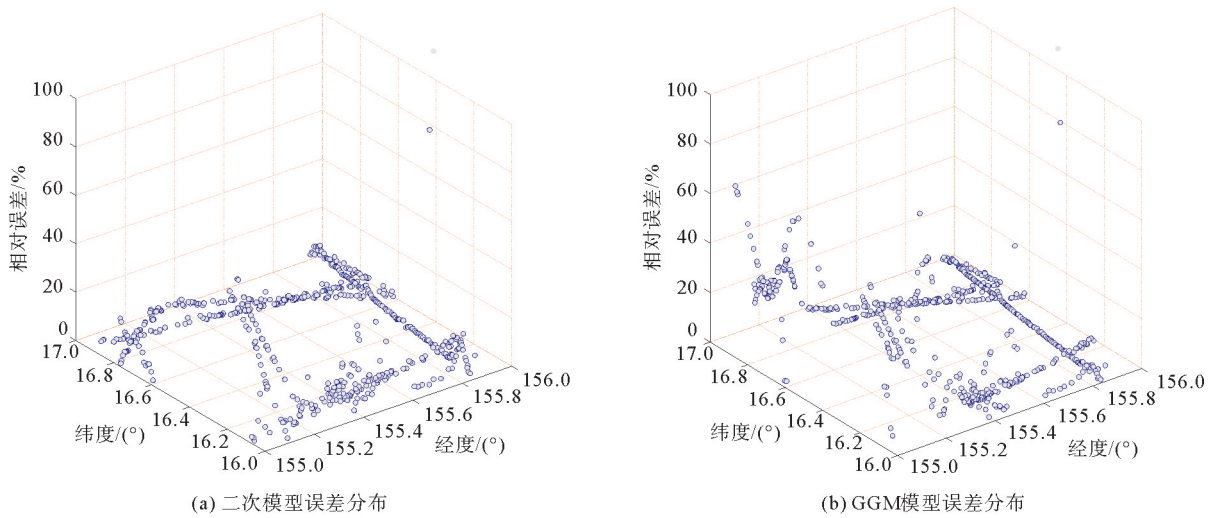


图 7 反演水深与船测水深对比误差统计示意图

Fig. 7 Schematic diagram of the error statistics of inversion bathymetry compared with the ship's measured bathymetry

表 2 不同海底地形模型间差值数字信息统计表

Table 2 Statistical table of numerical information on differences with different seabed topographic models

名称	最大值/m	最小值/m	平均值/m	均方根误差/m	相关系数
二次模型-GEBCO2021	1 577.8	0.010	85.1	216.3	0.854 3
二次模型-ETOPO1	1 588.6	0.002	117.8	226.7	0.906 0
二次模型-topo_23.1	1 712.6	0.050	83.4	194.1	0.860 7
二次模型-DTU18	1 449.2	0.030	79.9	195.3	0.900 8
二次模型-GGM	632.9	0.020	25.0	46.6	0.991 7
GGM-DTU18	1 246.9	0.120	76.0	212.8	0.870 6
GGM-ETOPO1	1 632.7	0.002	115.4	220.4	0.929 4
GGM-GEBCO2021	1 426.5	0.130	87.4	197.8	0.873 9
GGM-topo_23.1	1 711.7	0.020	83.5	213.4	0.861 4

根据表 2 结果,二次模型与 GGM 模型之间的相关系数达 0.991 7,且与 GEBCO2021、ETO-PO1、topo_23.1 和 DTU18 四种模型的均方根误差相比,二次模型与 GGM 模型具有显著的相似性,均方根误差的差值为±8.5 m。

3.3 正则化参数的选择

由于式(13)的可解性和收敛性较差,出现方程组奇异的情况,计算得出的值不能直接反映真实水深,因此加入正则化参数 α 防止过拟合,提升方程的可解性与收敛性,使方程组的计算值更接近真实水深。为探讨 α 的选值,分别选取正则化参数 α 为 0.1、1、5、8、10、100、1 000、10 000,经过 8 次迭代生成海底地形模型,与船测检核点进行误差分析,以均方根误差最小为准则,均方根误差示意图如图 8 所示。最终选取使反演模型精度最高的正则化参数作为后续迭代实验的固定参数,不同正则化参数的精度分析如表 3 所示。

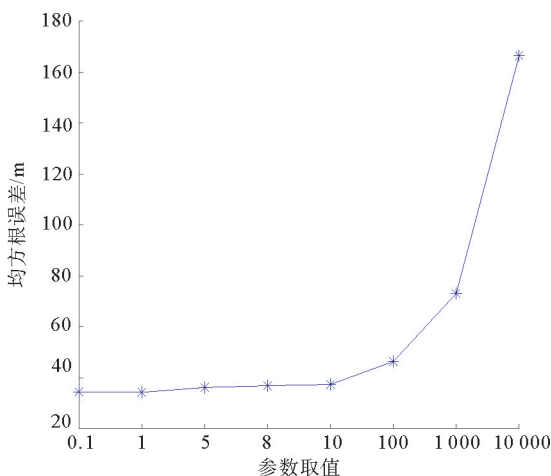


图 8 不同 α 取值下与船测检核点之间的均方根误差示意图

Fig. 8 Schematic representation of the root mean square error with respect to the ship's measurement checkpoints for different values of α

表 3 不同正则化参数的精度统计表

Table 3 Statistical table of accuracy with different regularization parameters

α 取值	最小值/m	最大值/m	平均值/m	均方根误差/m	相关系数
0.1	3 074.1	6 214.0	5 744.8	34.5	0.995 6
1	3 072.4	6 198.9	5 746.0	34.3	0.996 0
5	3 075.7	6 215.9	5 747.4	36.2	0.995 2
8	3 078.1	6 210.9	5 747.3	36.9	0.995 1
10	3 079.7	6 207.4	5 746.9	37.4	0.994 9
100	3 092.7	6 194.1	5 721.2	46.4	0.992 1
1 000	3 031.3	5 832.6	5 438.2	73.1	0.980 7
10 000	2 257.6	3 753.1	3 593.5	166.4	0.948 7

由图 8 与表 3 可知, α 的最佳取值范围一般在 0.1~10。当 α 等于 1 000 时,海底地形模型在迭代求解中与船测检核点数的均方根误差增至 73.1 m,相关系数降至 0.980 7。而当 α 取值等于 10 000 时,水深模型的最大值、最小值以及平均值均与 DTU18 模型的数值出现偏差,故 α 不适合取值大于 10 000。

3.4 边界效应的处理

在使用重力正演理论构建观测方程进行海底地形反演时,边缘效应的影响显著。为消除边缘效应,本研究采用无约束边缘网格扩充方法,最终得到的格网点示意图如图 9 所示,蓝色区域为通过双线性插值算法加密后的实验目标区域 R ,橙色区域为扩展区域 R' 。如图 10(a)所示,当不考虑边缘效应时,海底地形模型的边缘呈带状结构,完全不能反映真实的海底地形。

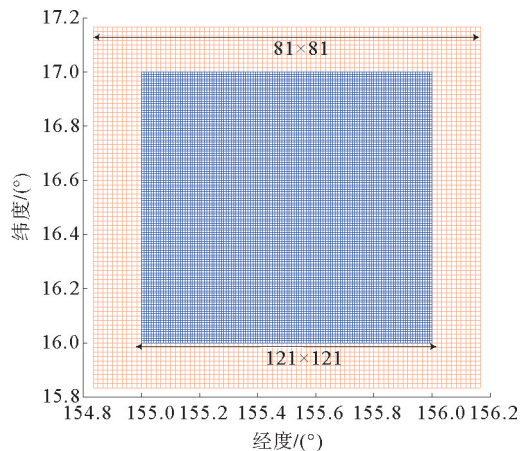


图 9 研究区域模拟格网示意图

Fig. 9 Schematic diagram of the modelled grid for the study area

消除误差后的海底地形模型示意图如图 10(b)所示,可以看出,边缘效应的改善相当显著。

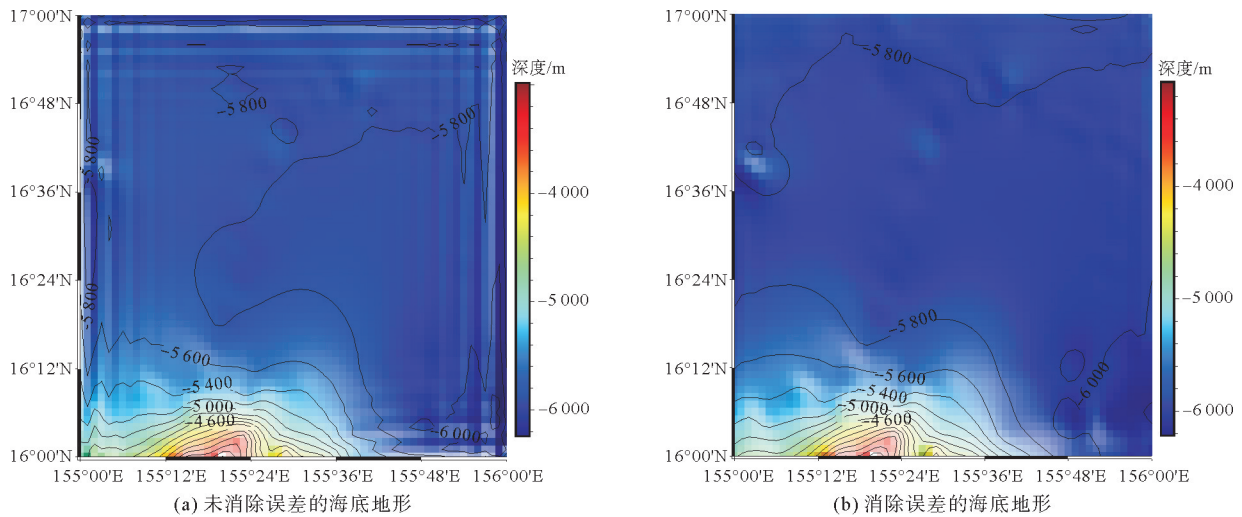


图 10 边缘效应处理示意图

Fig. 10 Schematic diagram of edge effect processing

4 结论

本研究针对传统地形反演算法间接引入经验参数的问题,结合重力正演公式,建立了海底地形与重力异常之间关系的迭代方程,并采用该算法构建了太平洋海域(155°E~156°E,16°N~17°N)的海底地形模型,经过实验对比分析,得出以下结论。

- 1) 基于重力正演理论反演海底地形迭代算法是可行性的,为后续海底地形反演研究提供新思路。
- 2) 引入正则化参数增强迭代方程组的可解性,当最大水深为 6.3 km 时,正则化参数的最佳取值范围为 0.1~10;通过双线性插值算法和无约束边界扩充手段,有效减弱了边缘效应对正演造成的中高频误差影响。
- 3) 本研究方法在海底地形起伏变化剧烈的区域,与船测水深对比,均方根误差为 34.3 m,精度略优于 GGM 方法。

在后续工作中,将利用地表水和海洋地形卫星数据构建更高分辨率和更高精度的重力异常数据,同时更细致地考虑地质和海洋资料以确定海山和海水的密度分布。

参考文献:

- [1] WEATHERALL P, MARKS K M, JAKOBSSON M, et al. A new digital bathymetric model of the world's oceans[J]. *Earth and Space Science*, 2015, 2(8): 331-345.
- [2] LYZENGA D R. Passive remote sensing techniques for mapping water depth and bottom features[J]. *Applied Optics*, 1978, 17(3): 379-383.
- [3] MCKENZIE D, BOWIN C. The relationship between bathymetry and gravity in the Atlantic Ocean[J]. *Journal of Geophysical Research*, 1976, 81(11): 1903-1915.
- [4] 阳凡林, 沈瑞杰, 梅赛, 等. 联合重力异常和重力垂直梯度异常数据反演皇帝山海域海底地形[J]. *海洋学报*, 2022, 44(12): 126-135.
YANG Fanlin, SHEN Ruijie, MEI Sai, et al. Inversion of seafloor topography in Emperor Seamount sea area by combined gravity anomalies and vertical gravity gradient anomalies data[J]. *Haiyang Xuebao*, 2022, 44(12): 126-135.
- [5] 许闯, 黎晋博, 吴云龙. 改进的重力地质法及其在中国南海地区海底地形反演中的应用[J]. *武汉大学学报(信息科学版)*, 2023, 48(6): 891-901.
XU Chuang, LI Jinbo, WU Yunlong, et al. Improved gravity-geologic method and its application to seafloor topography

- inversion in the South China Sea[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2023, 48(6): 891-901.
- [6] HSIAO Y S, HWANG C W, CHENG Y S, et al. High-resolution depth and coastline over major atolls of South China Sea from satellite altimetry and imagery[J]. *Remote Sensing of Environment*, 2016, 176: 69-83.
- [7] 王永康, 周兴华, 唐秋华, 等. 应用重力地质法反演马里亚纳海沟地形[J]. *海洋科学进展*, 2020, 38(4): 708-716.
WANG Yongkang, ZHOU Xinghua, TANG Qiuhua, et al. Predicting bathymetry in Mariana Trench using gravity-geologic method[J]. *Advances in Marine Science*, 2020, 38(4): 708-716.
- [8] SMITH W H F, SANDWELL D T. Bathymetric prediction from dense satellite altimetry and sparse shipboard bathymetry [J]. *Journal of Geophysical Research*, 1994, 99(B11): 21803-21824.
- [9] PARKER R L. The rapid calculation of potential anomalies[J]. *Geophysical Journal of the Royal Astronomical Society*, 1973, 31(4): 447-455.
- [10] 郭金运, 魏志杰, 祝程程, 等. 基于重力异常迭代延拓的南海海底地形反演[J]. *山东科技大学学报(自然科学版)*, 2021, 40(4): 1-10.
GUO Jinyun, WEI Zhijie, ZHU Chengcheng, et al. Bathymetry inversion of South China Sea based on iterative continuation of gravity anomalies[J]. *Journal of Shandong University of Science and Technology(Natural Science)*, 2021, 40(4): 1-10.
- [11] FAN D, LI S S, MENG S Y, et al. Applying iterative method to solving high-order terms of seafloor topography[J/OL]. *Marine Geodesy*, 2019. DOI:10.1080/01490419.2019.1670298.
- [12] NAGY D. The gravitational attraction of a right rectangular prism[J]. *Geophysics*, 1966, 31: 362-371.
- [13] 徐焕, 于锦海, 安邦, 等. 利用垂直重力梯度异常反演海底地形的解析方法[J]. *测绘学报*, 2022, 51(1): 53-62.
XU Huan, YU Jinhai, AN Bang, et al. An analytical method for bathymetry inversion using vertical gravity gradient anomaly[J]. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica*, 2022, 51(1): 53-62.
- [14] YU J H, AN B, XU H, et al. An iterative algorithm for predicting seafloor topography from gravity anomalies[J/OL]. *Remote Sensing*, 2023, 15. DOI:10.3390/rs15041069.
- [15] ABULAITIJIANG A, ANDERSEN O B, SANDWELL D. Improved Arctic Ocean bathymetry derived from DTU17 gravity model[J]. *Earth and Space Science*, 2019, 6: 1336-1347.

(责任编辑:高丽华)