

基于四元数自适应扩展卡尔曼滤波算法的 航姿参考系统设计

王晓伟¹, 刘欣¹, 王欣¹, 邵巍², 程金晶¹, 徐江燕¹, 刘军¹

(1. 青岛智腾微电子有限公司, 山东 青岛 266112; 2. 青岛科技大学 自动化与电子工程学院, 山东 青岛 266061)

摘要: 针对海上无人设备航姿高精度测量需求, 本研究提出一种基于四元数自适应扩展卡尔曼滤波器(AEKF)的航姿参考系统设计方案。首先, 在对低成本微机电系统惯性器件进行误差补偿的基础上, 选取四元数、陀螺仪零偏以及加速度计零偏作为状态量, 融合加速度和磁强度作为观测量进行修正。然后, 利用加速度量测新息特征对运动加速度进行识别, 并设计自适应权重因子动态调整 AEKF 的量测噪声协方差, 优化姿态解算过程; 最后, 设计硬件并进行了海上试验验证。试验结果表明, 航姿参考系统俯仰角、横滚角及航向角在静态环境下精度分别为 0.03° 、 0.03° 、 0.1° , 在动态环境下精度分别为 0.05° 、 0.05° 、 0.2° 。本研究提出的 AEKF 方法具有良好的传感器误差补偿效果, 在动态环境下, 相较于基于变结构误差状态卡尔曼滤波(ESKF)算法和常规扩展卡尔曼滤波器(EKF)算法的航姿参考系统, 俯仰角测量精度分别提升 28.6%、50%, 横滚角测量精度分别提升 28.6%、50%, 航向角测量精度分别提升 23.1%、48.7%, 可满足高动态场景下航姿测量精度需求。本研究设计的航姿参考系统可以应用于无人设备的姿态控制领域。

关键词: 航姿参考系统; 四元数; 自适应扩展卡尔曼滤波算法; 传感器误差补偿; 微机电系统

中图分类号: U666.12

文献标志码: A

Design of a quaternion-based adaptive extended Kalman filter algorithm for attitude and heading reference systems

WANG Xiaowei¹, LIU Xin¹, WANG Xin¹, SHAO Wei², CHENG Jinjing¹, XU Jiangyan¹, LIU Jun¹

(1. Qingdao ZITN Micro-Electronics Co., Ltd., Qingdao 266112, China; 2. College of Automation and Electronic Engineering, Qingdao University of Science and Technology, Qingdao 266061, China)

Abstract: To meet the demand for high-precision attitude and heading measurement of maritime unmanned equipment, this study proposed a quaternion-based adaptive extended Kalman filter (AEKF) for attitude and heading reference system (AHRS). Firstly, based on the errors of low-cost micro-electro-mechanical systems inertial devices, this study selected quaternion, gyroscope bias and accelerometer bias as state variables, and integrated acceleration and magnetic field strength as observational quantities for correction. Secondly, by leveraging measurement innovation characteristics of acceleration, the motion-induced acceleration was identified and the adaptive weight factor was designed to adjust the measurement noise covariance of AEKF, thereby optimizing the attitude algorithm process. Finally, the AHRS's hardware were designed and sea experiment verification were carried out. Experimental results show that the accuracy of pitch, roll and yaw angles of the three AHRSs is 0.03° , 0.03° and 0.1° respectively in static environments, and 0.05° , 0.05° and 0.2° respectively in dynamic environments. The proposed AEKF method exhibits good sensor error compensation effect. In

收稿日期: 2025-04-07

基金项目: 山东省重点研发计划项目(2022CXGC020408)

作者简介: 王晓伟(1983—), 男, 内蒙古赤峰人, 正高级工程师, 研究方向为极端环境用传感器及混合集成电路关键技术。

徐江燕(1987—), 女, 安徽安庆人, 高级工程师, 硕士, 研究方向为极端环境用传感器及混合集成电路关键技术,

本文通信作者。E-mail: project@qdzitn.com

dynamic environments, compared with the AHRS based on conventional extended kalman filter (EKF) and variable structure error state Kalman filtering (ESKF), the proposed AHRS's measurement accuracy of pitch angle improves by 28.6% and 50% respectively, the measurement accuracy of roll angle by 28.6% and 50% respectively, and the measurement accuracy of yaw angle by 23.1% and 48.7% respectively, which can meet the accuracy requirements of attitude measurement in highly dynamic scenarios. The AHRS designed in this study can be applied to the field of attitude control of unmanned equipment.

Key words: attitude and heading reference system; quaternion; adaptive extended Kalman algorithm; sensor error compensation; micro-electro-mechanical systems

海上无人设备,如无人水面艇、无人水下航行器、水下无人预置等,在海洋监视、资源勘探、环境评估等方面发挥着越来越重要的作用,已成为世界各国海上竞争的新制高点^[1]。航姿参考系统(attitude and heading reference system, AHRS)作为海上无人设备的关键组成部分能够实时获取海上无人设备的姿态信息^[2],其高精度、高可靠性是实现高精度惯性导航的前提。

目前国内 AHRS 普遍采用微机电系统(micro-electro-mechanical system, MEMS)陀螺仪、加速度计、磁力计组合方式, MEMS 惯性器件具有集成度高、成本低等优点,但其性能受到偏置、机械热噪声及环境波动的影响,测量精度较差^[3],需要搭配先进的数据融合算法。Jafar 等^[4]设计了一种低成本 I&I(immersion and invariance)非线性观测器用于确定 AHRS 姿态角,但是精度较差, AHRS 航向角标准差高达 8.99°。杨晓明等^[5]通过扩展卡尔曼滤波器(extended Kalman filter, EKF)将全球卫星导航系统(global navigation satellite system, GNSS)和捷联惯性导航系统(strapdown inertial navigation system, SINS)定位信息进行融合,使得组合导航系统的定位误差能够快速收敛,并保持较高的精度,但是适用场景较单一。EKF 针对 AHRS 这类非线性较强的系统,通过泰勒展开式线性化近似处理,在高动态场景下,无法精准描述系统的复杂非线性特性,导致 AHRS 性能显著恶化^[6]。Javad 等^[7]提出一种新的自适应无迹卡尔曼滤波算法,将强跟踪滤波器和区间 3 型模糊集与无迹卡尔曼滤波器相结合,实现非线性条件下高估计性能,提高了 AHRS 的定向角精度,但是算法复杂度较高。许剑锐等^[8]将平滑变结构滤波引入误差状态卡尔曼滤波(error state kalman filtering, ESKF),构建测向交叉目标定位滤波方法,并利用残差自适应算法提高滤波精度。赵广营等^[9]在上述变结构误差状态卡尔曼滤波算法基础上,根据传感器观测数据与新息序列统计特性,设计了一种遗忘序贯概率比噪声检验方法,有效抑制了噪声干扰,提高了 AHRS 姿态估计的准确性。乔美英等^[10]针对微机电惯组面对干扰时普通容积卡尔曼滤波算法无法准确估计姿态的问题,提出模糊鲁棒自适应容积卡尔曼滤波算法,提高了静态环境下航向角精度及鲁棒性,但是 AHRS 在动态环境下精度较差。

针对上述 AHRS 适用场景单一、精度差、算法复杂等问题,本研究提出一种基于四元数的自适应扩展卡尔曼滤波(adaptive extended Kalman filter, AEKF)算法。首先,建立传感器误差模型进行误差校准,利用加速度量测新息特征对运动加速度进行识别;然后,设计自适应权重因子动态调整 AEKF 的量测噪声协方差,优化姿态解算过程,提高航姿测量精度;最后,设计了 AHRS 样机,将其应用于海上无人设备并进行了海上试验,验证设计方案的有效性。

1 传感器误差模型与补偿算法

为数据融合提供初始数据的 MEMS 惯性器件,成本低、功耗低、集成度高,但易受环境变化、器件质量影响,存在零偏、标度因数等误差现象,直接使用误差较大,因此需要进行传感器误差补偿。

1.1 加速度计误差补偿算法

加速度计输出误差模型可表示为:

$$\mathbf{A}_b = \mathbf{K}_a \mathbf{C} (\mathbf{A}_s - \boldsymbol{\delta})。 \quad (1)$$

式中: $\mathbf{A}_b$ 为加速度计理想载体坐标系中测量的真实值, $\mathbf{A}_s$ 为加速度计在实际坐标系中的实际输出值, $\mathbf{K}_a$

为三轴标度因数 k_{ax} 、 k_{ay} 、 k_{az} 组成的加速度计对角阵, $\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & -\theta_{yz} & \theta_{zy} \\ 0 & 1 & -\theta_{zx} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1}$ 为由理想坐标系变换至实

际坐标系的转换矩阵, θ_{ij} ($i, j = x, y, z$) 为加速度计第 i 轴围绕第 j 轴的旋转角度, δ 为由 δ_x 、 δ_y 、 δ_z 组成的加速度计三轴零偏误差。

将加速度计涉及的误差参数写为向量形式:

$$\mathbf{F} = [\delta_x \quad \delta_y \quad \delta_z \quad k_{ax} \quad k_{ay} \quad k_{az} \quad k_{xy} \quad k_{xz} \quad k_{yz}]^T. \quad (2)$$

式中: $k_{xy} = \theta_{yz}$ 为 x 轴与 y 轴非正交误差, $k_{xz} = (\theta_{yx}\theta_{zx} - \theta_{xz})k_{ax}$ 为 x 轴与 z 轴非正交误差, $k_{yz} = \theta_{xz}k_{ay}$ 为 y 轴与 z 轴非正交误差。加速度计 t 时刻输出模型为:

$$\mathbf{A}_{bt} = \mathbf{K}_a \mathbf{C}(\mathbf{A}_{st} - \delta) = f(\mathbf{A}_{st}, \mathbf{F}). \quad (3)$$

静止状态下, 加速度计三轴输出矢量和应与重力矢量相同。定义代价函数 $G(\mathbf{F})$ 为:

$$G(\mathbf{F}) = \sum_{t=1}^6 (\|f(\bar{\mathbf{A}}_{st}, \mathbf{F})\| - g)^2. \quad (4)$$

式中: $\|f(\bar{\mathbf{A}}_{st}, \mathbf{F})\|$ 为加速度计 t 时刻实际输出的模值, $\bar{\mathbf{A}}_{st}$ 为加速度计 t 时刻实际输出 $\mathbf{A}_{st}$ 的均值, $g = 9.80 \text{ m/s}^2$ 。使误差参数 $\mathbf{F}$ 的最优估值 $\hat{\mathbf{F}}$ 满足代价函数 $G(\mathbf{F})$ 最小, 即:

$$\hat{\mathbf{F}} = \arg \min_{\mathbf{F}} \{G(\mathbf{F})\}. \quad (5)$$

$G(\mathbf{F})$ 是二阶连续可微凹函数, 且符合牛顿迭代法收敛条件, 采用牛顿法迭代计算^[11]:

$$\mathbf{F}_t = \mathbf{F}_{t-1} - [\mathbf{H}(G(\mathbf{F}))]^{-1} \nabla G(\mathbf{F}). \quad (6)$$

式中: $\nabla G(\mathbf{F})$ 为 $G(\mathbf{F})$ 的梯度, $\mathbf{H}(G(\mathbf{F}))$ 为 Hessian 矩阵。

利用简易六位置静态标定法^[12]确定迭代初值, 防止牛顿法迭代计算误差参数 $\mathbf{F}$ 收敛到局部极小值。将 MEMS 惯性器件静置于平面, 加速度计三通道 (x, y, z) 依次处于竖直方向、近似指向重力方向和其相反方向。加速度计三轴零偏误差 δ_i 与标度因数的迭代初始值 k_{ai} 为:

$$\begin{cases} \delta_i = \frac{A_i^+ + A_i^-}{2g}, \\ k_{ai} = \frac{A_i^+ - A_i^-}{2g}. \end{cases} \quad (7)$$

式中: $i = x, y, z$; A_i^+ 为加速度计第 i 轴指上时的实际输出; A_i^- 为加速度计第 i 轴指下时的实际输出。

1.2 陀螺仪误差补偿算法

MEMS 陀螺仪与加速度计的数据输出特性相近, 同样受零偏、标度因数等误差影响。三轴陀螺仪输出误差模型为:

$$\omega_b = \mathbf{K}_\omega (\omega_s - \epsilon). \quad (8)$$

式中: ω_b 为陀螺仪各轴向测量理想值, ω_s 为陀螺仪各轴向实际输出值; $\mathbf{K}_\omega$ 为由三轴标度因数 $k_{\omega x}$ 、 $k_{\omega y}$ 、 $k_{\omega z}$ 组成的陀螺仪对角阵; ϵ 为由 ϵ_x 、 ϵ_y 、 ϵ_z 组成的零偏误差。

标定时, 首先将三轴陀螺仪处于静止状态, 接着绕陀螺仪某轴 (x, y 或 z 轴) 旋转指定角度后再次静止, 定义陀螺仪测量理想角度变化 $\Delta\theta_{im}$ 为:

$$\Delta\theta_{im} = k_{\omega i} (\bar{\omega}_{im} - \epsilon_i) t_m. \quad (9)$$

式中: $m = 1, 2, \dots, n$; $\bar{\omega}_{im}$ 为第 m 次旋转时陀螺仪第 i 轴实际输出; t_m 为第 m 次旋转时长。

将式(9)改写为线性方程形式:

$$\mathbf{A}_\omega \mathbf{x}_\omega = \begin{bmatrix} \bar{\omega}_{i1} t_1 & -t_1 \\ \bar{\omega}_{i2} t_2 & -t_2 \\ \vdots & \vdots \\ \bar{\omega}_{in} t_n & -t_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_{\omega i} \\ k_{\omega i} \epsilon_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta\theta_{i1} \\ \Delta\theta_{i2} \\ \vdots \\ \Delta\theta_{in} \end{bmatrix} = \mathbf{b}_\omega. \quad (10)$$

则陀螺仪测量值与理想值的误差 $\mathbf{e}(\mathbf{x}_\omega)$ 可写为:

$$\mathbf{e}(\mathbf{x}_\omega) = \Delta\theta - \mathbf{b}_\omega. \quad (11)$$

为使三轴陀螺仪的误差 $\mathbf{e}(\mathbf{x}_\omega)$ 最小, 本研究通过求 $\mathbf{x}_\omega$ 的最优估计来求解, 即

$$\hat{\mathbf{x}}_\omega = \arg \min_{\mathbf{x}_\omega} \{\mathbf{e}(\mathbf{x}_\omega)\}. \quad (12)$$

根据最小二乘法,求解

$$\mathbf{x}_\omega = (\mathbf{A}_\omega^\top \mathbf{A}_\omega)^{-1} \mathbf{A}_\omega^\top \mathbf{b}_\omega. \quad (13)$$

式(13)中包含两个未知参数,因此当对单轴向陀螺仪开展标定时,只需旋转 2 次便能完成单轴向陀螺仪标定工作。

1.3 磁力计误差补偿算法

考虑零偏误差、非正交误差等,构建磁力计输出误差模型为:

$$\mathbf{M}_b = \mathbf{E}(\mathbf{M}_s - \mathbf{B}). \quad (14)$$

式中: $\mathbf{M}_b$ 为磁力计理想输出, $\mathbf{M}_s = [M_{sx} \ M_{sy} \ M_{sz}]^\top$ 为磁力计实际输出, $\mathbf{E}$ 为校准矩阵, $\mathbf{B}$ 为磁力计零偏向量。

由磁力计误差模型构成椭球方程:

$$\mathbf{M}_b^\top \mathbf{M}_b = [\mathbf{E}(\mathbf{M}_s - \mathbf{B})]^\top [\mathbf{E}(\mathbf{M}_s - \mathbf{B})] = \mathbf{M}_s^\top \mathbf{C} \mathbf{M}_s - 2\mathbf{B}^\top \mathbf{A} \mathbf{C} \mathbf{M}_s + \mathbf{B}^\top \mathbf{C} \mathbf{B}. \quad (15)$$

式中: $\mathbf{A}$ 为椭球系数矩阵, $\mathbf{C} = \mathbf{E}^\top \mathbf{E}$ 。

根据磁力计测量值数据构建线性方程组:

$$\begin{cases} e = \mathbf{M}_b^\top \mathbf{M}_b - [\mathbf{M}_s^\top \mathbf{D} \mathbf{M}_s - 2\mathbf{B}^\top \mathbf{A} \mathbf{D} \mathbf{M}_s + \mathbf{B}^\top \mathbf{D} \mathbf{B}], \\ e = \mathbf{M}_m^\top \hat{\boldsymbol{\sigma}}. \end{cases} \quad (16)$$

式中:椭球方程自变量 $\mathbf{M}_m = [(M_{sx})^2 \ (M_{sy})^2 \ (M_{sz})^2 \ M_{sx}M_{sy} \ M_{sx}M_{sz} \ M_{sy}M_{sz} \ M_{sx} \ M_{sy} \ M_{sz} \ 1]^\top$, e 为磁力计测量真实值和实际值的误差, $\mathbf{D}$ 为 $\mathbf{E}$ 的正规矩阵, $\hat{\boldsymbol{\sigma}}$ 为椭球方程系数 $\boldsymbol{\sigma}$ 的最优解。

以磁力计原始采集数据到椭球面的距离平方和最小值作为评判依据,运用最小二乘法求解椭球方程的各项系数^[13]:

$$\boldsymbol{\sigma} = \min \|e\|_2 = \min [(\mathbf{M}_m \hat{\boldsymbol{\sigma}})^\top (\mathbf{M}_m \hat{\boldsymbol{\sigma}})] = \min (\hat{\boldsymbol{\sigma}}^\top \mathbf{M}_m^\top \mathbf{M}_m \hat{\boldsymbol{\sigma}}). \quad (17)$$

因此,可以求出校准矩阵 $\mathbf{E}$ 和零偏向量 $\mathbf{B}$ 。

2 基于四元数的自适应扩展卡尔曼滤波算法

2.1 基于四元数法的姿态更新算法

四元数的概念最早于 1843 年由数学家哈密顿提出,可用于描述姿态变换,与方向余弦矩阵相比,四元数计算简单,而且可以避免万向节锁现象。四元数可定义为^[14]:

$$\mathbf{Q} = [q_0 \ q_1 \ q_2 \ q_3]^\top. \quad (18)$$

则姿态角(俯仰角 θ 、横滚角 γ 、航向角 ψ)可以用四元数表示为:

$$\mathbf{Q} = [q_0 \ q_1 \ q_2 \ q_3]^\top = \begin{bmatrix} \cos\left(\frac{\psi}{2}\right)\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)\cos\left(\frac{\gamma}{2}\right) + \sin\left(\frac{\psi}{2}\right)\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\sin\left(\frac{\gamma}{2}\right) \\ \cos\left(\frac{\psi}{2}\right)\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\cos\left(\frac{\gamma}{2}\right) + \sin\left(\frac{\psi}{2}\right)\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)\sin\left(\frac{\gamma}{2}\right) \\ \cos\left(\frac{\psi}{2}\right)\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)\sin\left(\frac{\gamma}{2}\right) - \sin\left(\frac{\psi}{2}\right)\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\cos\left(\frac{\gamma}{2}\right) \\ \cos\left(\frac{\psi}{2}\right)\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\sin\left(\frac{\gamma}{2}\right) - \sin\left(\frac{\psi}{2}\right)\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)\cos\left(\frac{\gamma}{2}\right) \end{bmatrix}. \quad (19)$$

忽略地球自转和地球曲率等因素,姿态微分方程可表示为:

$$\frac{d\mathbf{Q}}{dt} = \frac{1}{2} \mathbf{Q} \otimes \boldsymbol{\omega}_s. \quad (20)$$

将式(20)改写为矩阵形式^[15]:

$$\begin{bmatrix} \dot{q}_0 \\ \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & -\omega_x & -\omega_y & -\omega_z \\ \omega_x & 0 & -\omega_z & \omega_y \\ \omega_y & \omega_z & 0 & -\omega_x \\ \omega_z & -\omega_y & \omega_x & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_0 \\ q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix}. \quad (21)$$

2.2 基于四元数的自适应扩展卡尔曼滤波算法

常规扩展卡尔曼滤波算法,先利用陀螺仪进行姿态更新,再以加速度计和磁力计的测量值作为量测修正,最后通过扩展卡尔曼滤波器将三种惯性器件的测量数据进行信息融合。扩展卡尔曼滤波算法基于 $t-1$ 时刻最优估计值和系统模型对当前状态进行先验估计,分为状态预测和误差协方差预测,得到 t 时刻估计值,利用 t 时刻观测值对估计值进行修正,输出当前 t 时刻最优估计值。在实际使用场景中,海洋环境磁场稳定干扰小,磁力计的测量值可以准确反映地磁场,但是加速度计的测量值往往包含运动加速度信息,尤其是在高动态场景下,利用常规的扩展卡尔曼滤波进行信息融合时会导致精度发散、鲁棒性变差^[16]。

本研究对常规扩展卡尔曼滤波进行优化设计,提出一种基于四元数的自适应扩展卡尔曼滤波算法,以四元数、陀螺仪零偏以及加速度计零偏作为状态量,以加速度计和磁力计的输出作为观测量,建立卡尔曼滤波状态方程与量测方程,利用加速度量测新息对运动加速度进行识别,设计自适应权重因子实现加速度计量测信息动态噪声参数调整,补偿外部加速度对姿态解算的影响,提高 AHRS 在噪声时变性及环境干扰下的精度与鲁棒性。

1) 系统状态方程与量测方程更新

AEKF 选取四元数 Q 、陀螺仪零偏 ε 、加速度计零偏 δ 构成状态变量 X ,即:

$$X = \begin{bmatrix} Q \\ \varepsilon \\ \delta \end{bmatrix}。 \quad (22)$$

为了对状态变量进行先验估计,定义 T 为采样时间间隔,根据零阶保持器的特性,可得 AHRS 系统离散状态方程为^[17]:

$$\hat{X}_{t/t-1} = \Phi_{t/t-1} \hat{X}_{t-1}, \quad (23)$$

$$P_{t/t-1} = \Phi_{t/t-1} P_{t-1} \Phi_{t/t-1}^T + Q_{t-1}。 \quad (24)$$

式中: $\hat{X}_{t/t-1}$ 为基于 $t-1$ 时刻得到的 t 时刻状态变量的先验估计, $\hat{X}_{t-1}$ 表示 $t-1$ 时刻状态变量的后验估计;

$\Phi_{t/t-1}$ 表示从 $t-1$ 时刻到 t 时刻的状态转移矩阵, $\Phi_{t/t-1} = \begin{bmatrix} \frac{T}{2} M_\omega + I & -\frac{T}{2} M_q & \mathbf{0}_{4 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & I_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & I_{3 \times 3} \end{bmatrix}$; $M_\omega =$

$$\begin{bmatrix} 0 & -\omega_x & -\omega_y & -\omega_z \\ \omega_x & 0 & \omega_z & -\omega_y \\ \omega_y & -\omega_z & 0 & \omega_x \\ \omega_z & \omega_y & -\omega_x & 0 \end{bmatrix}, M_q = \begin{bmatrix} -q_1 & -q_2 & -q_3 \\ q_0 & -q_3 & q_2 \\ q_3 & q_0 & -q_1 \\ -q_2 & q_1 & q_0 \end{bmatrix}, I \text{ 为单位矩阵}; P_{t/t-1} \text{ 表示 } t \text{ 时刻状态变量的协方差矩阵}$$

基于 $t-1$ 时刻的先验估计, P_{t-1} 为 $t-1$ 时刻状态变量的误差协方差矩阵的后验估计; Q_{t-1} 为 $t-1$ 时刻的状态噪声方差矩阵。

利用选择加速度和磁强度,构建 t 时刻的量测变量 Z_t ,则系统量测更新可表示为:

$$Z_t = H_t \hat{X}_{t/t-1}。 \quad (25)$$

式中: $Z_t = \begin{bmatrix} A_s \\ M_s \end{bmatrix}$; 量测矩阵 $H_t = \begin{bmatrix} H_{at} \\ H_{mt} \end{bmatrix}$ 由加速度计量测矩阵 H_{at} 与磁力计量测矩阵 H_{mt} 组成,

$$H_{at} = 2g \begin{bmatrix} q_2 & -q_3 & q_0 & -q_1 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2g} & 0 & 0 \\ -q_1 & -q_0 & -q_3 & -q_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2g} & 0 \\ -q_0 & q_1 & -q_2 & -q_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2g} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{H}_{\text{mt}} = 2 \begin{bmatrix} q_0 m_N - q_2 m_D & q_1 m_N + q_3 m_D & -q_2 m_N - q_0 m_D & -q_3 m_N + q_1 m_D \\ -q_3 m_N + q_1 m_D & q_2 m_N + q_0 m_D & q_1 m_N + q_3 m_D & -q_0 m_N + q_2 m_D \\ q_2 m_N + q_0 m_D & q_3 m_N - q_1 m_D & q_0 m_N - q_2 m_D & q_1 m_N + q_3 m_D \end{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 6}, m_N, m_D \text{ 分别为地}$$

磁场在北向和地下的分量。

2) 加速度计量测新息构建

定义加速度计当前时刻的量测新息为:

$$\tilde{\mathbf{Z}}_{t/t-1} = \mathbf{Z}_t - \hat{\mathbf{Z}}_{t/t-1} = \mathbf{H}_t (\mathbf{X}_t - \hat{\mathbf{X}}_{t/t-1}) + \mathbf{v} + \mathbf{a}. \quad (26)$$

式中: $\tilde{\mathbf{Z}}_{t/t-1}$ 表示基于加速度计 $t-1$ 时刻的量测变量得到的 t 时刻的量测新息, $\hat{\mathbf{Z}}_{t/t-1}$ 表示基于加速度计 $t-1$ 时刻量测变量得到的 t 时刻的先验估计; $\mathbf{v}$ 表示加速度计的噪声; $\mathbf{a}$ 表示未知的外部加速度。

对式(26)两边同时计算方差,可得:

$$\mathbf{E}[\tilde{\mathbf{Z}}_{t/t-1} \tilde{\mathbf{Z}}_{t/t-1}^T] = \mathbf{H}_{at} \mathbf{P}_{t/t-1} \mathbf{H}_{at}^T + \mathbf{R}_0 + \mathbf{R}_t. \quad (27)$$

式中: $\mathbf{E}[\tilde{\mathbf{Z}}_{t/t-1} \tilde{\mathbf{Z}}_{t/t-1}^T]$ 为零偏新息序列的集总平均, $\mathbf{R}_0$ 为加速度计零偏的协方差矩阵, $\mathbf{R}_t$ 为随时间 t 变换的外部加速度 $\mathbf{a}$ 的协方差矩阵。

计算 $\mathbf{E}[\tilde{\mathbf{Z}}_{t/t-1} \tilde{\mathbf{Z}}_{t/t-1}^T]$ 的特征值 $\lambda_{i,t}$ 、特征向量 $\boldsymbol{\eta}_{i,t}$ ($i=x, y, z$), 可得:

$$\mathbf{E}[\tilde{\mathbf{Z}}_{t/t-1} \tilde{\mathbf{Z}}_{t/t-1}^T] = \sum_{i=x}^z \lambda_{i,t} \boldsymbol{\eta}_{i,t} \boldsymbol{\eta}_{i,t}^T. \quad (28)$$

当 t 时刻存在运动加速度时, $\mathbf{R}_t$ 远大于 $\mathbf{R}_0$, 所以有:

$$\mathbf{R}_t \approx \sum_{i=x}^z \lambda_{i,t} \boldsymbol{\eta}_{i,t} \boldsymbol{\eta}_{i,t}^T - \mathbf{H}_{at} \mathbf{P}_{t/t-1} \mathbf{H}_{at}^T. \quad (29)$$

为避免受系统状态测量噪声真实值与理论值影响导致式(29)小于 0, 引起滤波异常, 故利用 $\zeta_{i,t} = \boldsymbol{\eta}_{i,t}^T \mathbf{H}_{at} \mathbf{P}_{t/t-1} \mathbf{H}_{at}^T \boldsymbol{\eta}_{i,t}$ 对式(29)进行修正:

$$\mathbf{R}_t = \sum_{i=x}^z (\lambda_{i,t} - \zeta_{i,t}) \boldsymbol{\eta}_{i,t} \boldsymbol{\eta}_{i,t}^T. \quad (30)$$

令 $\rho_{i,t} = \lambda_{i,t} - \zeta_{i,t}$, 根据加速度传感器特性, 在恒温无振环境中采集加速度计 3 h 的静态数据(采样率 100 Hz), 选取静态数据的最大值作为阈值 $\rho_{\min}$, 当 $\rho_{i,t} > \rho_{\min}$ 时, 判定该轴存在运动加速度, 可有效避免因系统其他噪声引起的误判, 提高式(30)在复杂噪声环境下正定和判定结果的可靠性。

3) 运动加速度的自适应量测噪声算法

理想坐标系和导航坐标系下加速度测量值转换可写为 $\mathbf{A}_n = \mathbf{C}_n \mathbf{A}_b$, 即

$$\mathbf{A}_n = \begin{bmatrix} a_{nx} \\ a_{ny} \\ a_{nz} \end{bmatrix} = \mathbf{C}_n \begin{bmatrix} a_{bx} \\ a_{by} \\ a_{bz} \end{bmatrix}. \quad (31)$$

式中: $\mathbf{A}_n$ 为加速度计在导航坐标系下的输出, $\mathbf{C}_n$ 为由理想坐标系变换至导航坐标系的转换矩阵。

当 i 轴存在运动加速度时, 量测噪声 $R_t^{(i)}$ 在每次迭代中都会变大, 从而在卡尔曼滤波融合时降低对 i 轴加速度信息的置信程度, 消除运动加速度对状态估计过程的影响; 当 i 轴运动加速度消失时, 量测噪声 $R_t^{(i)}$ 恢复初始值 $R_0^{(i)}$, 从而在状态估计过程中正常观测 i 轴加速度。因此, 通过如下算法计算运动加速度的自适应量测噪声。

1) 当 i 轴在 t 时刻不存在运动加速度或加速度消失时,

$$R_t^{(i)} = R_0^{(i)}; \quad (32)$$

2) 当 i 轴在 t 时刻存在运动加速度时,

$$R_t^{(i)} = R_0^{(i)} + (k_1 / \partial^{(i)}) R_{t-1}^{(i)} + k_2 \partial^{(i)} l_t^{(i)}. \quad (33)$$

式中: $l_t^{(i)} = (\mathbf{Z}_t^{(i)} - \hat{\mathbf{Z}}_{t/t-1}^{(i)})^2 - \mathbf{H}_t^{(i)} \mathbf{P}_{t/t-1}^{(i)} (\mathbf{H}_t^{(i)})^T$; k_1, k_2 为调整系数, 为常数值, 本研究取 $k_1 = 0.5, k_2 = 2.5$; $\boldsymbol{\partial} = [\partial^{(x)} \quad \partial^{(y)} \quad \partial^{(z)}]^T$, $\partial^{(i)}$ ($i=x, y, z$) 为 i 轴方向的自适应权重因子。

$$\partial^{(i)} = \begin{cases} e^{|a_{n,t}^{(i)}|/g}, & i = x, y; \\ e^{|a_{n,t}^{(i)} - g|/g}, & i = z. \end{cases} \quad (34)$$

式中, $a_{n,t}^{(i)}$ 为加速度计在导航坐标系中 t 时刻的 i 轴输出。

综上,本研究提出的自适应扩展卡尔曼滤波的整体流程如下,算法流程如图 1 所示。

1) 建立状态方程并更新系统状态,包括状态一步预测、均方误差一步预测,分别为: $\hat{\mathbf{X}}_{t/t-1} = \Phi_{t/t-1} \hat{\mathbf{X}}_{t-1}$, $\mathbf{P}_{t/t-1} = \Phi_{t/t-1} \mathbf{P}_{t-1} \Phi_{t/t-1}^T + \mathbf{Q}_{t-1}$ 。

2) 更新系统量测变量: $\mathbf{Z}_t = \mathbf{H}_t \hat{\mathbf{X}}_{t/t-1}$ 。

3) 根据新息向量计算 $\rho_{i,t}$,判定是否存在运动加速度。

4) 根据运动加速度是否存在,调整加速度量测噪声 $R_t^{(i)}$ 。

5) 基于下式计算当前时刻卡尔曼滤波增益矩阵: $\mathbf{K}_t = \mathbf{P}_{t/t-1} \mathbf{H}_t^T (\mathbf{H}_t \mathbf{P}_{t/t-1} \mathbf{H}_t^T + \mathbf{R}_t)^{-1}$ 。

6) 分别计算后验状态估计和误差协方差矩阵的后验估计: $\hat{\mathbf{X}}_t = \hat{\mathbf{X}}_{t/t-1} + \mathbf{K}_t (\mathbf{Z}_t - \mathbf{H}_t \hat{\mathbf{X}}_{t/t-1})$, $\mathbf{P}_t = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_t \mathbf{H}_t) \mathbf{P}_{t/t-1}$ 。

7) 输出 AHRS 的参数。

本研究提出的 AEKF 考虑到系统动态时噪声参数具有时变性,通过设计自适应权重因子 ∂ ,利用加速度计输出与重力加速度的差值,结合式(32)、式(33)的自适应量测噪声算法调整 $\mathbf{R}_t$ 对角线元素 $R_t^{(i)}$,从而在状态估计中高效利用新息值,使算法具备自适应性和实时性。

3 试验与结果分析

3.1 传感器误差补偿试验结果

为验证传感器标定算法的有效性,本研究使用高精度三轴无磁转台与标定系统进行标定试验。首先采集标定前传感器各轴输出值,标定过程中根据第一部分内容求得传感器零偏与标度因数;标定后,将加速度计、陀螺仪放置水平位置并保持静止,设置采样率 200 Hz,采集 60 s 的传感器的输出数据。试验结果如图 2、图 3 所示。

由图 2 可以看出,标定前, x 、 y 轴输出误差较大, z 轴加速度计输出在 $0.99g$ 附近波动,标定后的加速度计 x 、 y 轴输出数据均收敛在 0 附近, z 轴输出值在重力

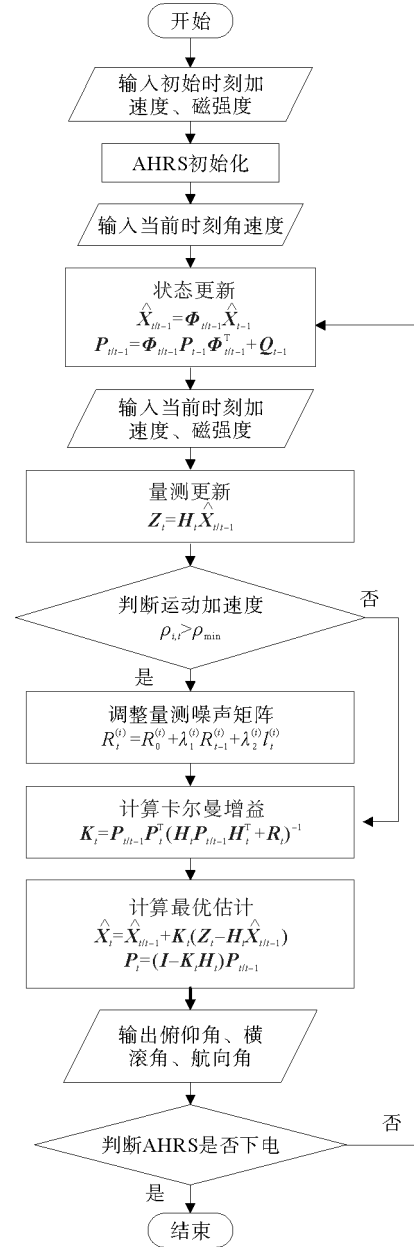


图 1 自适应扩展卡尔曼滤波算法流程图

Fig. 1 Flow chart of AEKF

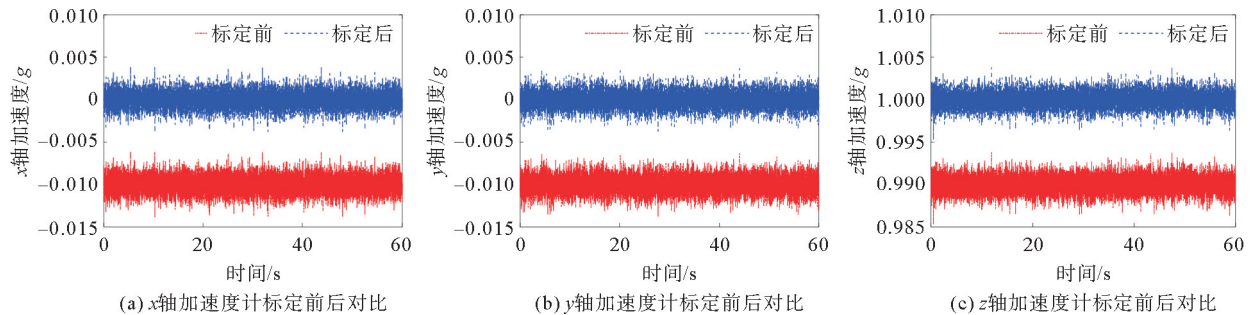


图 2 加速度计误差补偿实验结果

Fig. 2 Experimental results of accelerometer error compensation

加速度 g 附近波动,偏离明显减小。标定后加速度计 x 、 y 、 z 轴均方根误差由 $0.006g$ 减少到了 $0.001g$,误差降低了 83.3%,说明了加速度计误差补偿算法的有效性。

由图 3 可以看出,标定前,陀螺仪 x 、 y 、 z 轴输出误差均较大,标定后 x 轴输出数据稳定在 0 附近, y 、 z 轴受地球自转影响,理想输出应为 $0.0025^\circ/\text{s}$ 、 $0.0034^\circ/\text{s}$,标定后的 y 、 z 轴在 $0.0025^\circ/\text{s}$ 、 $0.003^\circ/\text{s}$ 附近波动,符合理想输出数据波动。陀螺仪标定后 x 、 y 、 z 轴均方根误差由标定前的 $0.006^\circ/\text{s}$ 减小到 $0.001^\circ/\text{s}$,误差降低了 83.33%,说明了陀螺仪误差补偿算法的有效性。

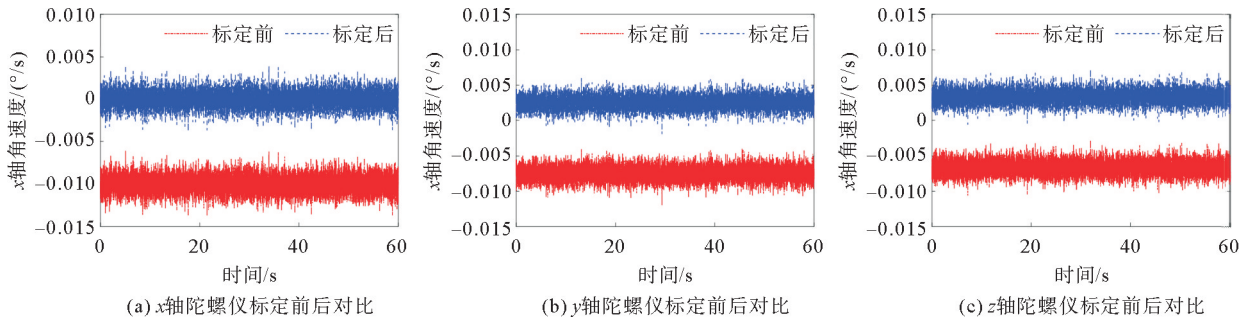


图 3 陀螺仪误差补偿试验结果对比

Fig. 3 Comparison of experimental results of gyroscope error compensation

为验证磁力计误差补偿算法的有效性,设置采样频率 200 Hz,采集磁力计置于转台内框水平转动一周的数据。采集标定前陀螺仪轴输出值,并利用椭圆拟合合法进行磁力计误差标定,试验结果如图 4 所示。可以看出,标定后磁力计误差大幅度减少,最大绝对误差由标定前的 3.2° 减少到 0.4° ,且均方根误差由标定前的 2.12° 减小到标定后的 0.05° 。

上述传感器误差补偿试验结果表明,标定后传感器误差均明显减少,验证了误差补偿算法的有效性。

3.2 AHRS 海上试验验证

3.2.1 AHRS 硬件与实验设计

为验证本研究所提参考系统的有效性和精度,设计了基于四元数 AEKF 算法的航姿参考系统样机,样机外观如图 5 所示,系统总体框如图 6 所示。其中,航姿参考系统由 GNSS 电路模块、传感器电路模块、数字处理电路模块三部分组成。GNSS 电路模块由 K803 卫星导航板卡及外围电路组成,外围电路简单,用于接收卫星信息;传感器电路模块用于采集船舶的加速度和角速度信息;数字处理电路模块主要由高云

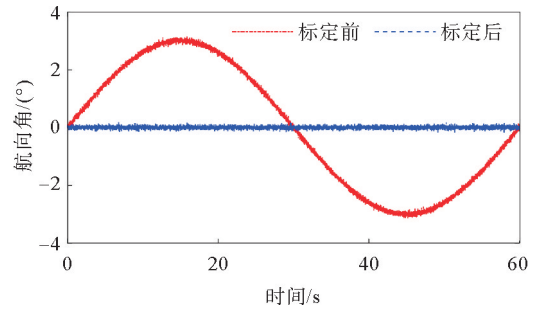


图 4 磁力计误差补偿试验结果对比

Fig. 4 Comparison of experimental results of magnetometer error compensation



图 5 AHRS 实物图

Fig. 5 Physical drawing of AHRS

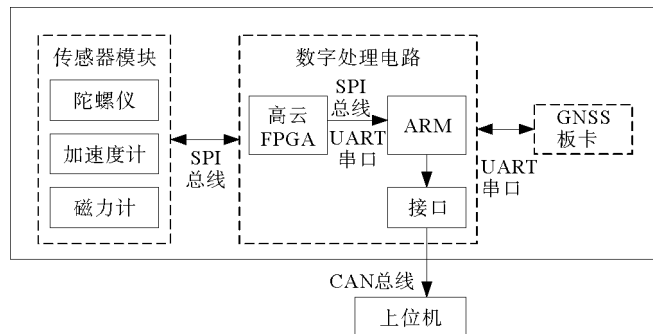


图 6 AHRS 硬件框图

Fig. 6 Hardware block diagram of AHRS

现场可编辑门阵列(field programmable gate array, FPGA)电路和高级精简指令集计算机(advanced RISC machines, ARM)电路组成,主要功能是采集各传感器及 GNSS 电路模块的数字信号,并将获取的传感器数据进行预处理后传输给 ARM 作最终处理。ARM 选用兆易创新 GD32E503, FPGA 选用高云 U4SG-285。

系统样机试验在青岛灵山湾附近海域进行,试验现场如图 7 所示。试验船总长 45.2 m,型宽 8.5 m,吃水深度 2.3 m,主 RTK 天线位于船体中轴线距艏部 12.5 m 处,安装高度距甲板 3.2 m,航姿参考系统固定于船舶甲板中心处。利用光纤惯导 SPAN-ISA-100C 作为参考 AHRS。SPAN-ISA-100C 能够提供精准的三轴姿态角,其精度如表 1 所示。为确保对比结果的准确性,首先进行时间同步校准,将光纤惯导 SPAN-ISA-100C 的时间同步信号和时间信息传给本研究设计的 AHRS,消除两设备间的时间偏差,然后进行数据对齐,即配置光纤惯导 SPAN-ISA-100C 和本研究的 AHRS 按照 100 Hz 输出数据。

试验设计两种试验条件:静态环境(无动力)和动态环境(有动力),采集基于 AEKF 算法的船姿参考系统在相同时间的航姿数据,并分别与基于常规 EKF、变结构 ESKF^[9]算法的船姿参考系统进行对比。对比算法采用相同的传感器误差补偿数据,以验证基于 AEKF 算法的船姿参考系统的有效性和精度。

3.2.2 静态试验与结果分析

在试验船无动力条件下,即静态环境中,分别利用 AEKF 和变结构 ESKF、常规 EKF 三种算法的航姿参考系统测量测试船的俯仰角、横滚角、航向角及误差情况,结果如图 8、图 9 所示。

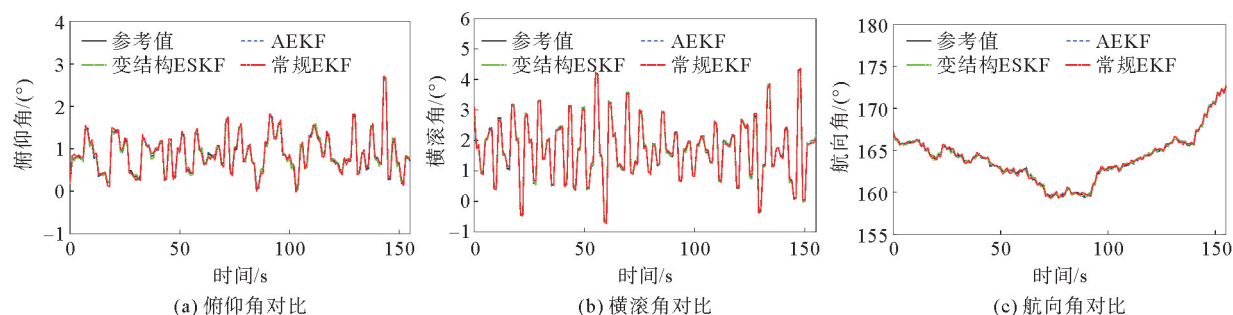


图 8 静态环境下三种航姿参考系统的参数测量值对比

Fig. 8 Comparison of measured values of the three AHRSs in static environments

由图 8 可以看出,在静态环境下,三种方法测量的 AHRS 俯仰角、横滚角、航向角等参数测量曲线趋势一致,表明本研究设计的基于 AEKF 算法的航姿参考系统是有效的。同时,由图 9 可以看出,基于常规 EKF 算法的航姿参考系统的俯仰角、横滚角、航向角等参数实时误差值均最大,基于变结构 ESKF 算法的各参数测量实时误差次之,而本研究提出的基于 AEKF 算法的航姿参考系统的最小,表明在静态环境下,本研究设计的基于四元数的 AEKF 算法的航姿参考系统的实时精度最高。

表 2 是三种航姿参考系统在静态环境下的俯仰角、横滚角和航向角的误差均方根值对比情况。由表 2 可以看出,在静态环境下,本研究设计的 AEKF 航姿参考系统的俯仰角、横滚角精度均达到 0.03° ,航向

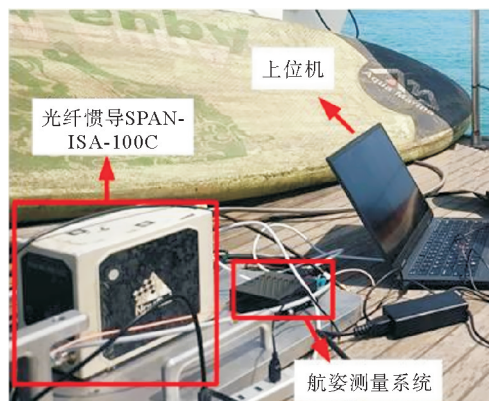


图 7 航姿参考系统精度实验现场图

Fig. 7 On-site pictures of AHRS precision experiment

表 1 光纤惯导 SPAN-ISA-100C 性能指标

俯仰角误差	横滚角误差	航向角误差
0.007	0.007	0.01

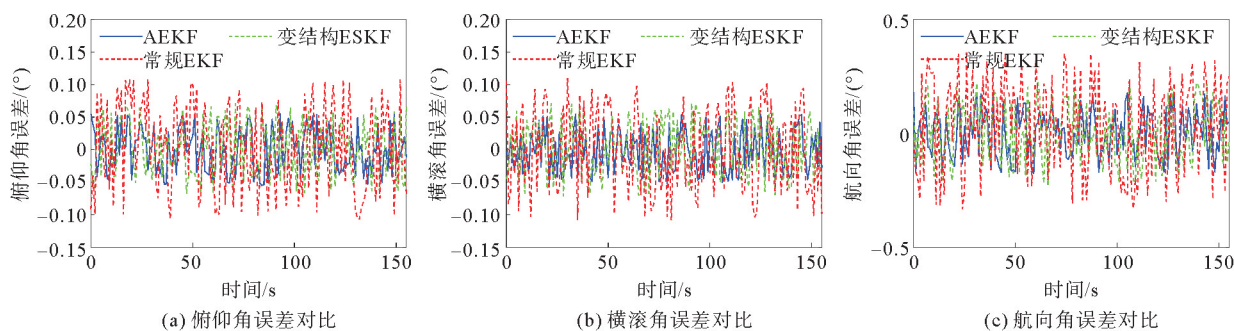


图9 静态环境下三种航姿参考系统的参数测量误差对比

Fig. 9 Comparison of measurement errors of the three AHRs in static environments

角精度达 0.10° , 精度明显优于变结构 ESKF 和常规 EKF 的航姿参考系统。与变结构 ESKF 相比, 俯仰角、横滚角精度提升 25%, 航向角精度提升 28.6%; 与常规 EKF 相比, AEKF 航姿参考系统的俯仰角、横滚角的精度均提升 50%, 航向角精度提升 47.4%, 进一步验证了本研究设计的 AEKF 航姿参考系统在静态环境中的有效性和高精度。

3.2.3 动态试验结果分析

水上设备的常用航速为 20 节, 且圆形航线能够最大程度的测试到海浪对 AHRs 产生的影响。为此, 本研究在船舶有动力情况下, 以水上设备常用 20 节航速沿规划圆形航线行驶, 如图 10 所示, 试验验证本研究设计的 AEKF 与变结构 ESKF、常规 EKF 航姿参考系统的动态性能。

在动态环境下三种 AHRs 对测试船俯仰角、横滚角、航向角的测量值及测量误差试验结果对比如图 11、图 12 所示。由图 11、图 12 可以看出, 与静态试验结果类似, 在动态环境下, 三种方法测量的 AHRs 俯仰角、横滚角、航向角等参数测量曲线趋势一致, 并且基于 AEKF 算法的航姿参考系统参数测量曲线波动、实时误差值均最小, 基于变结构 ESKF 算法的次之, 基于常规 EKF 算法的最大, 表明本研究设计的基本 AEKF 算法的航姿参考系统在动态环境下也是有效的, 并且实时精度最高。

表2 静态环境下航姿参考系统各参数均方根误差对比

Table 2 Comparison of root mean square errors of the AHRs in static environments ($^\circ$)

算法	俯仰角	横滚角	航向角
AEKF	0.03	0.03	0.10
变结构 ESKF	0.04	0.04	0.14
常规 EKF	0.06	0.06	0.19

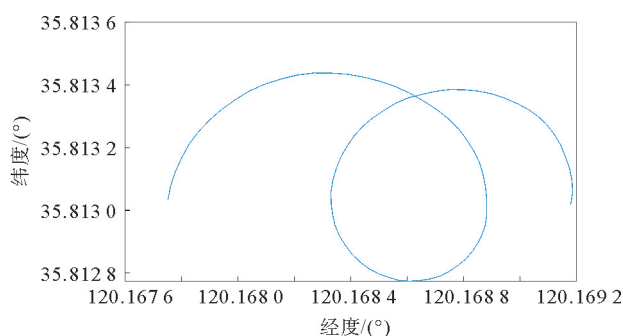


图10 动力条件下规划航线

Fig. 10 Dynamic trajectory planning under powered conditions

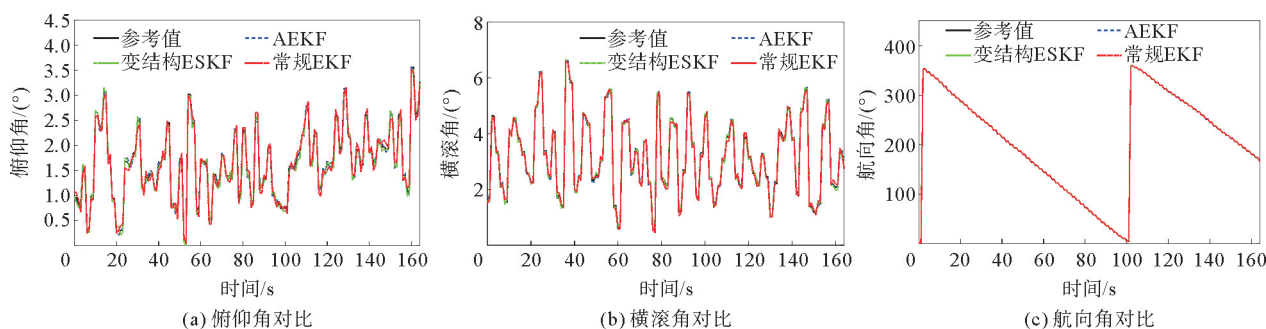


图11 动态环境下三种航姿参考系统的参数测量值对比

Fig. 11 Comparison of measured values of the three AHRs in dynamic environments

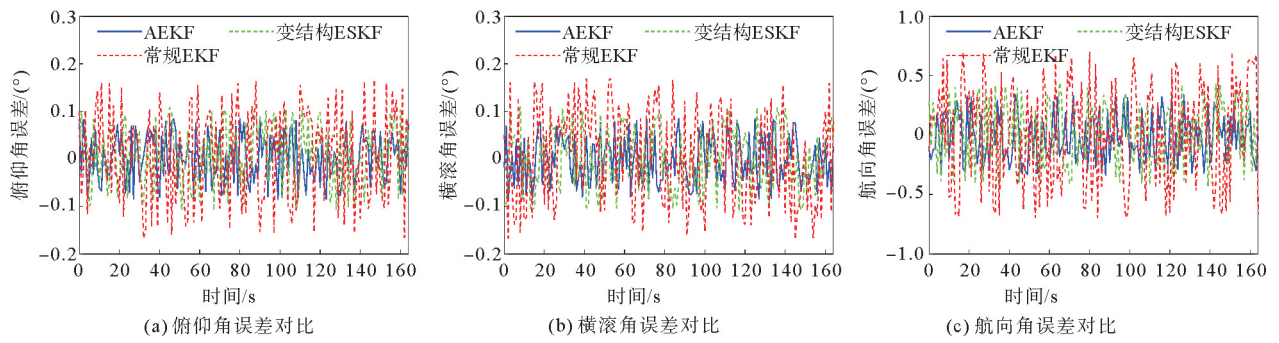


图 12 动态环境下三种航姿参考系统的参数测量误差对比

Fig. 12 Comparison of measurement errors of the three AHRs in dynamic environments

表 3 是三种航姿参考系统在动态环境下的俯仰角、横滚角和航向角均方根误差对比情况。由表 3 可见,在动态环境下,本研究设计的 AEKF 航姿参考系统的俯仰角、横滚角均方根误差为 0.05° ,航向角均方根误差为 0.20° ,精度明显优于基于变结构 ESKF 和常规 EKF 的航姿参考系统。与变结构 ESKF 相比,本研究设计的 AEKF 航姿参考系统的俯仰角、横滚角精度均提升 28.6%,航向角精度提升 23.1%;与常规 EKF 相比,俯仰角、横滚角精度均提升 50%,航向角精度提升 48.7%。

上述试验表明,无论是在静态环境还是动态环境下,本研究设计的基于四元数的 AEKF 航姿参考系统是有效的,并且其俯仰角、横滚角、航向角精度均明显优于基于变结构 ESKF 和常规 EKF 的航姿参考系统,这主要是因为基于四元数的 AEKF 算法通过四元数的全局姿态表示与动态噪声参数调整,有效解决了变结构 ESKF 和常规 EKF 算法在噪声时变性问题,提高了环境干扰情况下的测量精度与鲁棒性。

4 结论

本研究提出一种基于四元数的自适应扩展卡尔曼滤波算法的航姿参考系统,该方法首先针对传感器误差模型进行误差校准,然后利用加速度量测新息对运动加速度进行识别,再通过自适应权重因子动态调整 AEKF 的量测噪声协方差,优化 AHRs 姿态解算过程。最后,基于该算法设计了 AEKF 航姿参考系统样机。传感器误差补偿试验和样机海上试验表明:

- 1) 传感器标定可以有效降低器件自身误差及外界干扰引起的器件输出误差,为提高航姿参考系统的测量精度和鲁棒性奠定基础。
- 2) 静态环境下,AEKF 航姿参考系统样机的俯仰角、横滚角精度均达到 0.03° ,航向角精度达到 0.1° ;动态环境下,俯仰角、横滚角精度均达到 0.05° ,航向角精度达到 0.2° ,与基于变结构 ESKF 和常规 EKF 的航姿参考系统相比,俯仰角精度分别提高 28.6%、50%,横滚角精度分别提高 28.6%、50%,航向角精度分别提高 23.1%、48.7%,精度明显提升。

本研究设计的基于四元数的自适应扩展卡尔曼滤波算法的航姿参考系统,算法简洁、适用场景更多,可以应用于海上无人设备和无人机等姿态控制领域。

参考文献:

- [1] PENG D, CHEN W, WANG K W, et al. Research on combat mission configuration of unmanned aerial vehicle maritime reconnaissance based on particle swarm optimization algorithm[J/OL]. Complexity, 2024(1). DOI:10.1155/2024/9143774.
 - [2] 闫敬, 关新平. 海上无人系统跨域集群发展现状及其关键技术[J]. 自动化学报, 2025, 51(4): 744-761.
- YAN Jing, GUAN Xinping. Development status and key techniques for cross-domain swarm of maritime unmanned sys-

表 3 动态环境下三种航姿参考系统各参数均方根误差对比

Table 3 Comparison of root mean square errors of the three AHRs in dynamic environments ($^{\circ}$)

算法	俯仰角	横滚角	航向角
AEKF	0.05	0.05	0.20
变结构 ESKF	0.07	0.07	0.26
常规 EKF	0.10	0.10	0.39

- tems[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2025, 51(4): 744-761.
- [3] 王文龙, 田德艳, 崔宝龙, 等. 九轴 MEMS 微型 AHRS 设计及其在矢量水听器中的应用[J]. *中国惯性技术学报*, 2024, 32(5): 468-474.
- WANG Wenlong, TIAN Deyan, CUI Baolong, et al. Design of nine-axis MEMS miniature AHRS and its application in vector hydrophones[J]. *Journal of Chinese Inertial Technology*, 2024, 32(5): 468-474.
- [4] JAFAR K, MEHRAN H P, JAVAD F, et al. Design and experimental evaluation of immersion and invariance observer for low-cost attitude-heading reference system[J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2019, 67(9): 7871-7878.
- [5] 杨晓明, 王胜利, 王海霞, 等. 基于 EKF 的 GNSS/SINS 组合导航系统应用[J]. *山东科技大学学报(自然科学版)*, 2019, 38(6): 114-122.
- YANG Xiaoming, WANG Shengli, WANG Haixia, et al. Application of GNSS/SINS integrated navigation system based on EKF[J]. *Journal of Shandong University of Science and Technology(Natural Science)*, 2019, 38(6): 114-122.
- [6] 何磊, 宣晓刚, 罗小虎, 等. 基于 NCS-ESKF 算法的飞机姿态估计[J]. *仪器仪表学报*, 2024, 45(10): 295-304.
- HE Lei, XUAN Xiaogang, LUO Xiaohu, et al. Aircraft attitude estimation using an error state Kalman filter in the navigation coordinate system[J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2024, 45(10): 295-304.
- [7] JAVAD F, JAFAR K, FARROKH J S. Design and implementation of an adaptive unscented Kalman filter with interval Type-3 fuzzy set for an attitude and heading reference system considering gyroscope bias[J/OL]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2025, 223. DOI:10.1016/j.ymssp.2024.111870.
- [8] 许剑锐, 金国栋, 谭力宁, 等. 基于平滑变结构-卡尔曼滤波的目标定位方法[J]. *电光与控制*, 2022, 29(3): 6-10.
- XU Jiankun, JIN Guodong, TAN Lining, et al. A method for target locating based on smooth variable structure-Kalman filter[J]. *Electronics Optics and Control*, 2022, 29(3): 6-10.
- [9] 赵广营, 黄卫华, 章政, 等. 基于变结构 ESKF 的航姿参考系统噪声处理方法[J]. *电子测量与仪器学报*, 2024, 38(3): 112-121.
- ZHAO Guangying, HUANG Weihua, ZHANG Zheng, et al. AHRS noise processing method based on variable structure ESKF[J]. *Journal of Electronic Measurement and Instrumentation*, 2024, 38(3): 112-121.
- [10] 乔美英, 高翼飞, 李宛妮, 等. 基于模糊鲁棒自适应 CKF 算法的 MEMS-IMU 姿态估计[J]. *中国惯性技术学报*, 2022, 30(3): 297-303.
- QIAO Meiyong, GAO Yifei, LI Wannan, et al. Attitude estimation of MEMS-IMU based on fuzzy robust adaptive CKF algorithm[J]. *Journal of Chinese Inertial Technology*, 2022, 30(3): 297-303.
- [11] 刘轶凡, 肖文栋, 吴健康, 等. 基于牛顿迭代和椭球拟合的磁力和惯性传感器校准方法[J]. *仪器仪表学报*, 2020, 41(8): 142-149.
- LIU Yifan, XIAO Wendong, WU Jiankang, et al. Calibration method of magnetic and inertial sensors based on Newton iteration and ellipsoid fitting[J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2020, 41(8): 142-149.
- [12] 刘有彬, 闫欢, 彭根斋, 等. MEMS 三轴加速度计误差标定与补偿方法研究[J]. *传感器与微系统*, 2023, 42(11): 58-61.
- LIU Youbin, YAN Huan, PENG Genzhai, et al. Research on error calibration and compensation method for MEMS three-axis accelerometer[J]. *Transducer and Microsystem Technologies*, 2023, 42(11): 58-61.
- [13] YU X Q, XIAO C J, LIU S, et al. Calibration of AC vector magnetometer based on ellipsoid fitting[J]. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2021, 70: 1-6.
- [14] TAN C M, GAO X, CHEN S, et al. Three simple quaternion averaging algorithms used in attitude and heading reference system[J]. *Journal of Chinese Inertial Technology*, 2020, 28(2): 186-192.
- [15] 卢毅. 小型航姿参考系统设计[J]. *传感器与微系统*, 2019, 38(4): 117-120.
- LU Yi. Design of small attitude and heading reference system[J]. *Transducer and Microsystem Technologies*, 2019, 38(4): 117-120.
- [16] 郭沐壮. 水面船舶导航系统信息融合与容错优化方法研究[D]. 大连: 大连海事大学, 2022.
- GUO Muzhuang. Research on information fusion and fault tolerant optimized method of surface ship navigation system [D]. Dalian: Dalian Maritime University, 2022.
- [17] SEYYED V G, BEHROU S. Design modelling and simulation of integrated gyro-free IMU and an aiding navigation system by applying extended Kalman filter in ECEF frame[J]. *Iranian Journal of Science and Technology, Transactions of Electrical Engineering*, 2024, 49: 299-311.