

基于能量耗散的含水合物沉积物统计损伤本构模型

邱月^{1,2,3}, 王启航^{1,2,3}, 公彬^{1,2,3}, 成乐璐^{1,2,3}

(1. 山东科技大学 能源与矿业工程学院, 山东 青岛 266590;

2. 山东科技大学 露天煤矿灾害防治与生态保护全国重点实验室, 山东 青岛 266590;

3. 山东科技大学 山东省深部矿井动力灾害智能防控重点实验室, 山东 青岛 266590)

摘要:天然气水合物因其具有的特殊储藏条件,其分解会影响储层力学性能,甚至引发地质灾害。本研究基于能量耗散理论,将单元耗散能确定为损伤程度指标,基于威布尔(Weibull)分布引入残余强度修正系数,构建了能够有效反映含水合物沉积物应变硬化特征和应变软化特征的统计损伤本构模型。依据细观力学混合律和莫尔-库仑准则,给出了该本构模型全部参数的确定方法,并验证了该本构模型的合理性与适用性。本模型可为天然气水合物沉积物的力学特性研究提供一种新的理论与方法,也可为天然气水合物的安全开采提供一定的科学依据。

关键词:水合物;能量耗散;统计损伤;本构模型;屈服强度;威布尔分布

中图分类号:P584

文献标志码:A

Statistical damage constitutive model of hydrate sediments based on energy dissipation

QIU Yue^{1,2,3}, WANG Qihang^{1,2,3}, GONG Bin^{1,2,3}, CHENG Lelu^{1,2,3}

(1. College of Energy and Mining Engineering, Shandong University of Science and Technology, Qingdao 266590, China;

2. State Key Laboratory of Disaster Prevention and Ecology Protection in Open-pit Coal Mines,
Shandong University of Science and Technology, Qingdao 266590, China

3. Shandong Key Laboratory of Intelligent Prevention and Control of Dynamic Disaster in Deep Mines,
Shandong University of Science and Technology, Qingdao 266590, China)

Abstract: Natural gas hydrates, due to their unique storage conditions, can significantly affect the mechanical properties of reservoirs upon decomposition, potentially leading to geological hazards. In this study, by identifying the unit dissipated energy as an indicator of damage level based on the theory of energy dissipation and introducing a residual strength correction coefficient based on the Weibull distribution, a statistical damage constitutive model that could effectively reflect the strain hardening and strain softening characteristics of hydrate-bearing sediments. The determination methods for all parameters of this constitutive model were provided based on the micromechanical mixing law and the Mohr-Coulomb criterion. The rationality and applicability of the model were verified. This model offers a new theoretical and methodological approach for studying the mechanical properties of natural gas hydrate sediments and provides a scientific basis for the safe exploitation of natural gas hydrates.

Key words: hydrate; energy dissipation; statistical damage; constitutive model; yield strength; Weibull distribution

收稿日期:2025-07-11

基金项目:国家自然科学基金青年基金项目(51809160);山东省自然科学基金项目(ZR2017BEE035,2022HWYQ-078);山东省泰山学者青年专家计划项目(tsqn202103074)

作者简介:邱月(1987—),女,江苏滨海人,副教授,博士,主要从事海洋岩土力学方面的研究工作。

王启航(1999—),男,山东枣庄人,硕士研究生,主要从事天然气水合物本构关系方面的研究,本文通信作者。

E-mail:15863239308@163.com

天然气水合物俗称“可燃冰”,具有能量密度高、清洁、低污染且储量丰富等优点,被视为一种极具潜力的未来能源^[1-3]。据估算,全球天然气水合物沉积物中的天然气储量约为 $2.1 \times 10^{16} \text{ m}^3$,碳含量约是传统化石能源碳含量的两倍,其中海洋天然气水合物资源量约占全球总资源量的 97%^[4-5]。

在海底天然气水合物的开采过程中,降压法已被证实是一种经济高效的方法^[6]。在降压条件下,天然气水合物分解生成水和甲烷,会引起储层孔隙压力增大和有效应力的降低,同时水合物分解吸热会引起储层热量的变化^[7]。此外,随着水合物的分解,沉积物颗粒之间胶结作用减弱,储层强度会显著降低,甚至会引发海底滑坡等地质灾害^[8-11]。水合物含量变化对储层力学性能具有显著的影响,因此构建更为精确的本构模型对评估潜在的开采风险、优化开采策略至关重要。

为了探究天然气水合物沉积物的力学性质,Miyazaki 等^[12-13]对人工合成的水合物沉积物进行了三轴压缩试验,得到了不同水合物饱和度、砂样类型和围压条件下的应力-应变曲线,并基于 Duncan-Chang 模型,提出一种非线性弹性本构模型,该模型考虑了极限偏应力与水合物饱和度之间的相互关系,以及水合物饱和度与围压变化对初始弹性模量的影响。Pinkert 等^[14]基于摩尔-库仑(Mohr-Coulomb, M-C)准则,分别考虑了沙土骨架和水合物的影响,构建了适用于含水合物沉积物变形特性的弹塑性本构模型,并结合水合物沉积物的热-流-力耦合行为控制方程,利用 FLAC 2D 软件,采用有限差分法对本构模型进行了验证。Masui 等^[15]对冰砂和水砂两种类型试样进行了三轴压缩试验,探究了不同水合物饱和度和围压条件下的应力-应变演化规律。刘林等^[16]基于黏土和砂土的统一本构模型,考虑了沉积物密度变化及水合物赋存形式的影响,构建了含水合物沉积物的弹塑性本构模型,然而当水合物饱和度较大时,该模型的预测结果并不理想。吴二林等^[17]基于细观力学的混合律理论得到了沉积物的等效弹性常数,并将统计损伤的概念引入到含水合物沉积物的研究当中,采用轴向应变衡量损伤量,并以此揭示损伤机理,建立了考虑损伤的本构模型。损伤本构模型参数确定简单且物理意义明确,因此受到了广泛关注。

然而含水合物沉积物微元的强度并不直接取决于轴向应变,因此采用轴向应变来衡量岩石微元强度具有一定的不合理性^[18-19],现有的损伤本构模型大多采用德鲁克-普拉格准则(Drucker-Prager, D-P)准则表征微元强度。颜荣涛等^[20]认为损伤变量的变化与沉积物微元的应力状态直接相关,可以采用 D-P 强度准则来表征微观单元的强度,并考虑水合物含量和围压对弹性模量的影响,建立了考虑水合物赋存模式影响的含水合物沉积物的统计损伤本构模型。祝效华等^[21]考虑了孔隙变化对天然气水合物沉积物力学性质的影响,并以 D-P 强度准则来反映微元强度,建立了天然气水合物沉积物等效变弹性模量损伤统计本构模型。张小玲等^[22]认为只有当应力或应变达到一定值之后才会产生损伤,为此引入三参数的 Weibull 分布模型,微元强度采用 D-P 强度准则的形式,并考虑残余强度对损伤的影响,建立起考虑损伤阈值和残余强度影响的含水合物沉积物损伤统计本构模型。然而,由于 D-P 强度准则预测结果较为保守,在一定程度上制约了基于此准则确定的微元强度的合理性^[23]。如何更加合理、准确地确定微元强度,对于损伤统计本构模型的构建至关重要。张尧等^[24]以单元耗散能为标准来衡量微元强度,进而构建出损伤本构模型,与试验结果高度吻合,然而三轴试验中围压一般采用缓慢增加的方式,其假设围压为定值计算初始应变能存在一定的不合理性。

当水合物分解时,受孔隙压力和上覆层压力的影响,沉积物单元处于复杂应力状态,其变形和破坏的过程往往伴随着能量的耗散与释放。能量法形式确定且物理意义明确,因此能够有效衡量含水合物沉积物的损伤程度。本研究受张尧等^[24]研究的启发,基于能量耗散理论,将单元耗散能作为衡量微元强度的指标,假设微元强度在概率统计上遵循 Weibull 分布规律,引入残余强度修正系数对本构模型进行修正,并给出了模型所有参数的确定方法,从而建立起基于能量耗散的损伤本构模型。

1 基于能量耗散的损伤本构模型

1.1 考虑损伤的本构模型

在不考虑损伤的情况下,含天然气水合物沉积物的应力-应变关系服从广义 Hooke 定律^[17],即:

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{E} [\sigma_1 - \nu(\sigma_2 + \sigma_3)] \quad (1)$$

式中: ϵ_1 为轴向应变; E 为弹性模量, 计算时可取峰前初始阶段的斜率, MPa; ν 为泊松比; σ_k ($k=1, 2, 3$) 为三个方向的主应力, 在三轴试验中, σ_1 代表轴向应力, σ_2, σ_3 表示围压, 均为名义应力, MPa。

损伤模型的建立多基于 Lemaitre 等效应变假设^[25], 即认为应力作用在受损材料上引起的应变与等效应力作用在无损伤材料上引起的应变等价, 由此可得:

$$\sigma_i = \tilde{\sigma}_i (1-D), i=1, 2, 3. \quad (2)$$

式中: σ_i 为名义应力, MPa; $\tilde{\sigma}_i$ 为等效应力, MPa; D 为损伤变量。

对于无损伤材料部分所承担的等效应力 $\tilde{\sigma}_i$, 可认为其遵循广义 Hooke 定律, 即:

$$\tilde{\sigma}_1 = \tilde{E} \tilde{\epsilon}_1 + \tilde{\nu} (\tilde{\sigma}_2 + \tilde{\sigma}_3). \quad (3)$$

式中: $\tilde{\sigma}_k$ ($k=1, 2, 3$) 为三个方向主应力的等效应力, MPa; $\tilde{\epsilon}_1$ 为无损伤部分材料的轴向应变; $\tilde{E}$ 为无损伤部分材料的弹性模量, MPa; $\tilde{\nu}$ 为无损伤部分材料的泊松比。由受损材料和无损伤部分材料的变形协调关系可得:

$$\tilde{\epsilon}_1 = \epsilon_1. \quad (4)$$

对于未损伤部分的材料, 可以认为材料的性质与受损材料在初始状态下的材料性质保持一致^[26], 即: $\tilde{E} = E, \tilde{\nu} = \nu$ 。结合三轴试验的条件 $\sigma_2 = \sigma_3$, 由式(2)~(4)可得:

$$\sigma_1 = E \epsilon_1 (1-D) + 2\nu \sigma_3. \quad (5)$$

在外力荷载的作用下, 沉积物试样的微观单元完全损伤后, 受围压和摩擦等因素的影响, 其承载力并未完全丧失, 仍然保留一定的残余强度^[22]。为此, 本研究引入残余强度修正系数 q 对损伤变量进行修正, 得到损伤本构模型:

$$\sigma_1 = E \epsilon_1 (1-qD) + 2\nu \sigma_3. \quad (6)$$

在常规三轴试验条件下, 有

$$\sigma_1 = \sigma_3 + \Delta\sigma. \quad (7)$$

式中: $\Delta\sigma$ 为偏向应力, MPa。联立式(6)、式(7)可得:

$$\Delta\sigma = E \epsilon_1 (1-qD) + (2\nu-1) \sigma_3. \quad (8)$$

在三轴压缩试验过程中, 会预先施加围压, 使沉积物试样产生初始轴向应变 $\epsilon_{1,0}$ 。然而在试验结果的应力-应变曲线中, 通常未包含这一初始应变。当围压较小时, 产生的初始应变较小, 试验测得的轴向应变与真实轴向应变相差不大。但在高围压状态下, 试验测得的轴向应变与真实轴向应变差别较大。因此, 在分析应力-应变曲线时, 必须考虑初始轴向应变的影响。

$$\epsilon_{1,0} = \frac{1-2\nu}{E} \sigma_3, \quad (9)$$

$$\epsilon_1 = \epsilon_{1,t} + \epsilon_{1,0}. \quad (10)$$

式中: $\epsilon_{1,0}$ 为初始轴向应变; ϵ_1 为真实的轴向应变; $\epsilon_{1,t}$ 为试验测得的轴向应变。

1.2 基于能量耗散的损伤演化方程

在三轴试验中, 沉积物单元在变形和破坏的过程中往往伴随着能量的转换^[24], 总能量 U 为:

$$U = U_e + U_d, \quad (11)$$

$$U = \int \sigma_1 d\epsilon_1 + \int \sigma_2 d\epsilon_2 + \int \sigma_3 d\epsilon_3, \quad (12)$$

$$U_e = \frac{1}{2E} [\sigma_1^2 + 2(1-\nu)\sigma_3^2 - 4\nu\sigma_1\sigma_3]. \quad (13)$$

式中: U_e 为单元可释放的弹性应变能, $\text{MJ} \cdot \text{m}^3$; U_d 为单元耗散能, $\text{MJ} \cdot \text{m}^3$; ϵ_k ($k=1, 2, 3$) 为 3 个方向的主应变。

在对试样施加偏向应力前, 预设的围压会使试样产生初始应变能

$$U_0 = \frac{3}{2E} (1-2\nu) \sigma_3^2. \quad (14)$$

在三轴压缩时, 试验机对沉积物试样加载产生的能量为:

$$U_1 = \int [\Delta\sigma + (1 - 2\nu)\sigma_3] d\epsilon_1. \quad (15)$$

因此,沉积物单元所含的总能量为:

$$U = U_0 + U_1. \quad (16)$$

联立式(11)~(16),可得单元的耗散能为:

$$U_d = \int [\Delta\sigma + (1 - 2\nu)\sigma_3] d\epsilon_1 + \frac{3}{2E} (1 - 2\nu)\sigma_3^2 - \frac{1}{2E} [\sigma_1^2 + 2(1 - \nu)\sigma_3^2 - 4\nu\sigma_1\sigma_3]. \quad (17)$$

在研究材料损伤时,可先假设材料微元损伤服从某一概率分布,再以某一力学参量作为判据,判断材料是否发生损伤^[27]。定义损伤变量(D)为损伤微元体数量与总微元体数量的比值,

$$D = \frac{N_f}{N}. \quad (18)$$

式中: N_f 为已破坏的岩体结构微观单元数; N 为总岩体结构微观单元数。

在沉积物试样受力变形的过程中,通常伴随着能量的耗散。沉积物单元的耗散能对其微元强度有着显著影响。因此,在研究含水合物沉积物的损伤时,可将单元的耗散能作为损伤变化的判断依据。假设微元的损伤概率服从 Weibull 分布,基于能量耗散的试样微元损伤概率密度函数可表示为:

$$f(U_d) = \frac{m}{F_0} \left(\frac{U_d}{F_0}\right)^{m-1} \exp\left[-\left(\frac{U_d}{F_0}\right)^m\right]. \quad (19)$$

式中: F_0 和 m 为 Weibull 分布模型参数。

能量的耗散和释放是由损伤变形到最终失稳破坏的不可逆动态热力学过程,当能量耗散累积至 U_d 时,其内部结构产生损伤的微观单元数为:

$$N_f(U_d) = N \int_0^{U_d} f(U_d) dU_d = N - N \exp\left[-\left(\frac{U_d}{F_0}\right)^m\right]. \quad (20)$$

联立式(18)、式(20)可得,基于能量耗散的损伤变量 D 的表达式为:

$$D = 1 - \exp\left[-\left(\frac{U_d}{F_0}\right)^m\right]. \quad (21)$$

故考虑损伤的本构方程可以表示为:

$$\Delta\sigma = E\epsilon_1 \{1 + q - q \exp\left[-\left(\frac{U_d}{F_0}\right)^m\right]\} + (2\nu - 1)\sigma_3. \quad (22)$$

对于上述本构方程,只要确定了 E 、 ν 、 σ_3 、 q 、 m 和 F_0 等参数值,便可选取合适的 ϵ_1 步长,运用牛顿迭代法求取方程 $\Delta\sigma$ 的数值解。

2 模型参数的确定

2.1 Weibull 分布模型参数的确定

目前,Weibull 分布参数 m 和 F_0 常用的确定方法主要有曲线拟合法和极值法^[17,23]。曲线拟合法是先将损伤本构方程两端进行两次对数变换,再进行线性拟合来求解参数。极值法则是依据应力-应变曲线峰值点的关系,列方程对参数进行求解。鉴于极值法在求解过程中操作简便且物理意义明确,本研究采用极值法确定模型参数。应变硬化型曲线没有明显的峰值点,可根据屈服点应力的拟合情况得到峰值点^[18]。

在峰值点处, $\epsilon_1 = \epsilon_{1,c}$, 且

$$\Delta\sigma = \Delta\sigma_c, \quad (23)$$

$$\frac{\partial \Delta\sigma}{\partial \epsilon_1} = 0. \quad (24)$$

结合式(22)和式(24)可得:

$$\begin{aligned} & \frac{\Delta\sigma_c + (1 - 2\nu)\sigma_3}{\epsilon_{1,c}} + E\epsilon_{1,c} \left[\frac{\Delta\sigma_c + (1 - 2\nu)\sigma_3}{E\epsilon_{1,c}} - 1 + q \right] \times \\ & \left(\frac{m}{U_{d,c}} \ln \left[\frac{\Delta\sigma_c + (1 - 2\nu)\sigma_3}{E\epsilon_{1,c}q} + 1 - \frac{1}{q} \right] \right) \times [\Delta\sigma_c + (1 - 2\nu)\sigma_3] = 0. \end{aligned} \quad (25)$$

式中: $U_{d,c}$ 为峰值处的单元耗散能, $\text{MJ} \cdot \text{m}^3$; $\Delta\sigma_c$ 为峰值点处的偏向应力, MPa ; $\epsilon_{1,c}$ 为峰值点处的应变。

由式(25)可得:

$$m = - \frac{U_{d,c}}{E\epsilon_{1,c}^2 \left[\frac{\Delta\sigma_c + (1-2\nu)\sigma_3}{E\epsilon_{1,c}} - 1 + q \right] \ln \left[\frac{\Delta\sigma_c + (1-2\nu)\sigma_3}{E\epsilon_{1,c}q} + 1 - \frac{1}{q} \right]}, \quad (26)$$

由式(22)和式(23)可得:

$$-\left(\frac{U_{d,c}}{F_0}\right)^m = \ln \left[\frac{\Delta\sigma_c + (1-2\nu)\sigma_3}{E\epsilon_{1,c}q} + 1 - \frac{1}{q} \right]. \quad (27)$$

因此, Weibull 分布参数 F_0 可以表示为:

$$F_0 = \left\{ (U_{d,c})^m / \ln \left[\frac{\Delta\sigma_c + (1-2\nu)\sigma_3}{E\epsilon_{1,c}q} + 1 - \frac{1}{q} \right] \right\}^{-\frac{1}{m}}. \quad (28)$$

在不同水合物饱和度和围压条件下, 模型参数的变化呈现出一定的线性规律^[20], 模型参数与水合物饱和度及围压的关系可用线性关系表示, 但是线性关系拟合精度有限。为了更准确地获取不同水合物饱和度和围压条件下的模型参数, 可以进一步构建峰值应力、峰值应变和峰值单元耗散能与水合物饱和度及围压之间的关系, 从而精准地确定模型参数。

2.2 含水合物沉积物屈服点的确定

含水合物沉积物的峰值应力即为天然气水合物沉积物的屈服强度。由于峰值应力与围压呈现出线性关系, 符合 M-C 包络线的特征, 因此大多数研究认为含水合物沉积物的强度遵循 M-C 准则^[28-29]。内摩擦角 φ 受水合物饱和度的影响较小, 而黏聚力 c 随着水合物饱和度的增加而增大^[30]。根据极限应力圆和 M-C 包络线的几何关系, 可以得到峰值主应力的表达式为^[28]:

$$\sigma_1 = 2c \frac{\cos\varphi}{1 - \sin\varphi} + \sigma_3 \frac{1 + \sin\varphi}{1 - \sin\varphi}. \quad (29)$$

颜容涛等^[31]将水合物区分为持力体型和胶结型两种类型。持力体型与土体颗粒共同承担上覆荷载和剪切力, 而胶结型则通过胶结土颗粒, 使土颗粒的黏聚力得到提升。基于此得出黏聚力与水合物饱和度之间的关系为:

$$c = \alpha(S_h^c)^\gamma + c_0 + \chi S_h^p. \quad (30)$$

式中: c_0 为不含水合物的黏聚力, MPa ; S_h^c 为胶结型水合物饱和度; S_h^p 为持力体型水合物饱和度; α 、 γ 、 χ 为模型参数。

对于持力体型水合物:

$$\begin{aligned} S_h^c &= 0; \\ S_h^p &= \begin{cases} 0, & S_h \leq S_{scit,h}; \\ S_h - S_{scit,h}, & S_h > S_{scit,h}. \end{cases} \end{aligned} \quad (31)$$

式中: S_h 为水合物饱和度; $S_{scit,h}$ 为临界饱和度, 通常介于 25%~40%。当水合物饱和度低于此临界值时, 水合物悬浮于孔隙之中, 不承担应力。当水合物饱和度超过临界饱和度时, 水合物颗粒与土颗粒相互搭连, 从而承担应力。

对于胶结型水合物:

$$S_h^c = S_h, S_h^p = 0. \quad (32)$$

当水合物饱和度较低时, 两种类型水合物可以是分别存在的; 当水合物饱和度较高时, 这两种类型水合物是并存的, 但这种条件极为苛刻, 在自然条件下十分罕见^[32]。

峰值点的应变与单元耗散能可通过二元线性回归进行拟合, 具体函数为:

$$\epsilon_{1,c} = a_1 S_h + b_1 \sigma_3 + c_1, \quad (33)$$

$$U_{d,c} = a_2 S_h + b_2 \sigma_3 + c_2. \quad (34)$$

式中, a_1 、 b_1 、 c_1 和 a_2 、 b_2 、 c_2 为模型参数。

2.3 含水合物沉积物弹性模量的确定

弹性模量是损伤本构方程中的关键力学参数, 与沉积物的水合物饱和度和围压密切相关。为了构建

弹性模量与水合物饱和度及围压之间的关系,本研究采用细观力学混合律模型结合串并联模型,首先分析在特定围压条件下弹性模量与水合物饱和度之间的关系,然后探讨围压对弹性模量的影响。

刘乐乐等^[33]将含水合物的沉积物视为一种复合材料,土颗粒作为基体,水合物作为杂项。该模型由两个并联单元 A 和两个串联单元 B 组成,而每个串联单元或并联单元又由若干个串联模型和若干个并联模型组合而成,如图 1 所示。

对于并联模型 a ,可认为土颗粒基体和水合物杂项应变相同,等于模型总应变,即:

$$\epsilon_{ij} = \epsilon_{ij}^s = \epsilon_{ij}^h, i, j = 1, 2, 3. \quad (35)$$

式中: ϵ_{ij} 为模型的总应变, ϵ_{ij}^s 为土颗粒基体的应变, ϵ_{ij}^h 为水合物杂项的应变。故并联模型的等效体积模量和等效剪切模量可以分别表示为:

$$K_a = n_s K_s + n_h K_h, G_a = n_s G_s + n_h G_h. \quad (36)$$

式中: K_a 为并联模型的等效体积模量, G_a 为并联模型的等效剪切模量, K_s 、 K_h 分别为土颗粒和水合物的体积模量, G_s 、 G_h 分别为土颗粒和水合物的剪切模量, n_s 、 n_h 分别为土颗粒和水合物的体积分数。

对于串联模型 b ,可认为模型总应变等于土颗粒基体和水合物杂项应变之和,即:

$$\epsilon_{ij} = \epsilon_{ij}^s + \epsilon_{ij}^h, i, j = 1, 2, 3. \quad (37)$$

则串联模型的等效体积模量和等效剪切模量可以分别表示为:

$$K_b = \left(\frac{n_s}{K_s} + \frac{n_h}{K_h} \right)^{-1}, G_b = \left(\frac{n_s}{G_s} + \frac{n_h}{G_h} \right)^{-1}. \quad (38)$$

式中: K_b 为串联模型的等效体积模量; G_b 为串联模型的等效剪切模量。

并联单元 A 由 N_v 个并联模型和 N_r 个串联模型组成,并联单元总应变与串联模型和并联模型应变相同,则并联单元 A 的等效体积模量 K_A 和等效剪切模量 G_A 可以分别表示为:

$$K_A = \frac{N_v}{(N_v + N_r)} K_a + \frac{N_r}{(N_v + N_r)} K_b, G_A = \frac{N_v}{(N_v + N_r)} G_a + \frac{N_r}{(N_v + N_r)} G_b. \quad (39)$$

令

$$f_v = \frac{N_v}{N_v + N_r}, f_r = \frac{N_r}{N_v + N_r}, \quad (40)$$

则并联单元 A 的等效体积模量 K_A 和等效剪切模量 G_A 可分别表示为:

$$K_A = f_v K_a + f_r K_b, G_A = f_v G_a + f_r G_b. \quad (41)$$

式中, f_v 和 f_r 分别表示并联模型和串联模型占总模型数量的比值。当串联模型的比例提高时,其弹性模量会相应减少;相反,若并联模型的比例增加,弹性模量则会相应提高。

串联单元 B 也由 N_v 个并联模型和 N_r 个串联模型组成,串联单元总应变等于串联模型与并联模型应变之和,则串联单元 B 的等效体积模量 K_B 和等效剪切模量 G_B 可以表示为:

$$K_B = \left(\frac{f_v}{K_a} + \frac{f_r}{K_b} \right)^{-1}, G_B = \left(\frac{f_v}{G_a} + \frac{f_r}{G_b} \right)^{-1}. \quad (42)$$

由两个并联单元 A 和两个串联单元 B 构成的复合材料模型,其等效体积模量 K 和等效剪切模量 G 可以通过下式确定:

$$K = \left[\frac{1}{2} \left(\frac{f_v}{K_a} + \frac{f_r}{K_b} \right) + \frac{1}{2} \frac{1}{f_v K_a + f_r K_b} \right]^{-1}, G = \left[\frac{1}{2} \left(\frac{f_v}{G_a} + \frac{f_r}{G_b} \right) + \frac{1}{2} \frac{1}{f_v G_a + f_r G_b} \right]^{-1}. \quad (43)$$

同时,由各向同性材料的弹性参数之间的关系,可得弹性模量的表达式为:

$$E_1 = \frac{9KG}{3K + G}. \quad (44)$$

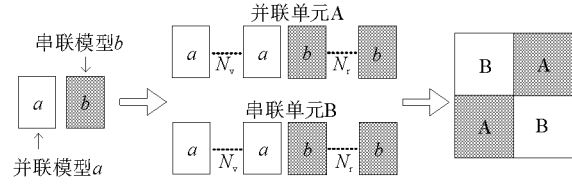


图 1 含水合物沉积物的等效弹性参数模型示意图

Fig. 1 Schematic diagram of equivalent elastic parameter model of hydrate-bearing sediments

此外,弹性模量还受围压影响,Miyazaki 等^[13]研究表明,含水合物沉积物弹性模量与有效围压之间呈幂关系变化,可以根据最小二乘法进行拟合,即

$$E = E_1 \sigma_3^n. \quad (45)$$

式中: E_1 为围压等于 1 MPa 时的弹性模量,MPa; n 为拟合参数。

对于含水合物沉积物的泊松比,由于其受水合物饱和度和围压的影响较小,且变化范围相对有限,因此通常被视为常数^[18]。

通过上述参数确定方法,峰值应力、峰值应变、峰值单元耗散能以及弹性模量均可表示为水合物饱和度和围压的函数。本研究所建损伤本构模型仅有一个未知量,能够准确求解偏向应力与轴向应变之间的关系。此外,本模型采用能量法衡量微元强度,形式确定、物理意义清晰,具有较强的实用性。

3 损伤本构模型验证

3.1 Masui 试验对比验证

为验证损伤本构模型的合理性,本研究引用 Masui 等^[15]针对水砂试样的研究成果,并将其试验所得的应力-应变曲线与本研究模型推导出的理论曲线进行对比分析,理论曲线中的弹性模量以及峰值点的应力、应变和单元耗散能均来自试验曲线。Masui 试验与本研究模型的对比结果如图 2 所示,其误差分析结果如表 1 所示。其中,平均绝对误差反映了预测值与真实值之间的整体偏差情况,而均方根误差揭示了异常值对预测结果的影响。

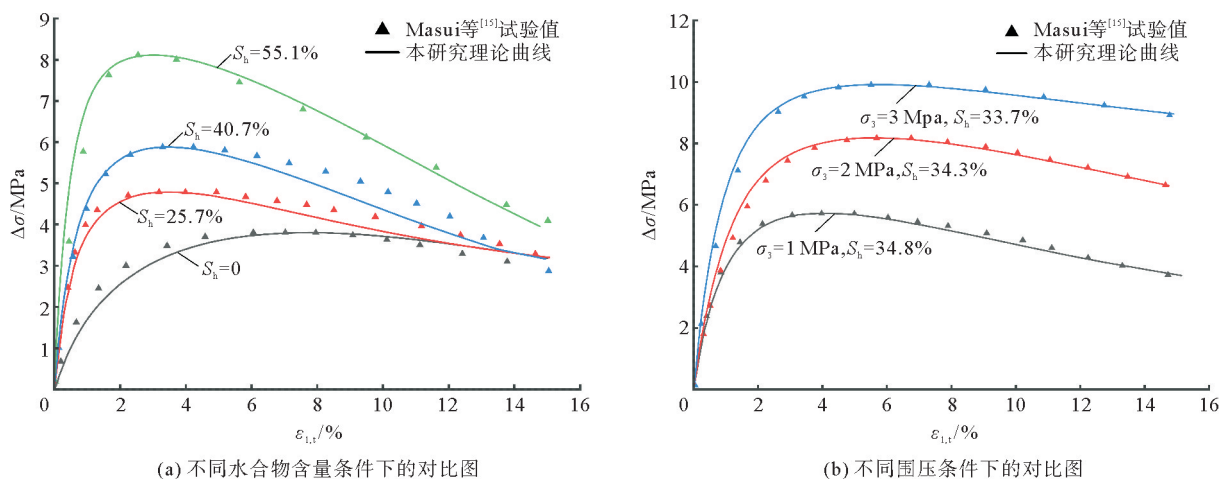


图 2 Masui 试验曲线与本研究的理论曲线对比图

Fig. 2 Comparison of the Masui test curve and the theoretical curve of this study

在围压相同、水合物饱和度不同的条件下,随着水合物饱和度的增加,试样的弹性模量和强度会相应增大。这是因为水合物的存在增强了试样颗粒之间的胶结作用,使试样的强度得到了提升。此外,随着水合物饱和度的增加,当试样发生破坏时,沉积物颗粒会发生旋转和滑移,同时水合物颗粒也会出现损伤和破碎,由于水合物颗粒的脆性较强,会导致应力-应变曲线呈现出应变软化的特征;在围压不同、水合物饱和度相同的条件下,试样的弹性模量及强度会随围压的增大而逐渐增大。这是因为围压的增大限制了试样颗粒的移动,增强了颗粒间的相互作用,使试样整体表现出更高的刚度和强度,应力-应变曲线逐渐由应变软化型转变为应变硬化型。

本研究所建模型可依据不同应力-应变曲线的特征选取峰值点,进而确定 Weibull 分布参数,以反映曲线的应变软化特征和应变硬化特征。本研究的理论曲线能够准确反映水合物饱和度较高时的应变软化现象,以及围压较高时的应变硬化现象,平均绝对误差与均方根误差均维持在较低水平,具有极高的吻合度。通过与 Masui 试验的对比分析,验证了基于能量耗散的统计损伤本构模型的合理性与有效性。

3.2 其他试验对比验证

为进一步验证本研究提出的基于能量耗散的损伤本构模型的准确性和适用性,将本研究模型与 Miyazaki 等^[13]对 Toyoura 制成试样的试验数据进行对比分析,理论的预测值与实际值的误差分析结果如表 2、图 3 所示。

表 1 本研究理论预测值与 Masui 试验
实际值误差分析结果表

Table 1 Error analysis results of the theoretical prediction value of this study and the actual value of Masui's test

曲线类型		平均绝	均方根
$S_h/\%$	σ_3/MPa	对误差	误差
0	1	0.178 06	0.218 16
25.7	1	0.170 19	0.201 12
40.7	1	0.218 25	0.273 79
55.1	1	0.335 23	0.509 20
34.8	1	0.102 91	0.125 21
34.3	2	0.148 40	0.215 40
33.7	3	0.155 39	0.230 78

表 2 本研究理论预测值与 Miyazaki 试验
实际值误差分析结果表

Table 2 Error analysis results of the theoretical prediction value of this study and the actual value of Miyazaki's test

曲线类型		平均绝	均方根
$S_h/\%$	σ_3/MPa	对误差	误差
27~34	0.5	0.045 97	0.054 11
27~34	1.0	0.049 03	0.066 89
27~34	2.0	0.060 87	0.077 02
27~34	3.0	0.154 98	0.199 11
41~45	0.5	0.073 52	0.103 68
41~45	1.0	0.044 40	0.052 48
41~45	2.0	0.120 13	0.162 72
41~45	3.0	0.171 46	0.213 37

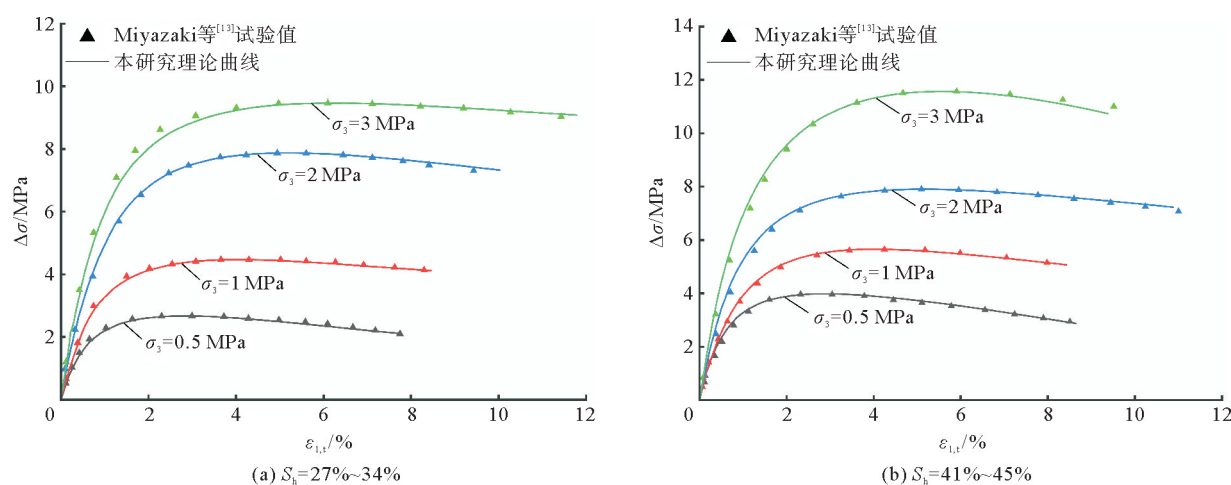


图 3 Miyazaki 试验曲线与本研究理论曲线对比图

Fig. 3 Comparison of the Miyazaki's test curve with the theoretical curve of this study

通过分析 Miyazaki 试验结果发现,随着围压的增大,沉积物的弹性模量和峰值应力均呈现出上升趋势,同时随着水合物饱和度的增加,沉积物的强度和刚度均有所提高。在高围压和低水合物饱和度的条件下,沉积物的应力-应变曲线往往表现出更为显著的应变硬化特征。这些现象与 Masui 试验中的观察结果基本一致。本研究的理论曲线在弹性阶段、峰值应力附近以及峰后阶段均与试验曲线表现出较好的一致性,并且本研究建立的本构模型能够有效反映应变硬化现象和应变软化现象。表明针对不同试样的力学特性差异,本研究所提模型也能展现出优异的适用性。

对于黏土类沉积物,其应力-应变曲线与沙土类沉积物存在显著差异。但 Weibull 分布具有高度的灵活性,可以通过选择合适的参数值呈现出多样化的分布特性,从而准确描述不同的失效规律。为验证本研究模型在黏土类沉积物中的适用性,将本研究模型与赵亚鹏^[34]针对黏土类沉积物的试验数据进行对比,其结果如图 4 所示,理论的预测值与实际值的误差分析结果如表 3 所示。经过对比分析,理论曲线与试验曲线高度吻合,平均绝对误差与均方根误差均较小,具有较高的吻合度。

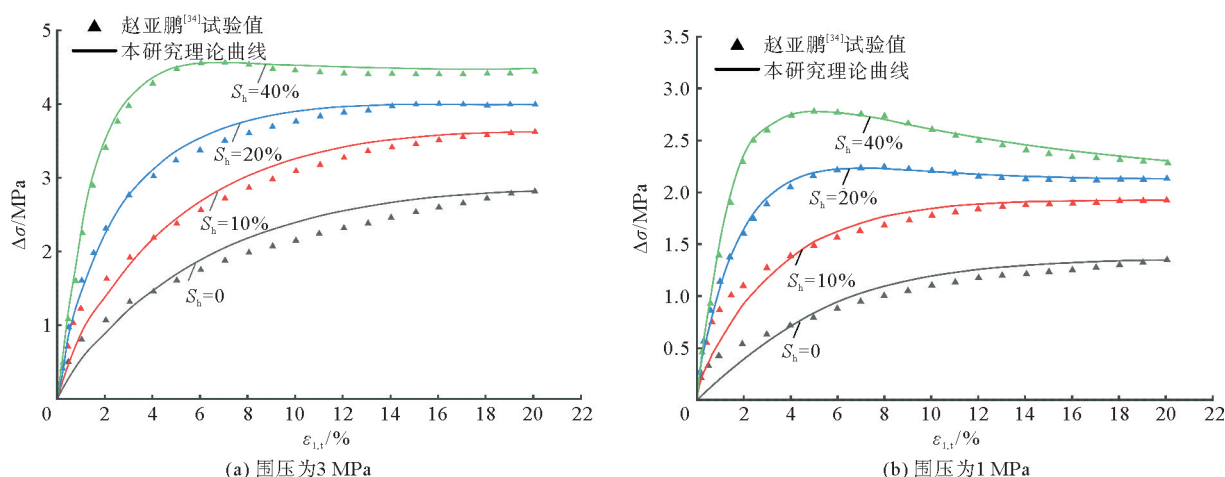


图 4 赵亚鹏试验曲线与本研究理论曲线对比图

Fig. 4 Comparison of Zhao Yapeng's test curve and the theoretical curve of this study

此外,残余强度修正系数 q 反映了残余强度的水平。不同残余强度修正系数取值对本研究理论曲线的影响对比情况如图 5 所示,可以看出, q 的取值主要影响峰后应力水平,当 q 值减小时,峰后的残余强度水平显著提升,而峰前的应力水平略微下降,但其影响并不显著。

表 3 本研究理论预测值与赵亚鹏试验实际值误差分析结果表

Table 3 Error analysis results of the theoretical prediction value of this study and the actual value of Zhao Yapeng's test

曲线类型		平均绝对误差	均方根误差
$S_b/\%$	σ_3/MPa		
0	3	0.138 35	0.163 59
10	3	0.109 54	0.139 15
20	3	0.072 29	0.095 01
40	3	0.076 73	0.089 29
0	1	0.093 39	0.128 47
10	1	0.082 54	0.125 97
20	1	0.026 55	0.037 14
40	1	0.030 87	0.039 54

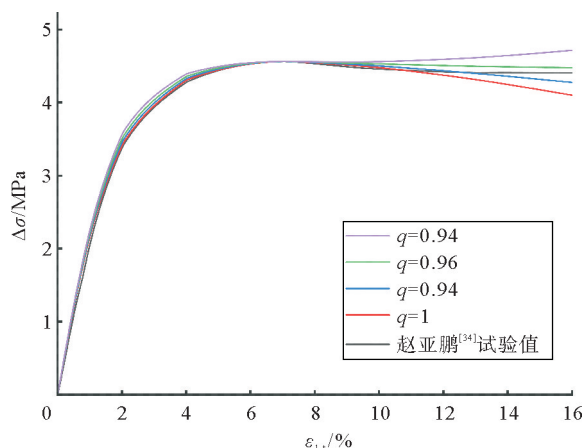


图 5 残余强度修正系数取值影响分析图

Fig. 5 Influence analysis of the value of the residual strength correction coefficient

4 参数模型的应用

为便于考虑能量耗散的损伤本构模型在实际中的应用,本研究详细阐述了弹性模量以及峰值点的应力、应变和单元耗散能的确定方法,将这些参数与水合物饱和度和围压之间建立起关系,进而构建出了参数模型。为验证参数模型的准确性,本研究将参数模型的理论结果与 Miyazaki 等^[13]对 7 号硅砂制成的含水合物沉积物进行的三轴压缩试验结果进行了对比分析。

Miyazaki 等^[13]将水砂混合制备成宿主样本,并在 278 K 的温度条件下生成水合物,依据其制样方法,确定该水合物类型为胶结赋存型^[35-36]。取水合物的体积模量为 8 410 MPa,剪切模量为 3 540 MPa,孔隙度为 0.386,内摩擦角(φ)为 34.342°,黏聚力(c)为 0.292 16 MPa,模型参数 α 为 1.23 85 MPa, γ 为 1.572 4,残余强度修正系数 q 为 0.98,其他相关参数取值详见表 4。理论和试

表 4 参数取值表

Table 4 Parameter values

水合物饱和度/%	f_r	f_v	n
0	0.6	0.4	0.527 72
23~28	0.6	0.4	0.247 82
49	0.6	0.4	0.404 35

验的弹性模量对比结果如图 6 所示,理论和试验的峰值应力对比结果如图 7 所示,通过参数模型求取的应力-应变曲线和试验的对比结果如图 8 所示。

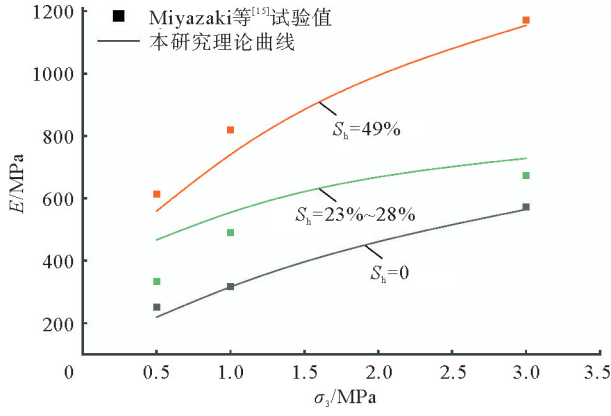


图 6 弹性模量对比图

Fig. 6 Elastic modulus comparison

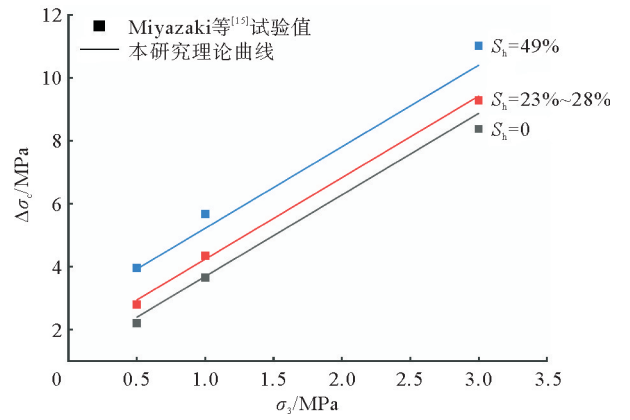


图 7 峰值应力对比图

Fig. 7 Peak stress comparison

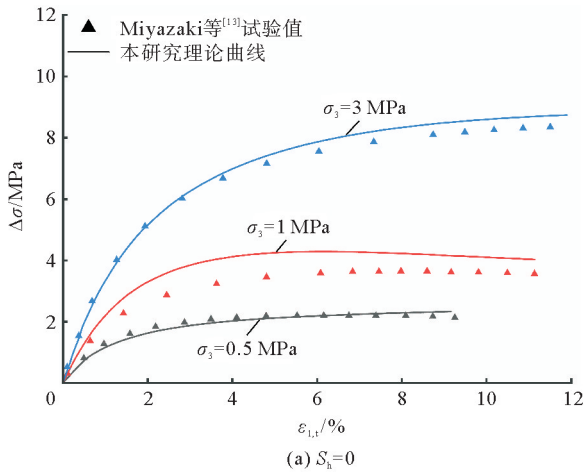
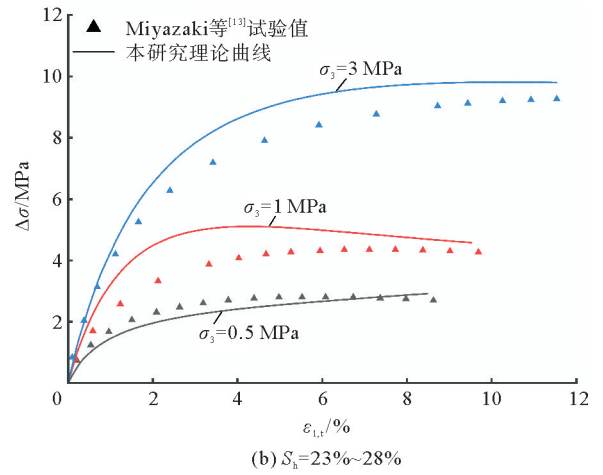
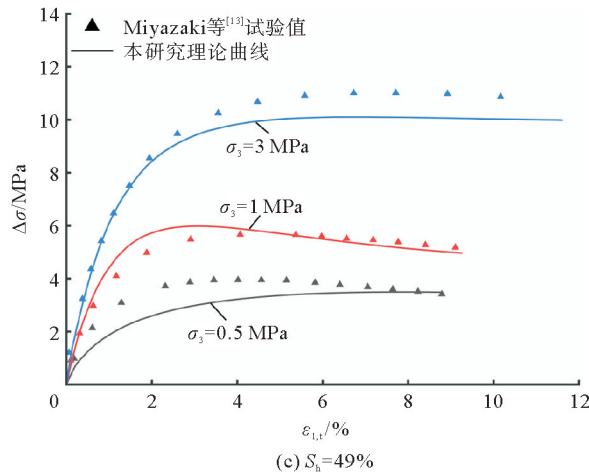
(a) $S_h=0$ (b) $S_h=23\% \sim 28\%$ (c) $S_h=49\%$

图 8 本研究理论曲线与试验曲线对比图

Fig. 8 Comparison of the theoretical curve and the experimental curve of this study

通过对比分析可以看出,理论的弹性模量和峰值应力与试验结果基本吻合,验证了参数模型的可行性。在应力-应变曲线方面,当水合物饱和度较低时,拟合精度较高;当水合物饱和度较大时,理论与实际

之间的差异较为明显。这是因为高饱和度下,水合物对沉积物力学行为的影响更为复杂。尽管如此,理论模型依然能够大致反映整体趋势。

5 结论

本研究基于能量耗散理论,构建了含水合物沉积物的统计损伤本构模型,并通过试验数据的对比分析,验证了该模型的准确性和适用性。主要研究成果包括:

1) 基于统计损伤理论与能量耗散理论,推导出三轴试验条件下能量变化的关系,并假设微元的损伤概率与能量耗散之间遵循 Weibull 分布,构建了考虑能量耗散影响的含天然气水合物沉积物的损伤统计本构模型。

2) 通过试验数据对比表明,本研究构建的模型能够准确反映在高围压、低水合物饱和度条件下的应力-应变曲线的应变硬化特征,以及在低围压、高水合物饱和度条件下的应力-应变曲线的应变软化特征。引入残余强度修正系数,有效提升了理论曲线与试验数据在峰后阶段的吻合度。

3) 通过对含水合物沉积物的弹性模量和屈服强度分析,构建其与水合物饱和度及围压之间的关系模型,从而提升模型使用的便捷性,确保其在数值模拟和计算过程中更加高效。

本研究仍然存在不足:由于损伤本构模型属于非线性弹性模型,难以考量应力路径对其变形行为的影响。此外,本模型未考虑时间因素的影响,忽略了蠕变行为。

参考文献:

- [1] WEI N, PEI J, LI H T, et al. Classification of natural gas hydrate resources: Review, application and prospect[J/OL]. Gas Science and Engineering, 2024, 124. DOI:10.1016/j. jgsce. 2024. 205269.
- [2] WANG F F, SHEN K X, ZHANG Z L, et al. Numerical simulation of natural gas hydrate development with radial horizontal wells based on thermo-hydro-chemistry coupling[J/OL]. Energy, 2023, 272. DOI:10.1016/j. energy. 2023. 127098.
- [3] 梁伟, 赵同彬, 陈中伟, 等. 天然气水合物分解-两相渗流数值模拟研究[J]. 山东科技大学学报(自然科学版), 2020, 39(2): 53-60.
LIANG Wei, ZHAO Tongbin, CHEN Zhongwei, et al. Numerical simulation study on natural gas hydrate decomposition-two phase flow[J]. Journal of Shandong University of Science and Technology(Natural Science), 2020, 39(2): 53-60.
- [4] 秦绪文, 陆程, 张召彬, 等. 南海天然气水合物试采储层热流耦合与温度场调控研究进展[J]. 地质学报, 2024, 98(11): 3213-3224.
QIN Xuwen, LU Cheng, ZHANG Zhaobin, et al. Research progress on thermal-fluid coupling and temperature field regulation in natural gas hydrate production tests in the South China Sea[J]. Acta Geologica Sinica, 2024, 98(11): 3213-3224.
- [5] 庞维新, 李清平, 周守为. 天然气水合物开发研究现状和发展战略分析[J]. 国际石油经济, 2022, 30(12): 33-41.
PANG Weixin, LI Qingping, ZHOU Shouwei. Research and development strategy of natural gas hydrate development[J]. International Petroleum Economics, 2022, 30(12): 33-41.
- [6] YANG M J, ZHAO G J, SUN H R, et al. In-situ investigation on methane hydrate decomposition characteristics under variational seawater flow process[J/OL]. Fuel, 2022, 310. DOI:10.1016/j. fuel. 2021. 122123.
- [7] 王祥阜, 邱月, 梁伟, 等. 损伤效应下天然气水合物产气规律模拟研究[J]. 山东科技大学学报(自然科学版), 2023, 42(4): 70-77.
WANG Xiangfu, QIU Yue, LIANG Wei, et al. Simulation study on gas production law of natural gas hydrate under damage effect[J]. Journal of Shandong University of Science and Technology(Natural Science), 2023, 42(4): 70-77.
- [8] YAN C L, DONG L F, REN X, et al. Stability of submarine slopes during replacement of methane in natural gas hydrates with carbon dioxide[J/OL]. Journal of Cleaner Production, 2023, 383. DOI:10.1016/j. jclepro. 2022. 135440.
- [9] TAN L, LIU F, HUANG Y, et al. Production-induced instability of a gentle submarine slope: Potential impact of gas hydrate exploitation with the huff-puff method[J/OL]. Engineering Geology, 2021, 289. DOI:10.1016/j. enggeo. 2021. 106174.
- [10] HE Y F, SONG B J, LI Q P. Coupling submarine slope stability and wellbore stability analysis with natural gas hydrate drilling and production in submarine slope strata in the South China Sea[J/OL]. Journal of Marine Science and Engi-

- neering, 2023, 11(11). DOI:10.3390/jmse11112069.
- [11] ZHAO Y P, HU G W, LIU L L, et al. Mechanical properties of gas hydrate-bearing sediments: Research progress, challenges and perspectives[J/OL]. Earth-Science Reviews, 2025, 262. DOI:10.1016/j.earscirev.2025.105058.
- [12] MIYAZAKI K, MASUI A, SAKAMOTO Y, et al. Triaxial compressive properties of artificial methane-hydrate-bearing sediment[J/OL]. Journal of Geophysical Research, 2011, 116(B6). DOI:10.1029/2010JB008049.
- [13] MIYAZAKI K, TENMA N, AOKI K, et al. A nonlinear elastic model for triaxial compressive properties of artificial methane-hydrate-bearing sediment samples[J]. Energies, 2012, 5(10):4057-4075.
- [14] PINKERT S, GROZIC J L H. Prediction of the mechanical response of hydrate-bearing sands[J]. Journal of Geophysical Research: Solid Earth, 2014, 119(6):4695-4707.
- [15] MASUI A, HANEDA H, OGATA Y, et al. Effects of methane hydrate formation on shear strength of synthetic methane hydrate sediments[C]//Proceedings of 15th International Offshore and Polar Engineering Conference. Seoul: International Society of Offshore and Polar Engineers, 2005:19-24.
- [16] 刘林, 姚仰平, 张旭辉, 等. 含水合物沉积物的弹塑性本构模型[J]. 力学学报, 2020, 52(2):556-566.
LIU Lin, YAO Yangping, ZHANG Xuhui, et al. An elastoplastic constitutive model for gas hydrate-bearing sediments[J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2020, 52(2):556-566.
- [17] 吴二林, 魏厚振, 颜荣涛, 等. 考虑损伤的含天然气水合物沉积物本构模型[J]. 岩石力学与工程学报, 2012, 31(增1):3045-3050.
WU Erlin, WEI Houzhen, YAN Rongtao, et al. Constitutive model for gas hydrate-bearing sediments considering damage[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2012, 31(S1):3045-3050.
- [18] 李彦龙, 刘昌岭, 刘乐乐. 含水合物沉积物损伤统计本构模型及其参数确定方法[J]. 石油学报, 2016, 37(10):1273-1279.
LI Yanlong, LIU Changling, LIU Lele. Damage statistic constitutive model of hydrate-bearing sediments and the determination method of parameters[J]. Acta Petrolei Sinica, 2016, 37(10):1273-1279.
- [19] 曹文贵, 赵衡, 张永杰, 等. 考虑体积变化影响的岩石应变软化损伤本构模型及参数确定方法[J]. 岩土力学, 2011, 32(3):647-654.
CAO Wengui, ZHAO Heng, ZHANG Yongjie, et al. Strain softening and hardening damage constitutive model for rock considering effect of volume change and its parameters determination method[J]. Rock and Soil Mechanics, 2011, 32(3):647-654.
- [20] 颜荣涛, 梁维云, 韦昌富, 等. 考虑赋存模式影响的含水合物沉积物的本构模型研究[J]. 岩土力学, 2017, 38(1):10-18.
YAN Rongtao, LIANG Weiyun, WEI Changfu, et al. A constitutive model for gas hydrate-bearing sediments considering hydrate occurring habits[J]. Rock and Soil Mechanics, 2017, 38(1):10-18.
- [21] 祝效华, 孙汉文, 赵金洲, 等. 天然气水合物沉积物等效变弹性模量损伤本构模型[J]. 石油学报, 2019, 40(9):1085-1094.
ZHU Xiaohua, SUN Hanwen, ZHAO Jinzhou, et al. Damage constitutive model of equivalent variable elastic modulus for gas hydrate sediments[J]. Acta Petrolei Sinica, 2019, 40(9):1085-1094.
- [22] 张小玲, 夏飞, 杜修力, 等. 考虑含水合物沉积物损伤的多场耦合模型研究[J]. 岩土力学, 2019, 40(11):4229-4239.
ZHANG Xiaoling, XIA Fei, DU Xiuli, et al. Study on multi-field coupling model considering damage of hydrate-bearing sediments[J]. Rock and Soil Mechanics, 2019, 40(11):4229-4239.
- [23] 曹文贵, 张升. 基于 Mohr-Coulomb 准则的岩石损伤统计分析方法研究[J]. 湖南大学学报(自然科学版), 2005(1):43-47.
CAO Wengui, ZHANG Sheng. Study on the statistical analysis of rock damage based on Mohr-Coulomb criterion[J]. Journal of Hunan University(Natural Sciences), 2005(1):43-47.
- [24] 张尧, 王斌, 李建华. 基于能量耗散的岩石损伤特性及其模型研究[J]. 煤炭技术, 2025, 44(1):27-31.
ZHANG Yao, WANG Bin, LI Jianhua. Study on rock damage characteristics and model based on energy dissipation[J]. Coal Technology, 2025, 44(1):27-31.
- [25] XU X L, YUE C Q, XU L Q. Thermal damage constitutive model and brittleness index based on energy dissipation for deep rock[J/OL]. Mathematics, 2022, 10(3). DOI:10.3390/math10030410.
- [26] LI X, CAO W G, SU Y H. A statistical damage constitutive model for softening behavior of rocks[J]. Engineering Geology,

2012,143:1-17.

- [27] 孙汉文. 天然气水合物本构模型及储层响应规律研究[D]. 成都:西南石油大学,2019:24-37.
SUN Hanwen. Study on the constitutive model and reservoir response characteristics of natural gas hydrate[D]. Chengdu:South West Petroleum University,2019:24-37.
- [28] 孙晓杰,程远方,李令东,等. 天然气水合物岩样三轴力学试验研究[J]. 石油钻探技术,2012,40(4):52-57.
SUN Xiaojie,CHENG Yuanfang,LI Lingdong,et al. Triaxial compression test on synthetic core sample with simulated hydrate-bearing sediments[J]. Petroleum Drilling Techniques,2012,40(4):52-57.
- [29] 孙中明. 沉积物中水合物饱和度及其相应力学特性的实验研究[D]. 青岛:中国石油大学(华东),2013:19-62.
SUN Zhongming. Experimental study on hydrate saturation and mechanical properties of gas hydrate-bearing sediments [D]. Qingdao:China University of Petroleum(East China),2013:19-62.
- [30] 张怀文,程远方,李梦来,等. 南海北部深水浅层天然气水合物储层力学特性试验及强度准则建立[J]. 中国海上油气, 2017,29(6):115-121.
ZHANG Huaiwen,CHENG Yuanfang,LI Menglai,et al. Tests on rock mechanics and establishment of strength criterion for gas hydrate reservoirs in the northern shallow sediments of South China Sea[J]. China Offshore Oil and Gas, 2017,29(6):115-121.
- [31] 颜荣涛,赵续月,杨德欢,等. 天然气水合物沉积物的强度模型[J]. 桂林理工大学学报,2016,36(3):514-520.
YAN Rongtao,ZHAO Xuyue,YANG Dehuan,et al. Strength model for methane hydrate-bearing soil[J]. Journal of Guilin University of Technology,2016,36(3):514-520.
- [32] 蒋明镜,贺洁,周雅萍. 考虑水合物胶结厚度的深海能源土粒间胶结模型研究[J]. 岩土力学,2014,35(5):1231-1240.
JIANG Mingjing,HE Jie,ZHOU Yaping. Inter-particle bonded model of deep-sea methane hydrate-bearing soil considering methane hydrate bond thickness[J]. Rock and Soil Mechanics,2014,35(5):1231-1240.
- [33] 刘乐乐,张旭辉,刘昌岭,等. 含水合物沉积物三轴剪切试验与损伤统计分析[J]. 力学学报,2016,48(3):720-729.
LIU Lele,ZHANG Xuhui,LIU Changling,et al. Triaxial shear tests and statistical analyses of damage for methane hydrate-bearing sediments[J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics,2016,48(3):720-729.
- [34] 赵亚鹏. 泥质粉砂型深海能源土强度变形与渗流特性及本构模型研究[D]. 青岛:青岛理工大学,2023.
ZHAO Yapeng. Study on strength,deformation,seepage characteristics and constitutive model of clayey-silty deep-sea energy soils[D]. Qingdao:Qingdao University of Technology,2023.
- [35] WAITE W F,SANTAMARINA J C,CORTES D D,et al. Physical properties of hydrate-bearing sediments[J/OL]. Reviews of Geophysics,2009,47(4). DOI:10.1029/2008RG000279.
- [36] BRUGADA J,CHENG Y P,SOGA K,et al. Discrete element modelling of geomechanical behaviour of methane hydrate soils with pore-filling hydrate distribution[J]. Granular Matter,2010,12(5):517-525.

(责任编辑:齐敏华)