

# 基于双探头多波束内部重叠区约束的 横摇安装残差探测与校正

刘超平<sup>1</sup>, 吴冬强<sup>2</sup>, 黄毅<sup>3</sup>, 卜宪海<sup>1</sup>, 李晓勇<sup>3</sup>, 许方正<sup>1</sup>, 阳凡林<sup>1</sup>

(1. 山东科技大学 测绘与空间信息学院, 山东 青岛 266590;

2. 广州海洋地质调查局, 广东 广州 511400; 3. 91001 部队, 北京 100071)

**摘要:**针对双探头多波束测深系统换能器安装校正后仍存在角度残差的问题,本研究提出一种基于双探头多波束内部重叠区约束换能器横摇安装残差探测与校正方法。首先分析测量过程中横摇安装残差的存在对海底地形的影响,利用相邻测线局部平坦地形数据为约束,采用随机抽样一致(RANSAC)算法进行平面拟合,探测并获取两平面夹角,实现一侧探头横摇安装残差校正;然后,基于双探头多波束同一测线两探头内部重叠区域为约束,利用RANSAC算法探测和获取另一侧探头横摇安装残差;最后,完成双探头多波束横摇安装残差的精确校正。实验结果表明:本算法可有效探测横摇安装残差,改正后相邻测线重叠区域水深不符值小于0.5 m的点云数占99%以上,其中测线间均值为0.043 m,标准差为0.003 m,优于Patch test的0.099和0.008 m;测线内两探头重叠区水深不符值的均值为0.006 m,标准差为0.006 m,优于Patch test的0.009和0.021 m,具有良好一致性。

**关键词:**双探头多波束;RANSAC算法;平面拟合;横摇安装残差;自动校正

中图分类号:P229

文献标志码:A

## Detection and calibration of roll installation residuals based on constraints of dual-head multibeam overlapping regions

LIU Chaoping<sup>1</sup>, WU Dongqiang<sup>2</sup>, HUANG Yi<sup>3</sup>, BU Xianhai<sup>1</sup>,

LI Xiaoyong<sup>3</sup>, XU Fangzheng<sup>1</sup>, YANG Fanlin<sup>1</sup>

(1. College of Geodesy and Geomatics, Shandong University of Science and Technology, Qingdao 266590, China;

2. Guangzhou Marine Geological Survey, Guangzhou 511400, China; 3. Unit 91001, Beijing 100071, China)

**Abstract:** To solve the problem that there is still an angular deviation after the installation and calibration of the transducer in the dual-head multibeam sounding system, this study proposed a method for the detection and calibration of roll installation residuals of transducers based on the constraints of the dual-head multibeam internal overlapping regions. Firstly, the influence of the existence of roll installation residuals on submarine topography during the measurement process was analyzed, and using the local flat terrain data of the adjacent survey line as the constraint and the random sample consensus(RANSAC) algorithm for planar fitting, the angle between the two planes was detected and obtained, thus realizing the calibration of the roll installation residuals on one side of the head. Then, based on the constraint of the internal overlapping region of the two heads of the same survey line with multiple beams and two heads, the RANSAC algorithm was used to detect and obtain the mounting residuals of the other side of the head. Finally, the accurate calibration of the dual-head multibeam roll installation residuals was

收稿日期:2024-08-18

基金项目:国家自然科学基金青年科学基金项目(42204049);山东省自然科学基金青年基金项目(ZR2022QD008)

作者简介:刘超平(1999—),男,四川巴中人,硕士研究生,主要从事海底地形地貌测量的研究。

卜宪海(1990—),男,山东济宁人,副教授,博士,主要从事海底地形地貌测量研究,本文通信作者。

E-mail:buxianhai2012@163.com

completed. The experimental results show that the algorithm can effectively detect the roll installation residuals. The number of point clouds with water depth discrepancies less than 0.5 m in the overlapping areas of adjacent survey lines accounts for more than 99%. The mean value between survey lines is 0.043 m and the standard deviation is 0.003 m, which are better than that of the patch test of 0.099 m and 0.008 m. The mean value and standard deviation of the water depth discrepancy in the overlap area of the two heads in the survey line are both 0.006 m, which are better than the 0.009 m and 0.021 m of the patch test, indicating that the algorithm has good consistency.

**Key words:** dual-head multibeam; RANSAC algorithm; planar fitting; roll installation residuals; auto-calibration

多波束测深是当前获取水下地形地貌的关键技术之一。随着探测效率需求的提升,双探头多波束系统逐渐在实际工程中投入使用。与传统单探头多波束相比,双探头多波束常拥有两个发射与接收阵列或者一个发射与两个接收阵列来获取更大的波束开角<sup>[1]</sup>,从而实现6倍水深以上覆盖宽度的海底地形高效测量<sup>[2]</sup>。多波束换能器安装角度的精确程度直接影响到多波束数据的质量。因此,研发精准、自动化的多波束安装残差校准方法仍是当前多波束研究的热点。双探头多波束多利用固定支架进行安装,但支架在水下受到水流长时间冲击或在安放过程中不可避免地受到外界力的影响<sup>[3]</sup>,安装角度可能存在一定残差,因此需要进行精确探测和校准。

多波束换能器安装偏差校准主要包括横摇、纵摇、艏向偏差和导航延迟。随着全球卫星导航系统(global navigation satellite system, GNSS)秒脉冲时间同步技术的广泛应用,导航延迟误差基本不再考虑<sup>[4]</sup>。在三个安装角度中,横摇残差对海底地形的影响远大于纵摇偏差和艏向偏差,且横摇残差在相邻条带拼接中表现为V字形假象,因此多波束横摇安装角校准及残差探测受到广泛关注。对于拥有更大开角的双探头条带,该现象更为明显。故本研究重点研究双探头多波束横摇安装残差的自动探测与校准。

经典的多波束偏差校准方法是“斑片试验”<sup>[5]</sup>,通过设计专门的检校线,利用特殊地形数据求取安装偏差,该方法已被写入CARIS Hips、Neptune等多波束采集和数据处理软件中。也有一些自动校正算法,如Bjørke<sup>[6]</sup>提出一种通过布设合理的测线,运用最小二乘法进行安装偏差的校准,该方法在最大程度上利用了海底地形数据,但计算流程复杂。孙文川等<sup>[7]</sup>在进行换能器横摇安装二次校准时,利用往返测线中重合部分的两ping点云解算出其夹角,取得了较好的效果。Seube等<sup>[8]</sup>选取重叠区域内的海底平面地形数据进行拟合平面,采用多波束-惯导视准轴自动校准(multibeam-IMU boresight automatic calibration, MIBAC)方法获得四个校正参数,完成多波束测深系统校准。李铁等<sup>[9]</sup>在进行多波束安装偏差整体校准时,将点云转换成图像并通过尺度不变特征交换(scale-invariant feature transform, SIFT)匹配求取特征点,进而完成三个偏差角度校准。刘建勋等<sup>[10]</sup>使用两步法计算多波束校正参数,基于相邻条带几何关系实现安装偏差由粗到精两步校准。季刚<sup>[11]</sup>通过相邻条带中同名点对坐标差建立关系,构建平差方程完成校正参数的探测。阳凡林等<sup>[12]</sup>分析了运动传感器的偏移对横摇偏差的影响,并通过实例数据进行了偏移探测和校正。丰启明等<sup>[13]</sup>研究了双探头多波束测深系统误差校正的特点,在分析单一探头偏差校正测线布设的基础上,提出了双头多波束系统误差校正的测线布设方案,并完善了双头多波束系统安装参数校正的流程。

综上所述,当前国内外研究中对于双探头多波束安装偏差校准鲜有报道,大多按照单探头方法进行逐个探头人工校正,并需要多次调整才能得到最佳改正角度。因此,针对双探头多波束存在的横摇安装残差角,本研究基于相邻测线局部平坦区域,充分利用相邻条带和双探头内部的重叠区域作为约束,研究利用随机抽样一致(random sample consensus, RANSAC)算法探测和获取横摇安装残差,并通过实际测量数据与商业软件Qimera中的Patch test校正结果予以验证。

## 1 横摇安装残差的影响

当多波束换能器与其他辅助传感器安装在理想的位置时,在平缓海底的测区内沿相同测线进行来回测量,将测得的地形数据在垂直船的行驶方向作正投影,两次投影地形应完全吻合。当两个探头存在横摇残差

时,会造成相邻条带重合部分在垂直航迹投影面产生“X”状交叉假地形。除相邻测线之间,同一测线内部左右探头重叠区域也会出现交叉,如图 1 所示。

设船舶的重心为坐标系原点  $O$ ,  $X$  轴正方向为船艏方向,  $Y$  轴正方向为船体右舷方向,  $Z$  轴正方向为船体垂直向下方向。假设在水深为  $H$  的平坦海底的海域,测量船工作时的波束角为  $\alpha$ ,在不考虑姿态角影响情况下,波束传播距离为  $R = H/\cos \alpha$ 。当存在横向角度残差  $\theta$  时,会导致波束测量区实际的波束入射角变为  $\alpha - \theta$ ,由此可得角度偏移,如式(1)所示<sup>[14]</sup>。

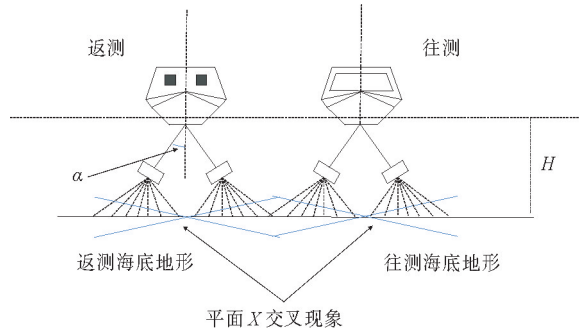


图 1 换能器横摇安装残差影响示意图

Fig. 1 Schematic diagram of the effect of transducer roll installation residuals

$$\begin{cases} \Delta x_i = 0, \\ \Delta y_i = H \frac{\sin(\alpha - \theta) - \sin \alpha}{\cos \alpha}, \\ \Delta z_i = H \frac{\cos(\alpha - \theta)}{\cos \alpha - 1}. \end{cases} \quad (1)$$

式中,  $x_i$ 、 $y_i$  和  $z_i$  分别表示第  $i$  个水深点的坐标。由式(1)可知,在不考虑姿态角影响的情况下,横摇角度残差只对多波束测量数据点的  $Y$  坐标和  $Z$  坐标产生影响,而对  $X$  坐标无影响。不同类型的安装偏差校准时需要不同的海底地形数据,本研究选用平缓的海底地形数据进行横摇安装残差校正,因此不受到其他偏差的影响<sup>[15]</sup>。

## 2 校准方法及流程

根据横摇残差的特性,需要利用往返相邻测线的交叉部分对左右两个换能器进行校准。于平坦测区选取两条相邻、反向测量的地形数据,将多波束点云坐标按不同探头测得的数据拆分开,即可得到四个条带数据。其中,中间两条带为同一探头测得,称其为内侧探头,将各个探头测得的地形数据近似看作平面,进而探测双探头多波束横摇安装残差值。由于最小二乘法进行平面拟合时,易受测深点中异常值的影响,造成拟合平面与真实海底地形存在偏差。因此,本研究采用的 RANSAC 算法对海底地形进行平面拟合,通过设置合理的阈值,对小于阈值的地形点进行平面模型估算,得到更符合真实地形的拟合平面。

### 2.1 RANSAC 平面拟合

为获得准确地形平面,本研究采用 RANSAC 算法拟合平面<sup>[16]</sup>,原理为:设实验区域的点云数为  $N$ ,在样本点云中随机选取  $K$  个点云,被选取的点云集假设为局内点。具体步骤为:

1) 得到适用于局内点的模型,即未知模型参数均能从假设的局内点计算求得,在目标点云集中随机选取用于平面拟合的  $K$  个点云,计算得出平面模型为:

$$Ax + By + Cz + D = 0. \quad (2)$$

式中,  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$  为平面模型参数。

2) 设定循环阈值为  $c$ ,通过 RANSAC 方法第  $i+1$  步迭代过程如下,用余下的点云检验估计的模型,计算点云到平面的距离  $D_i$  为:

$$D_i = \frac{|Ax_i + By_i + Cz_i + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}. \quad (3)$$

式中:当  $D_i$  小于  $c$ ,则局内点个数+1;反之,则局外点个数+1,进入下一次迭代循环。

3) 通过迭代计算更新模型。如果迭代获得的点云数量超过先前模型保存的数量,则迭代模型参数,内点多的模型参数被保留。

4) 步骤 1)到步骤 3)进行迭代,重复  $M$  次,选择内点数量最多的模型,设  $P$  为内点的概率,则

$$Z = 1 - (1 - P^K)^M \quad (4)$$

式中,  $Z$  表示  $M$  次循环中至少有一次成功的概率。根据阈值大小和要求内点所占比例确定循环的次数

$$M = \log_{(1-P^K)}^{(1-Z)} \quad (5)$$

式中,如果有足够多的点被判定为局内点,则表明估计的模型比较合理,利用获得的全部局内点重新计算模型,验证与实际要求是否符合,再通过计算局内点与模型的错误率来评定模型。

## 2.2 横摇安装残差角的确定

双头多波束测深系统的安装参数校准要比单头多波束的特殊和复杂<sup>[10]</sup>,尤其数据处理阶段需要特定的校正流程:①为提高校准效率,两条反向同速的校准测线需要分开布置,并确保相邻测线间采集的左右探头数据存在重叠区域;②通过相邻反向测线内侧探头测得的数据求出内侧探头的安装角度,再以内侧探头安装角为约束,通过同一测线内左右探头测得的平面法向量计算另一侧探头的横摇残差值;③通过算法迭代方式计算海底地形的平面方程,一般形式为  $ax + by + cz + d = 0$ ,法向量分别为:  $\mathbf{n}_1 = (a_1, b_1, c_1)$ ,  $\mathbf{n}_2 = (a_2, b_2, c_2)$ ;④进而求得测线内侧两平面之间的夹角  $\theta$  ( $0^\circ < \theta < 90^\circ$ );⑤最后求得残差角为  $\beta = 0.5\theta$ 。

$$\theta = \cos^{-1} \left( \frac{\mathbf{n}_1 \times \mathbf{n}_2}{|\mathbf{n}_1| |\mathbf{n}_2|} \right) \quad (6)$$

同理,利用单一测线内左右探头之间的夹角计算另一侧探头的安装角度参数,完成横摇安装残差的校准。为便于理解,将上述拟合算法与校准步骤绘制成流程图,如图 2。

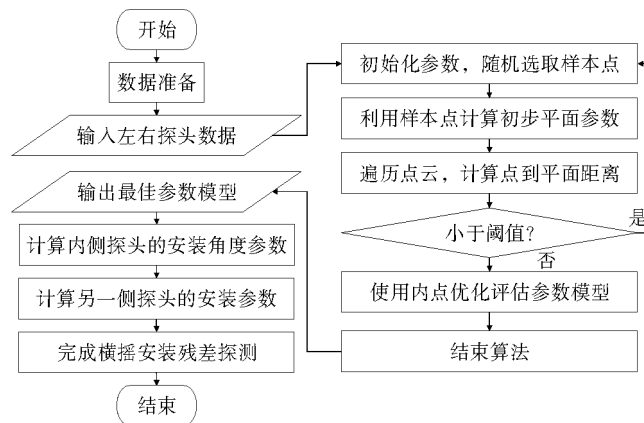


图 2 多波束横摇安装残差探测及校正流程图

Fig. 2 Flow chart of residual detection and calibration of multibeam roll installation

## 3 实验与分析

### 3.1 数据介绍

本研究实验数据选取某单位 2008 年采集的欧洲某海域海底地形数据。水深数据采用 EM3002D 双探头多波束系统,每个换能器的发射频率为 295 kHz,每 ping(多波束测深系统工作时的数据计量单位)含有 254 个点云,波束开角为  $120^\circ$ 。在横摇残差探测实验前,对多波束测深数据进行声线跟踪、潮位改正和噪声滤波等预处理操作。选用 Qimera 软件中“Patch test”模块校正处理后的数据进行对比分析。

实验区域测线布置如图 3 所示,选取测区四条测线,编号为 1~4,有效重叠覆盖率满足横摇安装残差校准规范最低 30% 的要求。在实验测区中,西南区域存在相对平坦的区域,因此选用该区域 1、2 号相邻测线数据进行横摇残差实验,测区中地形变化复杂区用于验证校准结果的有效性。该区域地形无较大起伏,平均水深约 60 m,由于横摇安装残差的影响,条带间地形数据的重合部分存在一定水深误差。

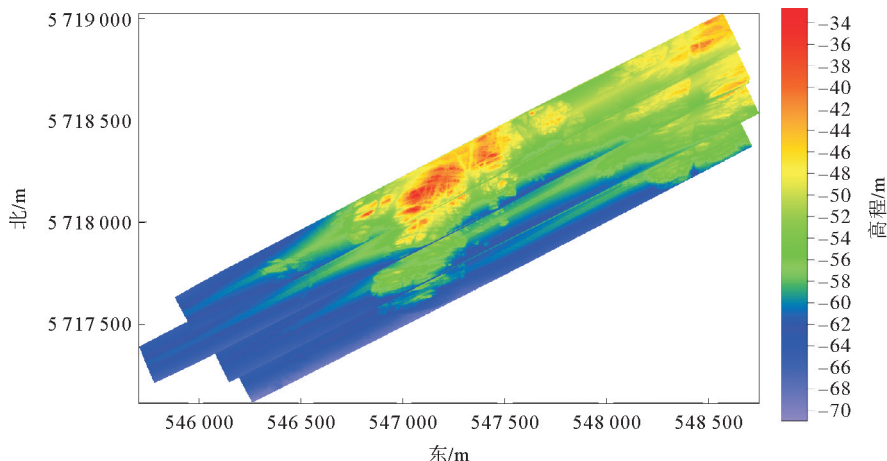


图 3 实验区域概况图

Fig. 3 Overview of the experimental area

表 1 为多波束两个探头在船体坐标系中的安装参数,经该参数归算出的海底地形数据存在残差角。根据以往数据处理经验判断,造成这种现象的原因是换能器安装偏差校准不彻底引起的水底倾斜,或在安装及使用过程中受到各种外界因素的干扰,使得换能器的位置和角度发生偏移。

表 1 换能器左右探头在载体坐标系中的安装参数

Table 1 Mounting parameters of the transducer left and right probes in the carrier coordinate system (°)

探头类型	横向倾角	纵向倾角	艏向倾角
左侧探头	30.540	-0.120	1.320
右侧探头	-30.649	0.140	0.440

### 3.2 横摇安装残差计算与分析

选取实验区域 1、2 号两条测线的四个探头的条带数据,截取局部平坦地形数据,其剖面地形如图 4(a)、4(c)所示。可以看出,在横摇安装残差的影响下四个条带的地形剖面均出现“X”状地形突变。为了消除此类误差,利用图 2 给出的处理流程,阈值设为 0.1,对截取的局部地形数据进行横摇安装残差计算。从四个条带截取局部地形中内(左)侧的两个条带数据,计算得到其近似平面方程分别为:

$$\begin{cases} 0.013\ 352\ 8x - 0.022\ 780\ 8y - 0.999\ 651z + 122\ 885 = 0, \\ 0.018\ 715\ 3x - 0.039\ 631\ 6y + 0.999\ 039z + 216\ 428 = 0. \end{cases} \quad (7)$$

进而得到两个地形平面的法向量,由式(6)可得左侧探头安装残差改正值为 2.026°。同理,再利用 1 号测线中左右探头的两条带数据,采用已确定的横摇安装角的左侧探头地形平面为约束,将右侧探头数据向左侧探头进行旋转改正,求得右侧探头安装残差改正值为 2.769°。将求出的残差改正值叠加到表 1 横向倾角上,则左右探头横向安装角分别为 32.566°和 -33.649°,其他安装参数值不变,对地形重新进行归算,归算后的三维地形在图像区域中展开,如图 4(b)、4(d)所示。

由图 4 可以看出,加入残差改正后的海底地形起伏大幅减弱,左右探头之间重叠情况良好,实现了双探头多波束测深系统横摇安装残差的有效计算与自动校准。为了验证本算法的可靠性,将本算法与 Patch test 得到的结果进行对比。改正后水深点到平面模型距离的均方根误差分别为 1.476 和 2.111 m,符合算法阈值的数量分别为 71.25%和 59.32%(表 2)。由此可知,本研究得到的横摇改正值优于 Qimera 软件中的 Patch test 校正。

为了进一步分析该算法的准确性,分别统计本算法和 Patch test 后的 1、2 号两相邻测线重叠区域和 1 号测线内重叠区域的水深不符值。在相邻测线重叠区域中,本算法得到的水深不符值的均值为 0.043 m,优于 Patch test 的 0.099 m,标准差分别为 0.003 和 0.008 m。在单条测线两探头重叠区域中,本算法得到的水深不符值均值为 0.006 m,优于 Patch test 的 0.009 m,标准差分别为 0.006 和 0.021 m。水深不符值分布趋势如图 5 所示,由图 5 中拟合曲线(红实线)可以看出,经本算法改正后,同名点水深不符值分布更接近

正态分布,充分证明了本算法自动校正的可行性。

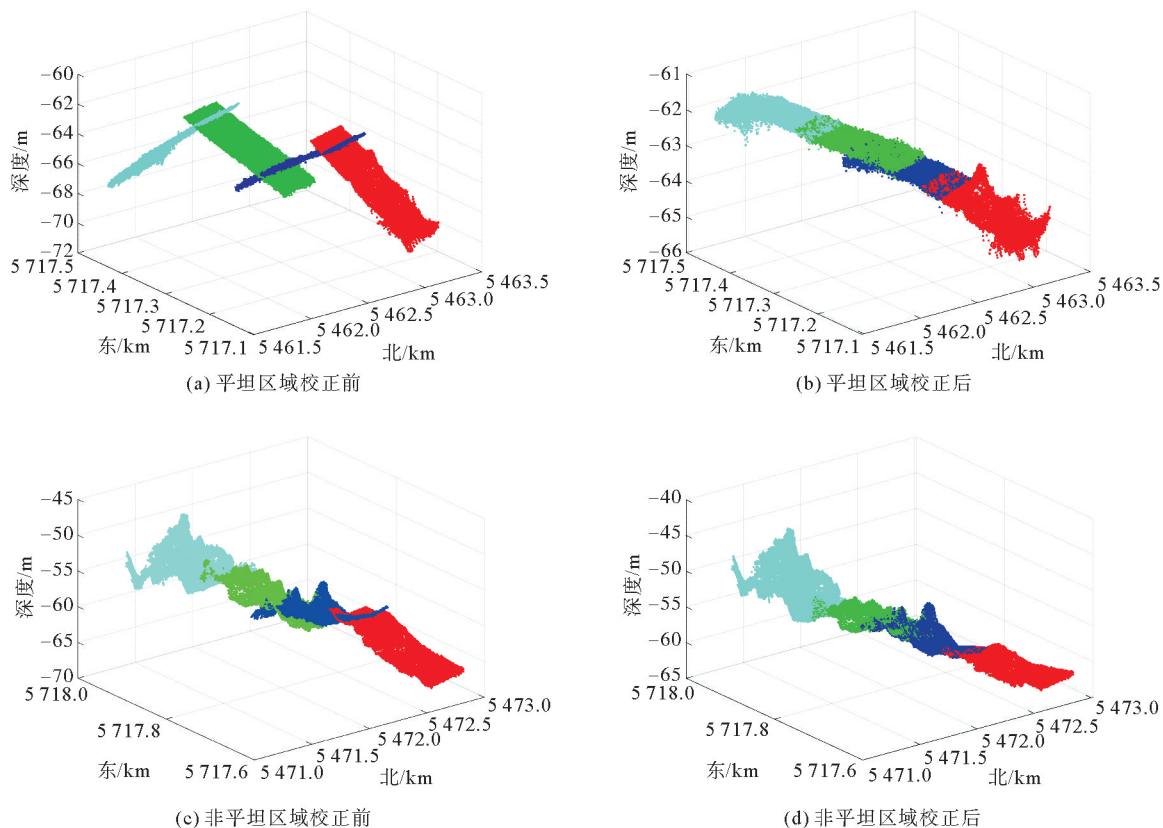


图4 横摇残差校正前后的局部海底地形图

Fig. 4 Topography of the seabed before and after roll residuals calibration

## 4 结论

本研究针对双探头多波束横摇安装残差探测与校准问题,充分利用平坦区相邻测线和双探头内部重叠区地形为约束,基于RANSAC算法实现了横摇残差的解算,并与Qimera软件中的Patch test校正结果进行对比,得到以下结论。

- 1) 利用RANSAC算法可对局部平坦海底地形进行有效拟合,从而探测和计算双探头多波束中存在的横摇安装残差角;
- 2) 本研究的校正方法采用双探头内部重叠区作为约束,可有效简化常规横摇校准方法中对每个探头均需要往返重叠区的要求;
- 3) 本研究方法相较于Patch test在校正角度和自动化程度上均有一定优势,可为双探头多波束校准研究提供参考。

当然,多波束测深安装偏差中横摇、纵摇和艏摇三者对水深的影响存在耦合现象,因此通常按照横摇、纵摇和艏摇的顺序逐次校准,再反复迭代调整,直至重叠区地形趋于吻合。本研究方法旨在校正双探头多波束横摇安装残差,忽略纵摇和艏摇残差的影响,因此仅限于纵摇和艏摇残差影响不明显的情况。为了充分考虑横摇、纵摇和艏摇三个安装残差的耦合影响,需进一步研究三个偏差角整体校准方法,提升双探头多波束安装偏差角校准的精度和客观性。

表2 实验测线校正后水深值分析统计表

Table 2 Statistics of water depth value analysis after calibration of experimental survey line

算法	水深值均方根误差/m	符合阈值点云所占比例/%
本研究算法	1.476	71.25
Patch test	2.111	59.32

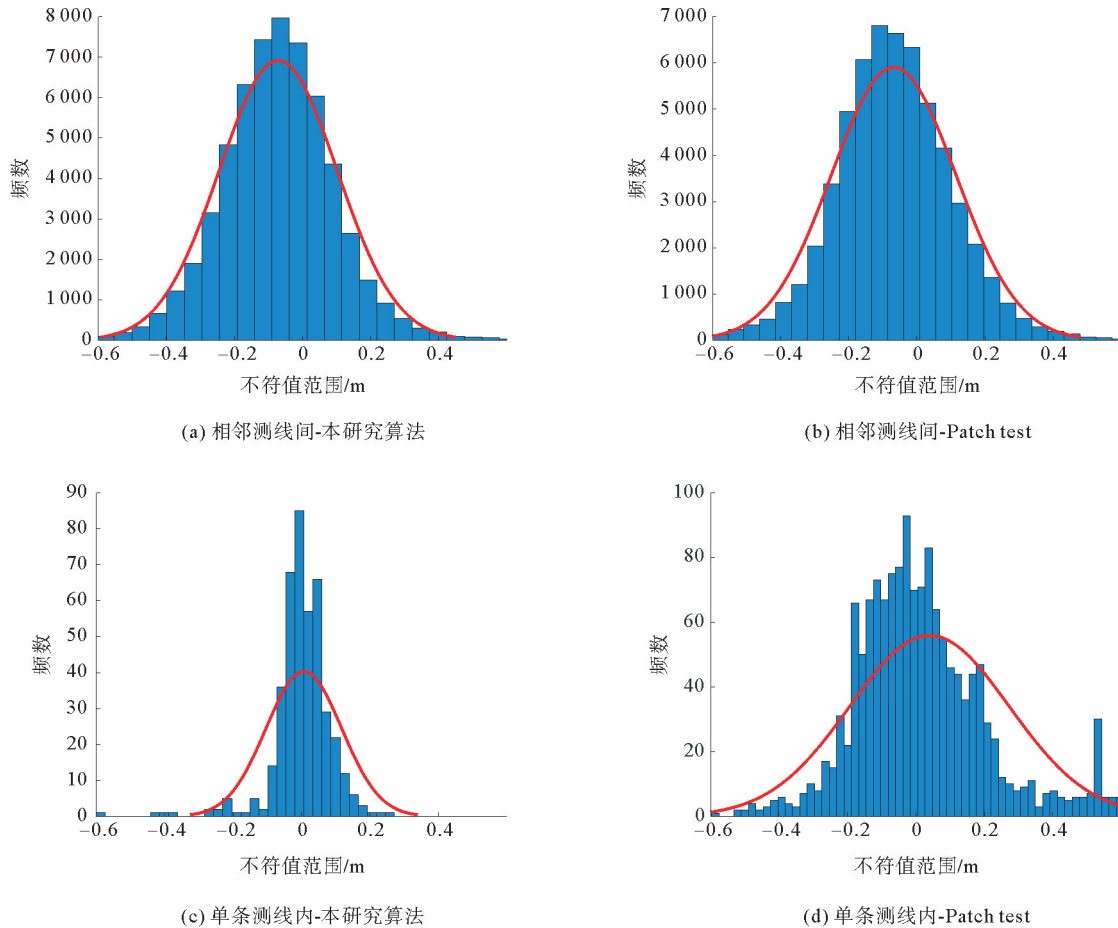


图5 测线重叠区域水深不符值分布图

Fig. 5 Distribution of water depth discrepancies in the overlapping areas of survey lines

参考文献:

[1] 王舒文,刘晓东,曹金亮,等.深水多波束测深声纳多条带探测模式研究与实现[J].海洋测绘,2022,42(2):22-27.  
WANG Shuwen,LIU Xiaodong,CAO Jinliang,et al. Research and implementation of multi-ping survey mode of deepwater multibeam echo sounder[J]. Hydrographic Surveying and Charting,2022,42(2):22-27.

[2] GRZADZIEL A,WAŻ M. Estimation of effective swath width for dual-head multibeam echosounder[J]. Annual of Navigation,2016,23(1):173-183.

[3] 黄辰虎,陆秀平,欧阳永忠,等.多波束水深测量误差源分析与成果质量评定[J].海洋测绘,2014,34(2):1-6.  
HUANG Chenhu,LU Xiuping,OUYANG Yongzhong,et al. Analysis of error source and quality assessment about multibeam sounding product[J]. Hydrographic Surveying and Charting,2014,34(2):1-6.

[4] KEYETIEU R,SEUBE N,DJINE V,et al. Multi-beam echo sounders-INS automatic latency calibration[J]. Marine Geodesy, 2018,41(5):477-493.

[5] GUÉRIOT D,CHÈDRU J,DANIEL S,et al. The patch test: A comprehensive calibration tool for multibeam echosounders [C]// OCEANS 2000 MTS/IEEE Conference and Exhibition. IEEE,2000:1655-1661.

[6] BJØRKE J T. Computation of calibration parameters for multibeam echo sounders using the least squares method[J]. IEEE Journal of Oceanic Engineering,2005,30(4):818-831.

[7] 孙文川,暴景阳,金绍华,等.一种多波束换能器横摇角度偏差二次校准方法[J].武汉大学学报(信息科学版),2016,41(11):1440-1444.  
SUN Wenchuan,BAO Jingyang,JIN Shaohua,et al. A re-calibration method for roll bias of multi-beam sounding system [J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University,2016,41(11):1440-1444.

- [8] SEUBE N, KEYETIEU R. Multibeam echo sounders-IMU automatic boresight calibration on natural surfaces[J]. *Marine Geodesy*, 2017(3):172-186.
- [9] 李铁, 周丰年, 赵建虎. 多波束系统安装偏差整体校准的地形特征匹配方法[J]. *测绘学报*, 2019, 48(4):512-519.  
LI Tie, ZHOU Fengnian, ZHAO Jianhu. Overall calibration method of multibeam echo sounder installation biases based on terrain feature matching[J]. *Acta Geodaetica et Cartographica Sinica*, 2019, 48(4):512-519.
- [10] 刘建勋, 韩李涛, 蒋利, 等. 两步法的多波束校正参数精准可视计算[J]. *测绘科学*, 2019, 44(4):95-101.  
LIU Jianxun, HAN Litao, JIANG Li, et al. Accurate visual computation of multi-beam calibration parameters based on two-step method[J]. *Science of Surveying and Mapping*, 2019, 44(4):95-101.
- [11] 季刚. 多波束换能器安装偏差计算方法[J]. *信息技术与信息化*, 2020(1):104-107.
- [12] 阳凡林, 卢秀山, 李家彪, 等. 多波束勘测运动传感器偏移的改正方法[J]. *武汉大学学报(信息科学版)*, 2010, 35(7):816-820.  
YANG Fanlin, LU Xiushan, LI Jiabiao, et al. Correction of imperfect alignment of MRU for multibeam bathymetry data [J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*, 2010, 35(7):816-820.
- [13] 丰启明, 邓志军, 葛健, 等. 双头多波束测深系统的参数校准[J]. *海洋测绘*, 2012, 32(1):25-27.  
FENG Qiming, DENG Zhijun, GE Jian, et al. System parameter calibration of dual-head multibeam system[J]. *Hydrographic Surveying and Charting*, 2012, 32(1):25-27.
- [14] WEI Y K, LI H, LU D, et al. Dynamic calibration for multi-beam bathymetric system based on characteristic data processing[C]//The 2010 IEEE International Conference on Information and Automation. Harbin, Jun. 20-23, 2010:1548-1552.
- [15] 李丁硕, 易成, 张德志. 多波束测深系统在海底特征地物测量中的应用[J]. *地矿测绘*, 2020, 36(1):5-9.  
LI Dingshuo, YI Cheng, ZHANG Dezhi. Application of seafloor characteristic feature measurement on multibeam bathymetric system[J]. *Surveying and Mapping of Geology and Mineral Resources*, 2020, 36(1):5-9.
- [16] 张中岳, 周惠兴, 王舜, 等. 基于RANSAC的WTLS平面拟合算法研究[J]. *国外电子测量技术*, 2022, 41(6):93-98.  
ZHANG Zhongyue, ZHOU Huixing, WANG Shun, et al. Research on algorithm of plane fitting of RANSAC-WTLS[J]. *Foreign Electronic Measurement Technology*, 2022, 41(6):93-98.

(责任编辑:高丽华)